

Ю.В. Кистенев, Ю.Н. Пономарев

ТРАНСФОРМАЦИЯ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ МАЛОЙ ПЛОЩАДИ ПРИ КВАЗИСТАЦИОНАРНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С РЕЗОНАНСНОЙ СРЕДОЙ

В работе на основе аналитического решения уравнений Максвелла – Блоха в классе функций с компактным носителем рассмотрены закономерности трансформации оптических импульсов в протяженной слабонелинейной резонансно поглощающей газовой среде в условиях, когда длительность импульса превосходит время фазовой памяти среды. Показано, что когерентные переходные процессы существенно влияют на трансформацию оптических импульсов конечной длительности, описываемых функцией с компактным носителем, в среде даже в условиях квазистационарного взаимодействия. Это выражается в изменении формы, длительности, модуляции фазы, более слабом поглощении энергии импульса при распространении в среде.

Введение

При газоанализе газовых смесей, в том числе и атмосферы, типичными являются условия, когда длительность зондирующего импульса τ_i превосходит время фазовой памяти среды T_2 , — это позволяет существенно уменьшить влияние мешающих газовых примесей с близко расположенным к исследуемой линиями поглощения на результаты измерений.

Теоретический анализ соответствующей задачи распространения, как правило, проводится в приближении адиабатического следования [1–4], которое, как показано в [5], не учитывает особенности взаимодействия, обусловленные когерентными эффектами. Такое приближение, вообще говоря, справедливо для импульсов бесконечной протяженности, поскольку включение и выключение взаимодействия при этом должны быть достаточно медленными. Реальные импульсные сигналы имеют конечную длительность, и приближение адиабатического следования может не выполняться даже при $\tau_i \gg T_2$ [6–8]. Теоретические работы, использующие условия неадиабатического включения или выключения взаимодействия, как правило, ограничены случаем малых оптических толщ и предположением о прямоугольной форме импульса (см., например, [9, 10]).

В данной работе рассмотрено влияние когерентных эффектов на характеристики оптических импульсных сигналов произвольной формы при распространении в протяженной слабонелинейной резонансно поглощающей газовой среде, состоящей из двухуровневых частиц, в условиях, когда $\tau_i \gtrsim T_2$.

В основу анализа положена система уравнений Максвелла – Блоха

$$\dot{u} = -(\Delta - \dot{\varphi})v - u/T_2; \quad (1a)$$

$$\dot{v} = (\Delta - \dot{\varphi})u + \kappa\varepsilon w - v/T_2; \quad (1b)$$

$$\dot{w} = -\kappa\varepsilon v - (w - w^e)/T_1; \quad (1c)$$

$$u(t \leq z/c) = v(t \leq z/c) = 0, \quad w(t \leq z/c) = w^e; \quad (1d)$$

$$\varepsilon \left(K - k - \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = \pi k N du; \quad (2a)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \pi k N dv; \quad (2b)$$

$$\varepsilon(0, t) = \varepsilon_0(t), \quad \varphi(0, t) = \text{const}, \quad (2c)$$

где $\varepsilon(z, t)$, $\varphi(z, t)$ — огибающие амплитуды и фазы оптической волны; K — волновой вектор с учетом линейной дисперсии; $k = \omega/c$; N — концентрация поглощающего газа; u , v — дисперсионная и абсорбционная компоненты поляризации газовой частицы; w — разность заселенностей уровней резонансного перехода (w^e — ее равновесное значение); Δ — отстройка от резонанса; $\kappa = 2d/h$; d — дипольный момент перехода; T_1 — время продольной релаксации. Кроме того, очевидно следующее условие

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(z, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} v(z, t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} w(z, t) = w^e. \quad (1d)$$

Модель двухуровневой среды применима при сохранении суммарного числа частиц на верхнем и нижнем уровнях резонансного перехода, что возможно при $\tau_u \ll \tau_v$ [11] (τ_v — время колебательной релаксации) и скорости вращательной релаксации, не зависящей от энергии уровня [10, 12, 13]. Использование констант релаксации T_1, T_2 возможно при [14]

$$\Omega\tau_c \ll 1, \quad \tau_c/T_2 \ll 1, \quad |\Delta| \tau_c \ll 1,$$

где Ω — частота Раби, характеризующая вероятность индуцированного перехода (см., например, [10]); τ_c — длительность столкновения. Эти условия выполняются для импульсов с площадью $\Theta(z) = \kappa \int_0^\infty \varepsilon(z, t) dt$ меньше π (т.е. при слабонелинейном взаимодействии), для газовых сред.

Пренебрежение доплеровским уширением линии поглощения возможно для приземных атмосферных трасс.

Теоретический расчет

В рассматриваемом случае, когда $\mu = T_2 / \tau_u < 1$, можно ограничиться квазистационарной асимптотикой решения уравнений Блоха. При нахождении этой асимптотики в классе функций, отличных от нуля на конечном интервале времени, нужно учитывать, что при $\mu < 1$ система (1) является сингулярно возмущенной. Поскольку вырождение (1) при ($\mu \rightarrow 0$ регулярно, т.е. количество выпадающих начальных условий при переходе к вырожденной задаче равно числу корней характеристического уравнения с отрицательной действительной частью, в расчетах использовался метод Вишика — Люстерника [15] для $t - z/c \in [0, \tau_u]$: решение (1) ищется в виде

$$u(\tau) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \mu^\kappa [u_\kappa(\gamma) + x_\kappa(\gamma)]; \quad (3a)$$

$$v(\tau) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \mu^\kappa [v_\kappa(\gamma) + y_\kappa(\gamma)]; \quad (3b)$$

$$w(\tau) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \mu^\kappa [w_\kappa(\gamma) + z_\kappa(\gamma)], \quad (3c)$$

где $\tau = (t - z/c)/\tau_u$, $\gamma = \tau/\mu$.

В случае, когда огибающие амплитуды и фазы импульса описываются аналитическими на интервале $[0, \tau_u]$ функциями, их можно представить в виде соответствующих рядов Маклорена. При этом расчет функций $x_\kappa(\gamma)$, $y_\kappa(\gamma)$, $z_\kappa(\gamma)$ сводится к решению систем неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, которое может быть получено методом преобразования Лапласа. С учетом начальных условий это решение имеет вид

$$\begin{bmatrix} x_i(\gamma) \\ y_i(\gamma) \\ z_i(\gamma) \end{bmatrix} = \int_0^\gamma \hat{G}(\gamma - \eta) \hat{F}_i(\eta) d\eta. \quad (4)$$

Функции $u_\kappa, v_\kappa, w_\kappa$ находятся по стандартной теории возмущений, соответствующей адиабатическому пределу. Здесь

$$\begin{aligned} \hat{F}_i(\gamma) = & -\delta(\gamma) \begin{bmatrix} u_i(\gamma) \\ v_i(\gamma) \\ w_i(\gamma) - w^{e\delta_{0i}} \end{bmatrix} - \\ & - \sum_{\kappa=1}^i \frac{T_2 \gamma^\kappa}{\kappa!} \begin{bmatrix} 0, & \delta\omega^{(\kappa)}(0), & 0 \\ -\delta\omega^{(\kappa)}(0), & 0, & -\kappa\varepsilon^{(\kappa)}(0) \\ 0, & \kappa\varepsilon^{(\kappa)}(0), & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_{i-\kappa}(\gamma) \\ y_{i-\kappa}(\gamma) \\ z_{i-\kappa}(\gamma) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\delta(\gamma)$ — дельта-функция Дирака; δ_{0i} — символ Кронекера, $\delta\omega(\tau) = \Delta - \varphi(\tau)$. Символы $\delta\omega^{(\kappa)}(0)$, $\varepsilon^{(\kappa)}(0)$ обозначают производные k -го порядка функций при $\tau \rightarrow 0+$.

Матрица $\hat{G}(\gamma)$ для импульсов с амплитудой, не имеющих разрывов, равна

$$\hat{G}(\gamma) = e^{-\gamma} \begin{bmatrix} \cos [\delta\omega(0)\gamma T_2], & -\sin [\delta\omega(0)\gamma T_2], & 0 \\ \sin [\delta\omega(0)\gamma T_2], & \cos [\delta\omega(0)\gamma T_2], & 0 \\ 0, & 0, & e^{\gamma(1-1/q)} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где $q = T_1/T_2$.

На интервале $t = z/c \in [\tau_0, \infty]$ решение (1) может быть получено методом сращиваемых асимптотических разложений [16]. Это решение имеет вид

$$u(\gamma) = \exp[-(\gamma - 1/\mu)] \sum_{n=0}^{\infty} \mu^n \{u_n(1) \cdot \cos [\delta\omega(1)T_2(\gamma - 1/\mu)] + \\ + v_n(1) \sin [\delta\omega(1)T_2(\gamma - 1/\mu)]\}; \quad (7a)$$

$$v(\gamma) = \exp[-(\gamma - 1/\mu)] \sum_{n=0}^{\infty} \mu^n \{v_n(1) \cos [\delta\omega(1)T_2(\gamma - 1/\mu)] - \\ - u_n(1) \sin [\delta\omega(1)T_2(\gamma - 1/\mu)]\}; \quad (7b)$$

$$w(\gamma) = \exp[-(\gamma - 1/\mu)/q] \sum_{n=0}^{\infty} \mu^n w_n(1) + w^e[1 - \exp[-(\gamma - 1/\mu)/q]], \quad (7c)$$

где $u_n(1), v_n(1), w_n(1), \delta\omega(1)$ — обозначают левосторонние пределы функций при $\tau \rightarrow 1$.

В условиях квазистационарного взаимодействия можно ограничиться первыми двумя членами ряда в разложении поляризации среды по малому параметру μ . При этом уравнение для амплитуды импульса в слабонелинейной среде для $\tau \in [0, 1]$ представляется в виде

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \left\{ \frac{1}{c} + \left[\frac{1}{V_g(\varepsilon)} - \frac{1}{c} \right] \cdot [1 - f(\eta_0)] \right\} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \\ = -\frac{1}{2} \beta_{ex}[1 - f(\eta_0)](1 - \alpha\varepsilon^2)\varepsilon, \quad (8)$$

где

$$V_g(\varepsilon) = 1 / \left[\frac{1}{c} - \frac{1}{2} \beta_{ex} T_2 \frac{1 - \Delta^2 T_2^2}{1 + \Delta^2 T_2^2} + \beta \varepsilon^2 \right]$$

— групповая скорость импульса в среде, β_{ex} — коэффициент линейного поглощения, функция

$$f(\eta_0) = \exp(-\eta_0/T_2) [(1 - \Delta^2 T_2^2) \cos(\Delta\eta_0) - 2\Delta T_2 \sin(\Delta\eta_0)] \quad (9)$$

описывает когерентные переходные процессы в среде. Из (1g) и (26) следует, что пограничный слой, обусловленный этими процессами, распространяется со скоростью c , т.е. $\eta_0 = t - z/c$. Параметры

$$\alpha = qz^2 T_2 / (1 + \Delta^2 T_2^2); \\ \beta = \alpha \beta_{ex} T_2 [2 - \Delta^2 T_2^2 + q(1 + \Delta^2 T_2^2)] / (1 + \Delta^2 T_2^2)$$

характеризуют нелинейное изменение коэффициента поглощения и аномальной дисперсии среды соответственно, обусловленное выравниванием заселеностей уровней резонансного перехода.

Как правило, уровни резонансного перехода являются вырожденными. Для импульсов малой площади когерентные переходные процессы в среде не зависят от величины дипольного момента перехода, и пространственное вырождение уровней оказывается лишь на эффекте насыщения резонансного поглощения (см., например, [17]), что может быть учтено соответствующим переобозначением параметров α и β .

Решая уравнение (8) методом характеристик, получим

$$\varepsilon(z, \eta) = \frac{\varepsilon_0(\eta) \exp\left\{-\frac{1}{2} \beta_{\text{ex}} z [1 - f(\eta_0)]\right\}}{1 - \frac{\alpha}{2} \varepsilon_0^2(\eta) \{1 - \exp[-\beta_{\text{ex}} z [1 - f(\eta_0)]]\}}. \quad (10)$$

Проекции характеристик уравнения (8) на плоскость z, t задаются неявной функцией

$$t = \eta + \frac{z}{c} - \frac{1}{2} \beta_{\text{ex}} z T_2 \frac{1 - \Delta^2 T_2^2}{1 + \Delta^2 T_2^2} [1 - f(\eta_0)] - \\ - \frac{\beta}{\beta_{\text{ex}}} \ln \{1 - \alpha \varepsilon_0^2(\eta) [1 - \exp[-\beta_{\text{ex}} z [1 - f(\eta_0)]]]\}. \quad (11)$$

Используя (2, 6), (7), (10), получим поле излучения в среде для $\eta \geq \tau_u$ в виде

$$\varepsilon(z, \eta) = \varepsilon_0(\tau_u) (1 - e^{-\beta_{\text{ex}} z / 2}) \frac{T_2}{1 + \Delta^2 T_2^2} e^{-(\eta - \tau_u)/T_2} \times \\ \times \{(1 - \Delta^2 T_2^2) \cos [\Delta(\eta - \tau_u)] + 2\Delta T_2 \sin [\Delta(\eta - \tau_u)]\}, \quad (12)$$

а проекции характеристик на плоскость z, t в данном случае имеют вид

$$t = \eta + \frac{z}{c} - \frac{1}{2} \beta_{\text{ex}} z \frac{1 - \Delta^2 T_2^2}{1 + \Delta^2 T_2^2} \equiv \eta + \frac{z}{V_g(0)}. \quad (13)$$

Обсуждение результатов расчета

Анализ полученных выражений проведем для модельного импульса с начальной амплитудой

$$\varepsilon_0(\eta) = \chi(\eta) \chi(1 - \eta/\tau_u) \sin(\pi \eta/\tau_u), \quad (14)$$

где $\chi(x)$ — функция Хевисайда, равная единице для неотрицательных значений аргумента и нулю — в противном случае.

На рис. 1 представлен расчет пропускания резонансной среды для короткого импульса конечной длительности, из которого следует, что ослабление переднего фронта импульса существенно отклоняется от закона Бугера. Дополнительное просветление среды для центральной части импульса обусловлено эффектом насыщения коэффициента поглощения среды. Здесь I_s — интенсивность насыщения резонансного перехода.

На рис. 2 показана трансформация формы импульса конечной длительности при распространении в среде для $\Delta = 0$. Видно, что независимо от величины начальной интенсивности импульс по мере распространения в среде трансформируется к форме, имеющей крутой передний фронт, практически не претерпевающий ослабление, и экспоненциально спадающую во времени центральную часть. Когерентное переизлучение среды, обусловленное затуханием свободной поляризации, вызывает появление за задним фронтом импульса поля, напряженность которого сдвинута по фазе на 180° по отношению к самому импульсу. Сигнал затухания свободной поляризации также имеет крутой передний фронт, скорость нарастания которого определяется неоднородным уширением линии [18], и плавно спадающую центральную часть. Таким образом, по мере распространения в среде импульс асимптотически стремится к устойчивой (стационарной) форме, имеющей практически нулевую площадь, а следовательно, и аномально низкие энергетические потери (см., например, [20, 23]).

Для импульсов с крутым передним и плавно спадающим задним фронтами будет наблюдаться существенное уменьшение длительности при распространении в среде, которое можно оценить по формуле

$$\frac{\delta\tau(z)}{\tau_u} = \frac{1}{2} \beta_{\text{ex}} z \frac{1 - \Delta^2 T_2^2}{1 + \Delta^2 T_2^2} [1 - f(\eta_0)], \quad (15)$$

где длительность импульса определяется временем взаимодействия излучения со средой.

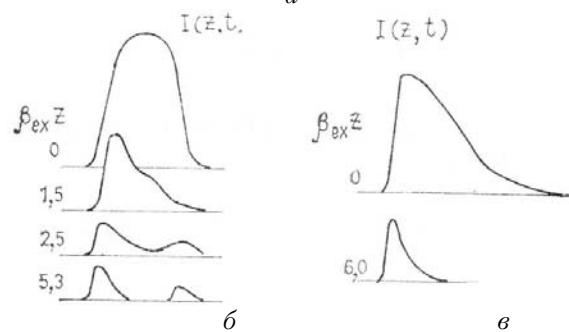
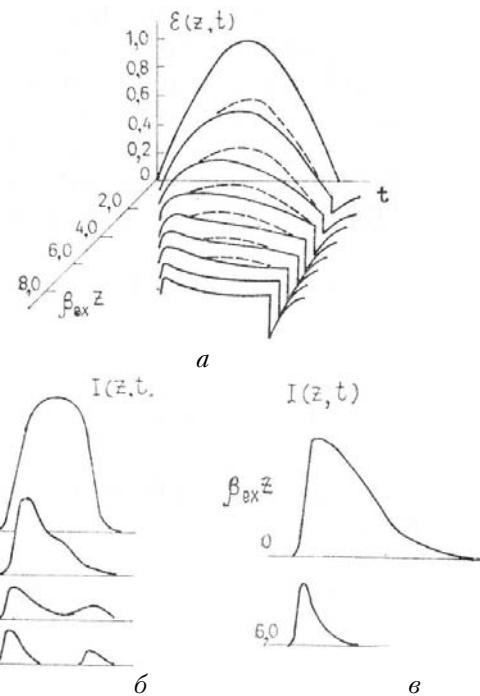
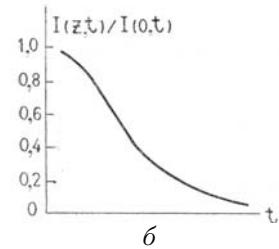
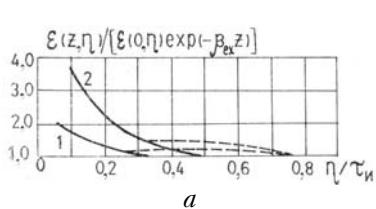


Рис. 1. Пропускание резонансно поглощающей среды для импульса конечной длительности: (а) расчет по формуле (10) для $\mu = 0,3$ при $\beta_{ex}z = 1,0$ (1), $2,0$ (2); — при $I(0)/I_s \equiv \alpha\varepsilon_0^2 \ll 1$, — при $I(0)/I_s = 0,25$; (б) результат численного расчета из [23] для $\mu = 0,75$ при $\beta_{ex}z = 6,0$

Отметим, что в отличие от предела адиабатического следования для импульса конечной длительности неприменимо понятие скорости распространения (т.е. скорости, с которой он переносится как целое в пространстве), поскольку проекции характеристик на плоскость z, t (11) не параллельны друг другу даже в линейном случае (рис. 3).

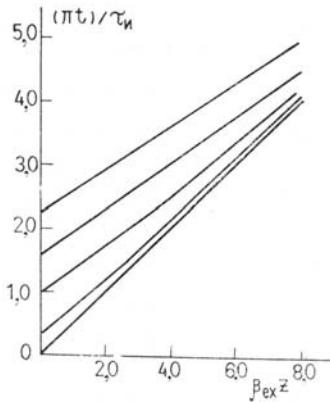


Рис. 3. Проекции характеристик уравнения (8) на плоскость z, t при $I(0)/I_s \ll 1$

Оценку фазовой самомодуляции импульса можно получить следующим образом. Из системы уравнений (1), (2) следует, что трансформация амплитудно-фазовых характеристик импульса в резонансно поглощающей среде подчиняется дифференциальному соотношению

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial \eta_0} + \frac{\partial Q}{\partial z} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \eta_0} + \left(\frac{1}{T_2} + \frac{\partial Q}{\partial \eta_0} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad (16)$$

где $Q = \ln \varepsilon(z, \eta_0)$, $\Phi = \Delta \eta_0 - \varphi(z, \eta_0)$. Если функция $Q(z, \eta_0)$ известна, соотношение (16) можно рассматривать как уравнение относительно $\Phi(Q, z, \eta_0)$, решение которого определяет функциональ-

ную зависимость фазовых характеристик от амплитудных характеристик импульса в среде. В условиях квазистационарного взаимодействия фазовая самомодуляция практически не влияет непосредственно на огибающую амплитуды импульса в среде, что и позволяет использовать данную схему расчета. Ограничивааясь главным членом асимптотики (16) при малом μ [19] с учетом (10), самомодуляцию фазы импульса можно оценить по формуле

$$\begin{aligned} \varphi(z, \eta) = & -\frac{\Delta T_2}{2} \beta_{ex} z [1 - f(\eta_0)] + \frac{\Delta T_2}{2} z \varepsilon_0^2(\eta) \times \\ & \times \{1 - \exp[-\beta_{ex} z [1 - f(\eta_0)]]\} \end{aligned} \quad (17)$$

при условии, что $(\Delta T_2)^2 \beta_{ex} z \ll 1$. Из (17) следует, что когерентные переходные процессы могут вызвать на переднем фронте импульса существенную фазовую модуляцию даже в линейном случае. Изменение фазовой скорости на переднем фронте импульса может также оказаться на угловой расходности пучка излучения при распространении на наклонных трассах в линии селективного поглощения атмосферы.

Как показано на рис. 1, 2, представленный расчет имеет хорошее согласие с результатами экспериментальных работ и численных расчетов, выполненных в условиях, близких к рассматриваемым [20–23].

Таким образом, можно сделать вывод о том, что когерентные переходные процессы существенно влияют на трансформацию оптических импульсов в резонансной среде даже в условиях квазистационарного взаимодействия. Это выражается в изменении формы, длительности, модуляции фазы импульса, более слабом поглощении энергии импульса при распространении в среде.

Указанные закономерности необходимо учитывать при анализе задач распространения импульсного излучения в резонансных средах. Они также могут быть использованы для получения информации о параметрах резонансно поглощающего газа.

1. Grischkowsky D. — Physical Review, 1973, v. A7, p. 2096.
2. Crisp M.D. — Physical Review, 1973, v. A8, p. 2128.
3. Rudolph W. — Optics and Quantum Electronics, 1984, v. 16, p. 541.
4. Крюков П.Г., Летохов В.С. — УФН, 1969, т. 99, с. 169.
5. Кистенев Ю.В. — Известия вузов. Физика, № 4644-B87, деп в ВИНИТИ 25.06.87.
6. Гореславский С.П., Яковлев В.П. — Известия АН СССР. Серия физическая, 1973, т. 37, с. 2211.
7. Вайнштейн Л.А. — УФН, 1976, т. 118, с. 339.
8. Icsevgi A., Lamb W.E. — Physical Review, 1969, v. 185, p. 517.
9. Davis L.W., Lin R.S. — IEEE Journ. of Quantum Electronics 1973 v. OE-9, p. 1135.
10. Лазерная и когерентная спектроскопия/Под ред Дж. Стейнфельда — М.:Мир, 1982.
11. Смит К., Томсон Р. Численное моделирование газовых лазеров. — М.:Мир, 1981.
12. Schenzle A., Brewer R.G. — Physical Review, 1976, v. A14, p. 1756
13. Pottinger J., Lendi K. — Physical Review, 1985, v. A3, p. 1299.
14. Reynaud S., Cohen-Tannoudji C. — In: Laser Spectroscopy V—Berlin e. a.: Springer—Verlag, 1981, p. 166.
15. Вишик М.И., Люстерник Л.А. — УМН, 1957, т. 12, с. 3.
16. Найфе А. Методы возмущений. — М.: Мир, 1976.
17. Алексеев В.А., Малюгин А.В. — ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 911.
18. Schenzle A., Wong N.C., Brewer R.G. — Physical Review, 1980, v. A21, p. 887.
19. Кистенев Ю.В. — Оптика и спектроскопия, 1987, т. 62, с. 1402.
20. Gieneisen H.P., Goldhar J., Kurnit N.A. et al. — Applied Physics Letters, 1972, v. 21, p. 559.
21. Hamadani S.M., Goldhar J., Kurnit N.A. et al. — Applied Physics Letters, 1974, v. 25, p. 160.
22. Копвиллем У.Х., Нагибиров В.Р., Кавеева З.М. и др. — Украинский физический журнал, 1972, т. 17, с. 1657.
23. Варнавский О.П., Головлев В.В., Киркин А.Н. и др. Квантовая электроника, 1986, т. 13, с. 1526.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР, Томск
Сибирский физико-технический институт
им. В.Д. Кузнецова, Томск

Поступила в редакцию
22 января 1988 г.

Yu.V. Kistenev, Yu.N. Ponomarev. Small-Area Optical Pulse Distortion under Quasi-stationary Interaction with Resonance Medium.

Analytical solutions to Maxwell–Bloch equations for a set of functions with a compact support are used to study physical mechanisms responsible for optical pulse distortion in an extended weakly-nonlinear resonance-absorbing gaseous medium. The pulse duration is assumed to be longer than the phase memory time. Coherent transient processes are shown to make a great contribution to the distortion of finite pulses even under quasi-stationary interactions, changing pulse shape and duration and resulting in phase modulation and a weaker absorption of the pulse energy.