«Оптика атмосферы и океана», **11**, № 4 (1998)

УДК 535.2; 551.501

Б.В. Кауль

УРАВНЕНИЕ ЛАЗЕРНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ СЛАБОАНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ

Приводится вывод уравнения лазерного зондирования в предположении, что анизотропия рассеивающей среды не вызывает существенного искажения волнового фронта зондирующего излучения. Показано, что уравнение можно использовать для интерпретации результатов зондирования атмосферных кристаллических облаков.

Весьма распространенный класс атмосферных объектов – кристаллические облака – представляет собой с точки зрения оптики атмосферы оптически анизотропную среду. При распространении света в такой среде ослабление и поляризация прямого и рассеянного излучения зависят от направления распространения и начального состояния поляризации падающего на среду излучения.

Известное уравнение лазерного зондирования этого обстоятельства не учитывает, так как оно записано для интенсивности и представляет собой, по сути, решение скалярного уравнения переноса для рассеяния первой кратности в направлении назад. При этом предполагается, что характеристики рассеивающей среды могут быть описаны скалярными величинами – коэффициентами рассеяния и ослабления и индикатрисой рассеяния.

Следующее приближение, которое позволяет связать уравнением векторы Стокса излученного и рассеянного света, заключается в подстановке в уравнение матрицы обратного рассеяния вместо одноименного коэффициента. Причем считается, что ослабление излучения при распространении его вдоль трассы до рассеивающего объема и обратно может быть по-прежнему описано скалярным коэффициентом ослабления. Тем самым не рассматривается возможная зависимость ослабления излучения от направления распространения по отношению к осям, характеризующим анизотропию среды. Также исключается из рассмотрения возможное изменение поляризации прямого и рассеянного излучения по мере прохождения им участка трассы зондирования, расположенного в анизотропной среде.

Априори это приближение кажется достаточным для зондирования кристаллических облаков, так как можно предположить, что вследствие их малой оптической плотности анизотропия рассеивающих свойств окажет незначительное влияние на поляризацию нерассеянного излучения и коэффициент его ослабления.

Но, как следует из наших оценок [1], по крайней мере в отношении учета ослабления вдоль трассы, могут иметь место существенные поправки на анизотропию экстинкции.

Во всяком случае представляется необходимым получение соотношений, которые позволили бы оценить границы применимости этого приближения и, в случае необходимости, сделать соответствующие поправки. Безотносительно к зондированию кристаллических облаков излагаемый ниже вывод уравнения лазерного зондирования поясняет существо проблем, которые могут возникнуть при зондировании анизотропных сред.

Процесс распространения поляризованного излучения в анизотропной среде описывается системой четырех зацепляющихся интегродифференциальных уравнений для параметров Стокса [2]. В компактной векторно-матричной форме эта система записывается следующим образом:

$$\left(\frac{\partial}{c\partial t} + \omega\nabla + \varepsilon(\mathbf{r},\omega)\right) \mathbf{S}(t, \mathbf{r}, \omega) =$$

$$= \int\limits_{4\pi} d\omega' \, \mathbf{M}(\mathbf{r}, \omega, \omega') \, \mathbf{S}(t, \mathbf{r}, \omega') + \mathbf{C}(t, \mathbf{r}, \omega), \qquad (1)$$

где $\mathbf{S}(t, \mathbf{r}, \omega)$ – вектор Стокса излучения в точке пространства, определенной радиус-вектором $\mathbf{r}$; ω – единичный вектор направления распространения света, совпадающий с волновым вектором $\mathbf{k}$. Выделенный скобками оператор переноса содержит частную производную по времени, поделенную на скорость света в среде c, оператор $\omega\nabla$, который имеет смысл производной по направлению ω, и матрицу экстинкции ε для излучения, распространяющегося в направлении ω. Интеграл в правой части определяет распространяющееся в направлении ω излучение, которое возникает за счет перераспределения излучения, падающего со всевозможных направлений ω' на единичный объем, окружающий точку $\mathbf{r}$. Размерность элементов матрицы рассеяния $\mathbf{M}$ – [м$^{-1}$·ср$^{-1}$]. Вектор $\mathbf{C}$ определяет поле, создаваемое источниками излучения.

Уравнение лазерного зондирования можно было бы получить как решение системы (1), которое в явном виде связывало бы поток вектора Стокса, падающего на антенну лидара с параметрами среды ε и $\mathbf{M}$ при заданном векторе Стокса излучения передатчика. Но система (1) может быть решена только численно. Поэтому ниже сделаны упрощающие допущения, смысл которых поясняется по ходу изложения.

В качестве некоторого эвристического пункта рассмотрим скалярное уравнение переноса, которое по форме совпадает с уравнением (1):

$$\left(\frac{\partial}{c\partial t} + \omega\nabla + \varepsilon(\mathbf{r},\omega)\right) J(t, \mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}) = \frac{\sigma(\mathbf{r})}{4\pi}\int\limits_{4\pi} d\omega'\, \gamma(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}') \times$$

$$\times J(t, \mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}') + q(t, \mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}), \qquad (2)$$

где $J(t, \mathbf{r}, \boldsymbol{\omega})$ – интенсивность излучения; ε – коэффициент ослабления; σ – коэффициент рассеяния; γ – индикатриса рассеяния.

Это уравнение можно записать в операторном виде [3]

$$\mathbf{L}\, J = \mathbf{B}\, J + q. \qquad (3)$$

Смысл дифференциального $\mathbf{L}$ и интегрального $\mathbf{B}$ операторов ясен из сравнения с (2).

Решение уравнения (3) может быть представлено в виде ряда

$$J = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\mathbf{L}^{-1}\mathbf{B}\right)^n\ \mathbf{L}^{-1} q = \sum_{n=0}^{\infty} J_n\ , \qquad (4)$$

причем n означает кратность рассеяния.

Следовательно, для прямого (нерассеянного) излучения имеем

$$J_0 = \mathbf{L}^{-1} q \qquad (5)$$

и для рассеяния первой кратности

$$J_1 = \mathbf{L}^{-1}\, \mathbf{B}\, \mathbf{L}^{-1} q. \qquad (6)$$

Обратный оператор $\mathbf{L}^{-1}$ связан с $\mathbf{L}$ соотношением $\mathbf{L}\,\mathbf{L}^{-1} = \mathbf{I}$, где $\mathbf{I}$ – единичный (тождественный) оператор. Он представляет собой интегральный оператор, содержащий функцию Грина оператора $\mathbf{L}$ в качестве ядра. Функция Грина имеет следующий вид:

$$\mathbf{G}(t, t', \mathbf{r}, \mathbf{r}') = h(t - t')\, e^{-\varepsilon c(t-t')}\, \delta\,[(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - c(t - t')\,\omega], \qquad (7)$$

где $h(t)$ – функция единичного скачка; $\delta(\xi)$ – дельта-функция.

Решение уравнения (5) имеет следующий вид:

$$J_0 = c\int\limits_{-\infty}^{\infty} dt' \int\!\!\int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\int d\mathbf{r}'\, \mathbf{G}(t, t', \mathbf{r}, \mathbf{r}')\, q(t', \mathbf{r}', \boldsymbol{\omega}). \qquad (8)$$

Предположим, что $\varepsilon = \text{const}$, и зададим функцию источника следующим образом:

$$q(t', \mathbf{r}', \boldsymbol{\omega}) = P_0(\Delta\omega_0)^{-1}\, \delta(t)\, \delta(\mathbf{r})\, [h(\theta - \Delta\theta/2) - h(\theta + \Delta\theta/2)] \times$$

$$\times\, [h(\varphi) - h(\varphi + \pi)], \qquad (9)$$

где θ, φ – соответственно полярный и азимутальный углы, характеризующие направление $\boldsymbol{\omega}$.

Формула (9) описывает действие мгновенного точечного источника с мощностью P_0, излучающего равномерно в конический телесный угол $\Delta\omega_0 = \pi(\Delta\theta)^2/4$.

При сделанных допущениях (8) дает очевидный результат

$$J_0(\mathbf{r}) = P_0(\Delta\omega_0)^{-1}\, \mathbf{r}^{-2} \exp\{-\varepsilon r\}, \qquad (10)$$

означающий убывание интенсивности обратно пропорционально квадрату расстояния и ослабление по закону Бугера.

Для случая анизотропной среды будем исходить из следующих предположений: в уравнении (1) отбросим интегральный член и будем рассматривать только нерассеянное излучение.

Вектор $\mathbf{C}(t, \mathbf{r}, \omega)$ зададим аналогично (9), считая, что в момент $t = 0$ в точке $\mathbf{r} = 0$:

$$\mathbf{C}_0 = P_0(\Delta\omega_0)^{-1}\, \mathbf{s}_0, \qquad (11)$$

где $\mathbf{s}_0$ – нормированный вектор Стокса источника.

Предположим, что существует оператор $\mathbf{L}^{-1}$, обратный оператору $\mathbf{L}$, стоящему в левой части уравнения (1), такой, что, действуя на источник (11), он дает решение, повторяющее структуру решения (10):

$$\mathbf{S}_0(\mathbf{r}) = \mathbf{L}^{-1}\, \mathbf{C} = \mathbf{r}^{-2}\, \mathbf{Y}\, P_0(\Delta\omega_0)^{-1}\, \mathbf{s}_0, \qquad (12)$$

где $\mathbf{Y}$ – неизвестный пока оператор, характеризующий трансформацию параметров Стокса. Эта запись, по существу, является следствием допущения слабой анизотропии. Она означает, что происходит чисто геометрическое пространственное размытие цуга излучения источника. Из рассмотрения исключаются возможные искажения волновых фронтов, например вследствие двулучепреломления. Как станет ясно из дальнейшего, условие слабой анизотропии сводится к малости недиагональных элементов матрицы экстинкции

$$\varepsilon_{ii} \gg \varepsilon_{ij}.$$

Далее предполагается, что излучение распространяется вдоль оси z в малом телесном угле $\Delta\omega_0$, так что в пределах этого угла можно считать

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\varepsilon}(z, \mathbf{e}_z), \qquad (13)$$

где $\mathbf{e}_z$ – единичный орт.

Для отыскания оператора $\mathbf{Y}$ заметим, что при отсутствии интегрального члена в (1) и после окончания действия источника, когда $\mathbf{C}(t, \mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}) = 0$, (1) принимает вид однородной системы линейных уравнений. Воспользовавшись условием (13), запишем систему для одномерного случая, приняв во внимание, что после окончания действия источника подстановкой $z = ct$ можно исключить явную зависимость от времени

$$\frac{d}{dz}\mathbf{S}(z) = -\,\boldsymbol{\varepsilon}(z, \mathbf{e}_z)\,\mathbf{S}(z). \tag{14}$$

Решение этой системы однозначно определяется граничным условием, которое задано формулой (11).

Из теории систем линейных дифференциальных уравнений известно, что решение системы (14) может быть записано следующим образом [4]:

$$\mathbf{S}(z) = \mathbf{Y}(z, z_0, \mathbf{e}_z)\,\mathbf{S}(z_0), \tag{15}$$

где $\mathbf{Y}(z, z_0, \mathbf{e}_z)$ – фундаментальная матрица системы, удовлетворяющая граничному условию

$$\mathbf{Y}(z, z_0, \mathbf{e}_z) = \mathbf{I}, \tag{16}$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица.

Матрица $\mathbf{Y}(z, z_0, \mathbf{e}_z)$ выражается через матрицу $(-\boldsymbol{\varepsilon})$ следующим итерационным рядом:

$$\mathbf{Y}(z, z_0) = \mathbf{I} - \int_{z_0}^{z} \varepsilon(z_1)\,dz_1 + \int_{z_0}^{z} \varepsilon(z_1)\,dz_1 \int_{z_0}^{z} \varepsilon(z_2)\,dz_2 -$$

$$- \int_{z_0}^{z} \varepsilon(z_1)\,dz_1 \int_{z_0}^{z} \varepsilon(z_2)\,dz_2 \int_{z_0}^{z} \varepsilon(z_3)\,dz_3 + \ldots \tag{17}$$

Здесь для упрощения записи в аргументах матриц опущена зависимость от $\mathbf{e}_z$.

При $\boldsymbol{\varepsilon}$, не зависящем от z, ряд (17) совпадает с определением экспоненциальной функции, аргументом которой является матрица

$$\exp(-\mathbf{A}) = \sum_{n=0}^{\infty} (-\mathbf{A})^n / n! \tag{18}$$

Таким образом, при $\boldsymbol{\varepsilon}(z, \mathbf{e}_z) = \mathrm{const}$ из (17) следует

$$\mathbf{Y}(z, z_0, \mathbf{e}_z) = \exp\{-(z - z_0)\,\boldsymbol{\varepsilon}\}. \tag{19}$$

Из известного свойства фундаментальной матрицы

$$\mathbf{Y}(z,z_0) = \mathbf{Y}(z,z_{n-1})\,\mathbf{Y}(z_{n-1},z_{n-2}) \ldots \mathbf{Y}(z_1,z_0) \tag{20}$$

следует, что при $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}(z, \mathbf{e}_z)$

$$\mathbf{Y}(z, z_0, \mathbf{e}_z) = \exp\left\{-\int_{z_0}^{z} \varepsilon(z', \mathbf{e}_z)\,dz'\right\}. \tag{21}$$

Подставив в (15) оператор (21) и граничное условие (11) и сравнив с (12), найдем, что оператор $\mathbf{L}^{-1}$ при сделанных допущениях имеет вид

$$\mathbf{L}^{-1} = r^{-2} \exp\left\{-\int_{z_0}^{z} \varepsilon(z', \mathbf{e}_z)\,dz'\right\}. \tag{22}$$

Для распространяющегося по направлению вперед излучения, согласно (12), получим

$$\mathbf{S}_0(z, \mathbf{e}_z) = P_0[\Delta\omega_0\, r^2]^{-1} \exp\left\{-\int_{z_0}^{z} \varepsilon(z', \mathbf{e}_z)\,dz'\right\} \mathbf{s}_0. \tag{23}$$

Далее, согласно формальной записи (6), для вычисления параметров Стокса рассеянного излучения следует на вектор Стокса $\mathbf{S}_0(z)$ подействовать оператором рассеяния, а затем снова оператором (22), но для направления $-\,\mathbf{e}_z$.

Для отыскания оператора рассеяния используем известный прием. Будем считать, что в каждый момент времени t на расстоянии $z = ct$ возникает источник, вектор Стокса которого описывается следующей формулой:

$$\mathbf{S}_0(z, -\,\mathbf{e}_z) = \mathbf{M}_\pi(z)\,\Delta V\,\mathbf{S}_0(z, \mathbf{e}_z), \tag{24}$$

где $\mathbf{M}_\pi(z) = \mathbf{M}_\pi(z, \mathbf{e}_z, -\,\mathbf{e}_z)$ – матрица обратного рассеяния, а

$$\Delta V = r^2\,\Delta\omega_0\, c\Delta t/2 \tag{25}$$

– часть освещенного объема, дающего вклад в обратное рассеяние в момент времени t. Это излучение поступает на антенну лидара в момент времени $2t$. В (25) Δt – длительность прямоугольного импульса, эквивалентного по излученной энергии реальному импульсу лазера с пиковой мощностью P_0.

Трансформация рассеянного излучения на пути от освещенного объема до лидара будет определяться оператором

$$\mathbf{L}^{-1}(-\,\mathbf{e}_z) = r^{-2}\,\mathbf{Y}(z, z_0, -\,\mathbf{e}_z). \tag{26}$$

Имея в виду $\mathbf{r} = z$ и $z_0 = 0$, объединим (22)–(25) по схеме (6), умножим на площадь антенны лидара и получим искомое уравнение

$$P(z)\,\mathbf{s}(z) = \frac{1}{2}\,c\,W_0\,Az^{-2}\,\mathbf{Y}(z, -\,\mathbf{e}_z)\,\mathbf{M}_\pi(z)\,\mathbf{Y}(z, \mathbf{e}_z)\,\mathbf{s}_0, \tag{27}$$

где $\mathbf{s}(z)$ и $\mathbf{s}_0$ – безразмерные нормированные векторы Стокса соответственно рассеянного и излученного света; c – скорость света в среде; $W_0 = P_0\Delta t$ – энергия импульса передатчика лидара; A – площадь приемной антенны; z – расстояние до рассеивающего объема. Элементы матрицы обратного рассеяния имеют размерность [$\text{м}^{-1}\cdot\text{ср}^{-1}$].

Уравнение связывает в приближении однократного рассеяния потоки векторов Стокса излученного передатчиком и падающего на антенну лидара рассеянного света.

Рассмотрим свойства операторов $\mathbf{Y}$, которые имеют вид (21). В уравнении (27) предполагается, что анизотропная среда непосредственно примыкает к лидару, т.е. $z_0 = 0$. Если между лидаром и анизотропной средой имеется участок трассы $[0, z_0]$, на котором ослабление может быть описано скалярным коэффициентом ослабления $\alpha(z)$, то на основании свойства фундаментальной матрицы (20) можно записать

$$\mathbf{Y}(z,\mathbf{e}_z) = \mathbf{Y}(z, z_0, \mathbf{e}_z)\, \mathbf{Y}(z, 0, \mathbf{e}_z); \tag{28}$$

$$\mathbf{Y}(z,-\mathbf{e}_z) = \exp\left\{-\int\limits_{z_0}^{z} \varepsilon(z')dz'\right\} \exp\left\{-\int\limits_{0}^{z_0} \alpha(z')dz'\right\}. \tag{29}$$

Интервал $[z, z_0]$ можно на основании (20) разбить на n элементарных интервалов Δz_i таких, что в пределах одного интервала можно считать $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathrm{const}$ и $\varepsilon_{ij}\, \Delta z \ll 1$. Тогда оператор $\mathbf{Y}(z, z_0, \mathbf{e}_z)$ можно представить в виде произведения

$$\mathbf{Y}(z, z_0, \mathbf{e}_z) = (\mathbf{I} - \Delta z_n\, \varepsilon_n) \ldots (\mathbf{I} - \Delta z_i\, \varepsilon_i) \ldots (\mathbf{I} - \Delta z_1\, \varepsilon_1), \tag{30}$$

где $\mathbf{I}$ означает единичную матрицу. Матрица ε_l относится к интервалу $\Delta z_1 = (z_1 - z_0)$ и т.д.

Поскольку в общем случае

$$\varepsilon_i\, \varepsilon_j - \varepsilon_j\, \varepsilon_i \neq 0,$$

то сомножители в (30) не перестановочны.

Так как прямое и рассеянное излучения распространяются по одному и тому же пути, то рассеивающие частицы оказываются во взаимном положении по отношению к излучению, идущему в прямом и обратном направлениях. Согласно теореме взаимности при этом происходят транспонирование амплитудной матрицы рассеяния и инверсия знаков у недиагональных элементов [5].

На матрицах экстинкции это обстоятельство сказывается следующим образом: если записать матрицу $\boldsymbol{\varepsilon}(z, \mathbf{e}_z)$ для излучения, идущего в прямом направлении в виде блочной матрицы

$$\boldsymbol{\varepsilon}(z, \mathbf{e}_z) = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix},$$

то для излучения, идущего в обратном направлении, матрица запишется

$$\boldsymbol{\varepsilon}^*(z) = \boldsymbol{\varepsilon}(z, -\mathbf{e}_z) = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix}. \tag{31}$$

Оператор $\mathbf{Y}(z, z_0, -\mathbf{e}_z)$, при сохранении разбиения интервала $[z, z_0]$ как в (30), с учетом (31), записывается следующим образом:

$$\mathbf{Y}(z, z_0, -\mathbf{e}_z) = (\mathbf{I} - \Delta z_1\, \boldsymbol{\varepsilon}_1^*) \ldots (\mathbf{I} - \Delta z_i\, \boldsymbol{\varepsilon}_i^*) \ldots (\mathbf{I} - \Delta z_n\, \boldsymbol{\varepsilon}_n^*), \tag{32}$$

т.е. сомножители идут в обратном порядке.

В общем случае решение уравнения (27) сопряжено со значительными трудностями. Оно, как и скалярное уравнение лазерного зондирования, должно быть доопределено некоторым матричным соотношением типа

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\Gamma}\, \mathbf{M}_\pi,$$

которое устанавливало бы априорную связь между матрицами экстинкции и обратного рассеяния. После этого, представив в уравнении (27) операторы $\mathbf{Y}(z, z_0, -\mathbf{e}_z)$ и $\mathbf{Y}(z_0, z, -\mathbf{e}_z)$ в виде (30) и (32), можно решать его итерациями.

К счастью, при зондировании кристаллических облаков ситуация выглядит, по-видимому, значительно проще. Нами проведены предварительные исследования матрицы экстинкции для упрощенных моделей ледяных кристаллических ансамблей [1]. Рассчитывались матрицы экстинкции для ансамблей цилиндрических частиц при различных модальных размерах и типах ориентации. Оказалось, что значения недиагональных элементов матрицы экстинкции, как правило, не превышают одного процента от значений диагональных элементов. Причем отношение $\varepsilon_i\, \varepsilon_j / \varepsilon_i\, \varepsilon_i$ больше для мелких частиц, размеры которых сравнимы с длиной волны излучения и уменьшаются по мере увеличения размеров. Это, очевидно, указывает на то, что для крупных частиц основной компонент экстинкции обусловлен дифракцией на краях частиц, а интерференция нерассеянной волны с волной, прошедшей через частицу, играет существенно меньшую роль. Влияние фактора дифракции вряд ли будет значительно снижено, если будут учтены гексагональные формы частиц и двойное лучепреломление льда. Поэтому представляется весьма вероятным, что с хорошей точностью можно принять

$$\boldsymbol{\varepsilon}(z, \mathbf{e}_z) = \alpha(z, \mathbf{e}_z)\, \mathbf{I}. \tag{33}$$

При выполнении этого условия оператор $\mathbf{Y}(z, z_0, -\mathbf{e}_z)$ коммутирует с оператором $\mathbf{M}_\pi$ и, кроме того,

$$\mathbf{Y}(z, z_0, -\mathbf{e}_z) = \mathbf{Y}(z, z_0, \mathbf{e}_z).$$

Тогда уравнение (27) принимает следующий вид:

$$P(z)\, \mathbf{s}(z) = \frac{1}{2}\, c\, W_0\, A z^{-2}\, \mathbf{M}_\pi(z)\, \mathbf{s}_0 \times$$

$$\times \exp\left\{-2\int\limits_{0}^{z_0} \alpha(z', \theta, \varphi)dz'\right\}. \tag{34}$$

В порядке учета ослабления вдоль трассы зондирования это уравнение отличается от скалярного уравнения зондирования только тем, что коэффициент ослабления может зависеть от полярного θ и азимутального φ углов, определяющих направление трассы зондирования по отношению к осям, характеризующим анизотропию среды.

В свете вышеизложенного представляется, что простая замена коэффициента обратного рассеяния на одноименную матрицу является достаточно обоснованным приемом для перехода к векторной форме уравнения зондирования, по крайней мере для кристаллических облаков. Если направление зондирования фиксировано, то учет ослабления вдоль трассы ничем не отличается от скалярного случая. Особенности могут появиться при сравнении результатов зондирования вдоль трасс, имеющих различные зенитные и азимутальные направления. Но если дифракционный компонент экстинкции на самом деле преобладает, то зависимость ослабления от направления зондирования легко интерпретировать. Это открывает дополнительные возможности в исследовании микрофизических и ориентационных свойств кристаллических ансамблей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки РФ по теме «Лидар» (рег. № 06-21).

1. *Кауль Б.В., Ромашов Д.Н.* Оценка влияния ориентации цилиндрических частиц льда на матрицу экстинкции // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. №12. С. 1485–1492.
2. *Долгинов А.З. Гнедин Ю.Н., Силантьев Н.А.* Распространение и поляризация излучения в космической среде. М.: Наука, 1979. 424 с.
3. *Волахотюк В.А., Кочетков В.М., Крисовский Р.Р.* Вопросы оптической локации. М.: Советское радио, 1974. 256 с.
4. *Мышкис А.Д.* Математика для втузов. Специальные курсы. М.: Наука, 1971. 632 с.
5. *Ван де Хюлст Г.* Рассеяние света малыми частицами. М.: Изд-во иностр. лит-ра, 1961. 536 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
23 сентября 1997 г.

B.V. Kaul. **Equation for Laser Sounding of Weakly Anisotropic Medium.**

The equation for laser sounding is derived under supposition that the anisotropy of the scattering medium does not cause significant distortion of wave front of the sounding radiation. It is shown that the equation can be used in interpreting the results of the atmospheric crystalline clouds sounding.