«Оптика атмосферы и океана», **12**, № 8 (1999)

УДК 517.947:551.551

Б.М. Десятков, С.Р. Сарманаев, А.И. Бородулин, С.С. Котлярова

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИСПЕРСИИ МОЩНОСТИ АТМОСФЕРНОГО ИСТОЧНИКА АЭРОЗОЛЬНЫХ ПРИМЕСЕЙ

НИИ аэробиологии ГНЦ ВБ «Вектор», Новосибирская обл.

Поступила в редакцию 3.03.99 г. Принята к печати 31.05.99 г.

Сформулирована «обратная» задача определения дисперсии мощности точечного стационарного источника атмосферных примесей. На основании проведенных нами ранее исследований по нахождению координат и математического ожидания мощности источника, с привлечением данных о значениях концентрации примеси и ее дисперсии в ряде точек наблюдения найден алгоритм определения дисперсии мощности источника. Полученные теоретические результаты проиллюстрированы рядом расчетов распространения примеси над г. Новосибирском.

В работе [1] нами была рассмотрена задача определения координат x_0, y_0, z_0 и математического ожидания мощности стационарного точечного источника аэрозольных загрязнений $\overline{q}$ по значениям концентрации примеси, полученным в ограниченном числе контрольных точек. Решение данной «обратной» задачи было основано на применении уравнения, сопряженного с уравнением турбулентной диффузии [2]. В настоящей работе описана процедура определения еще одной характеристики источника – дисперсии его мощности.

«Прямая» задача распространения примеси от стационарного точечного источника в полупространстве $z \geq 0$ может быть сформулирована в следующем виде:

$$\overline{U}_i \frac{\partial \overline{C}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} K_{ij} \frac{\partial \overline{C}}{\partial x_j} = \overline{q}\,\delta(x - x_0)\,\delta(y - y_0)\,\delta(z - z_0)\,;$$

$$\overline{C}(\pm\infty, y, z) = \overline{C}(x, \pm\infty, z) = \overline{C}(x, y, \infty) = 0\,;$$

$$-V_s\,\overline{C} - K_{zj} \frac{\partial \overline{C}}{\partial x_j} + V_g\,\overline{C} = 0 \quad \text{при } z = 0\,, \qquad (1)$$

где $\overline{U}_i$ – математическое ожидание i-й компоненты скорости среды; $\overline{C}$ математическое ожидание концентрации примеси; K_{ij} – коэффициенты турбулентной диффузии; V_s – скорость седиментации аэрозольных частиц; V_g – скорость выпадения частиц на подстилающую поверхность; $\delta(...)$ – дельта-функция Дирака. В (1) к z-компоненте скорости ветра в общем случае также следует добавить скорость седиментации аэрозольных частиц. Черта сверху означает процедуру усреднения по статистическому ансамблю. По повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Сформулируем задачу определения дисперсии концентрации примеси – σ^2;

$$\overline{U}_i \frac{\partial \sigma^2}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} K_{ij} \frac{\partial \sigma^2}{\partial x_j} = 2K_{ij} \frac{\partial \overline{C}}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{C}}{\partial x_j} - \frac{\varepsilon}{c_0\, b}\,\sigma^2 +$$

$$+\, 2\overline{(\hat{C}\hat{q})}\,\delta(x - x_0)\,\delta(y - y_0)\,\delta(z - z_0)\,;$$

$$\sigma^2(\pm\infty, y, z) = \sigma^2(x, \pm\infty, z) = \sigma^2(x, y, \infty) = 0\,; \qquad (2)$$

$$-2V_s\,\sigma^2 - K_{zj} \frac{\partial s^2}{\partial x_j} + V_g\,\sigma^2 = 0 \quad \text{при } z = 0\,,$$

где $\hat{C}$ – пульсация концентрации примеси; $\hat{q}$ – пульсация мощности источника; b – кинетическая энергия турбулентности; ε – скорость ее диссипации; c_0 – эмпирическая константа [3]. В (2) граничное условие для дисперсии задано в соответствии с [4].

Математическое ожидание произведения пульсаций в правой части (2) можно записать как $\overline{(\hat{C}\hat{q})} = r_{cq}\,\sigma\sigma_q$, где r_{cq} – коэффициент корреляции пульсаций концентрации и мощности источника; σ_q – дисперсия мощности источника. Если мгновенное значение мощности источника изменить в несколько раз, то концентрация примеси в точке источника, очевидно, изменится в то же количество раз, поэтому $r_{cq} = 1$. Вследствие этого третий член в правой части (2) можно записать в виде $2\sigma\sigma_q\delta(x - x_0)\,\delta(y - y_0)\,\delta(z - z_0)$. Перейдем к формулировке сопряженной с формулой (2) задачи. Для этого умножим выражение (2) на некоторую функцию σ_*^2 и проинтегрируем по полупространству, в котором происходит распространение примеси. После проведения выкладок с учетом граничных условий для σ^2 и полагая следующие граничные условия для σ_*^2:

$$\sigma_*^2(\pm\infty, y, z) = \sigma_*^2(x, \pm\infty, z) = \sigma_*^2(x, y, \infty) = 0\,; \qquad (3)$$

$$-V_s\,\sigma_*^2 - K_{zj} \frac{\partial \sigma_*^2}{\partial x_j} + 2V_g\,\sigma_*^2 = 0 \quad \text{при } z = 0\,,$$

получим

$$\int \sigma^2 R\,dV = \int \sigma_*^2\, 2K_{ij} \frac{\partial \overline{C}}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{C}}{\partial x_j}\, dV + 2\sigma_q(\sigma_*^2\,\sigma)\,,$$

$$-\overline{U}_i \frac{\partial \sigma_*^2}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} K_{ij} \frac{\partial \sigma_*^2}{\partial x_j} + \frac{\varepsilon}{c_0\, b}\,\sigma_*^2 = R\,. \qquad (4)$$

В (4) член в круглых скобках берется в точке $x = x_0$, $y = y_0$, $z = z_0$.

Пусть, как это рассматривалось в [1], в ряде контрольных точек известны значения математического ожидания концентрации примеси. Пусть также хотя бы в одной точке с координатами x_1, y_1, z_1 известна дисперсия концентрации примеси σ_1^2.

Теперь можно выписать следующий алгоритм решения задачи определения дисперсии мощности источника.

1. По известным значениям концентрации примеси, согласно [1], находим координаты источника и математическое ожидание мощности.

2. Решаем прямую задачу распространения (1) и находим поле математического ожидания концентрации.

3. Полагаем $R = \delta(x - x_1)\,\delta(y - y_1)\,\delta(z - z_1)$, решаем задачу (3), (4) и находим поле σ_*^2.

4. Учитывая вид R, известное значение σ_1^2 и найденные выше поля $\overline{C}$ и σ_*^2, с помощью (4) находим произведение $\sigma\sigma_q$ в точке источника.

5. После этого становится возможным решить задачу (2) для дисперсии концентрации и определить σ в точке источника. Теперь искомая величина σ_q находится тривиально по значению произведения $\sigma\sigma_q$ и σ в точке источника.

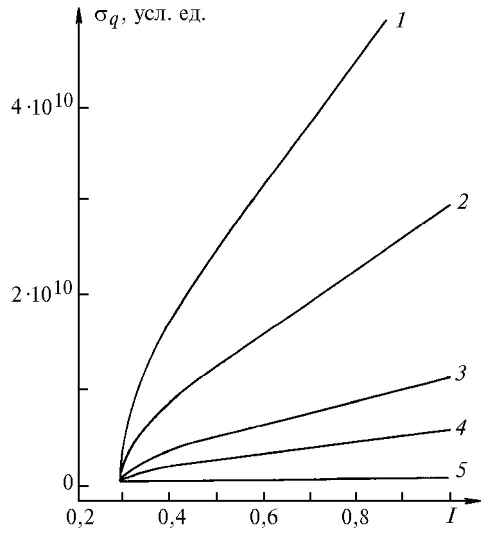
Прежде чем приступить к рассмотрению конкретного примера расчета дисперсии мощности источника, обсудим качественную зависимость σ_q от мощности источника и интенсивности пульсаций концентрации примеси $I = \sigma/\overline{C}$ в некоторой точке наблюдения. Согласно (1) имеем $\overline{C} \sim \overline{q}$. Из (2) также следует, что $\sigma^2 \sim (\overline{q})^2 + \sigma\sigma_q$. Откуда

$$\sigma_q \sim q(I - \mathrm{const}/I)\,. \qquad (5)$$

Из (5) вытекает, что дисперсия мощности источника должна монотонно увеличиваться с увеличением интенсивности пульсаций концентрации. Ввиду того, что σ_q по определению – неотрицательная величина, интенсивность пульсаций концентрации не может быть менее некоторого критического значения независимо от мощности источника.

Расчеты проводились для дневных метеоусловий, типичных для г. Новосибирска на 25 июня. На город дул юго-западный ветер, скорость которого на высоте флюгера, расположенного на загородной метеостанции, была равна 3 м/с. С использованием метода [5] определялось поле скорости ветра над городом. Затем расчеты велись в соответствии с обсуждавшимся выше алгоритмом. На рисунке приведена зависимость σ_q от I для различных значений мощности источника. Величины, имеющие размерность, приведены в условных единицах. Из рисунка видно, что результаты расчетов находятся в строгом соответствии с оценкой (5). Критическое значение I в данном случае составляет порядка 0,29.

По поводу вычисленных значений дисперсии мощности источника необходимо сделать следующее замечание. Дисперсия измеренных значений концентрации определяется тремя основными причинами: дисперсией мощности источника, статистической природой процесса распространения примесей в атмосфере и инструментальными ошибками измерения концентрации. Очевидно, в идеальном случае ламинарного пограничного слоя атмосферы и при абсолютно точном измерении концентрации дисперсия мощности источника будет равна дисперсии концентрации. В реальном случае вычисленные по предложенному выше алгоритму значения дисперсии мощности источника необходимо интерпретировать как оценку ошибки вычисленного значения мощности источника. Причем эта ошибка всегда будет отлична от нуля, даже в том случае, когда истинное значение дисперсии источника равно нулю.



Рассчитанная зависимость σ_q от I для различных значений мощности источника примесей. Цифрам *1–5* соответствуют значения q, равные 10^{10}; $0{,}5\cdot10^{10}$; $0{,}2\cdot10^{10}$; 10^9 и 10^8 усл. ед.

1. *Десятков Б.М., Сарманаев С.Р., Бородулин А.И.* Определение некоторых характеристик источника аэрозольных примесей путем решения обратной задачи их распространения в атмосфере // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11. № 9. С. 998–1001.
2. *Марчук Г.И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 320 с.
3. *Роди В.* Модели турбулентности окружающей среды // Методы расчета турбулентных течений. М.: Мир, 1984. С. 227–321.
4. *Бородулин А.И.* Задание граничных условий на подстилающей поверхности при решении уравнений для вторых моментов концентрации аэрозольной примеси // Изв. РАН. Сер. ФАО. 1994. Т. 30. № 1. С. 125–126.
5. *Десятков Б.М., Сарманаев С.Р., Бородулин А.И.* Численно-аналитическая модель переноса аэрозолей в термически стратифицированном пограничном слое атмосферы // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. № 6. С. 815–820.

B.M. Desyatkov, S.R. Sarmanaev, A.I. Borodulin, S.S. Kotlyarova. **Inverse Problem of Determination of the Dispersion Rate for an Atmospheric Aerosol Pollutant Source.**

An inverse problem on determination of the dispersion rate for a point stationary atmospheric pollutant source is formulated. On the basis of our previously conducted investigations on determination of the coordinates and mathematical expectation of the source rate, the algorithm for determination of the source dispersion rate is made using the data for pollutant concentration and its dispersion at a number of observation points. The obtained theoretical results are illustrated by the calculations of pollutant dispersion above Novosibirsk city.