

В.П. Лукин, Б.В. Фортес

Адаптивная коррекция фокусированного пучка в условиях сильных флуктуаций интенсивности

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 15.05.2000 г.

Проводится сопоставление эффективности фазовой коррекции в условиях сильных флуктуаций интенсивности для плоской волны и фокусированного гауссова пучка. Исследуются различные алгоритмы восстановления фазы оптической волны. Показаны особенности двухцветной адаптивной коррекции.

Введение

Долгое время термины «фазовая коррекция» и «коррекция волнового фронта» считались взаимозаменяемыми понятиями, а «фазовый корректор» и «корректор волнового фронта» – синонимами. Адаптивная коррекция нередко трактовалась как выпрямление волнового фронта, если речь шла о приеме искаженной волны. Для адаптивной фокусировки пучков коррекция рассматривалась как преддискоррекция волнового фронта.

С другой стороны, более строгое математическое рассмотрение [1] в рамках волновой оптики описывает фокусировку пучка или формирование изображения как сложение парциальных волн с учетом фазы их колебаний. С этой точки зрения адаптивный элемент фазировки парциальные волны и обеспечивает максимальную интенсивность в фокусе системы.

В обычных условиях, если волновой фронт является достаточно гладкой поверхностью, оба подхода действительно являются практически эквивалентными. Однако при нарушении условия гладкости волнового фронта ситуация меняется. Это происходит, например, в турбулентной атмосфере, когда флуктуации интенсивности, вызванные турбулентными флуктуациями показателя преломления, достаточно сильны.

Дислокации волнового фронта

Известно, что дислокации волнового фронта, совпадающие с точками, где мгновенное значение интенсивности равно нулю, возникают при расстояниях распространения оптической волны в случайной среде, примерно равных дифракционной длине $L_d = kr_0^2$, где r_0 – радиус когерентности плоской волны; k – волновое число излучения.

При наличии таких точек волновой фронт опорной волны уже невозможно описать как гладкую односвязную поверхность, в связи с этим эффективность адаптивных систем с гибкими зеркалами начинает снижаться.

В то же время численный эксперимент [2] с моделью составного фазового корректора показал, что его эффективность практически не изменяется при переходе в область сильных флуктуаций эффективности. Эти результаты были изложены ранее в [2, 3]. Расчеты были проведены для плоской волны, причем адаптивная система работала «на прием».

Плоская волна

Прежде чем рассматривать результаты, полученные для фокусированного волнового пучка в адаптивной системе, работающей «на передачу», т.е. на формирование фокусированного пучка, напомним наиболее важные результаты, полученные в [2, 3] для плоской волны.

Было выявлено, что эффективность адаптивной системы с составным корректором не меняется при переходе из области слабых в область сильных флуктуаций интенсивности. Этот вывод оказался нам сначала несколько парадоксальным, поскольку мы ожидали, что наличие особых точек фазы и разрывов волнового фронта потребует применения адаптивного корректора с большим числом элементов. Однако этого не произошло. В то же время с точки зрения подхода к адаптивной системе как к системе фазировки парциальных волн так и должно быть.

Действительно, трансформация фазовых искажений в амплитудные при переходе от короткой к эквивалентной длинной трассе вовсе не приводит к уменьшению размера площадки когерентности, а даже наоборот, приводит к некоторому увеличению ее размера. Поэтому, имея составное зеркало с размером элемента, равным радиусу когерентности, можем сфазировать между собой эти площадки и тем самым обеспечить когерентное сложение волн в фокусе телескопа.

С этой точки зрения легко объясним и другой результат [2, 3] для плоской волны, а именно тот факт, что зависимость эффективности адаптивной системы от задержки в контуре коррекции практически не меняется при переходе в область сильных флуктуаций.

Ограниченный гауссов пучок и «идеальный корректор»

Цель нашей работы состояла в исследовании более интересного вида волны, а именно фокусированного гауссова пучка. Мы хотели проверить, удастся ли получить для пучка такое же высокое качество коррекции, как для плоской волны. К тому же в данном случае адаптивная система работает «на передачу», что тоже может привести к другим результатам.

Известно, что для «идеальной» адаптивной системы возможно высокое качество коррекции фокусированного пучка. Это было показано в [4, 5]. «Идеальность» означает,

что фазовый корректор имеет бесконечно малый размер элемента, и граничные условия, описывающие поле на излучающей апертуре адаптивной системы, имеют вид:

$$U(\rho) = A_0(\rho) \exp[-\arg u(\rho)].$$

Фазовый корректор имеет конечный размер элемента, равный (в наших численных экспериментах) радиусу когерентности Фрида для плоской волны.

Рассмотрим сначала результаты для идеальных датчика и корректора. Здесь прежде всего интересно сопоставить эффективность адаптивной коррекции для исходной плоской волны и фокусированного пучка. Результат расчетов изображен на рис. 1.

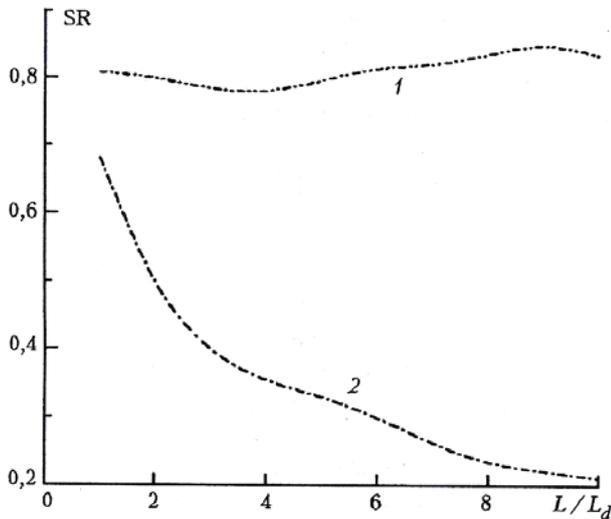


Рис. 1 Зависимость параметра SR от нормированной длины трассы: $D/r_0 = 10$; 1 – плоская волна; 2 – фокусированный гауссов пучок

В обоих случаях оптическая система работает в режиме «на передачу», т.е. излучаемая волна сначала модулируется адаптивным фазовым корректором, а затем распространяется через неоднородности показателя преломления. Таким образом, адаптивная коррекция вводится в оптическую волну как предсказание исходного излучения. Для фокусированного гауссова пучка мерой качества коррекции является средняя интенсивность излучения в фокусе, а для плоской волны – интенсивность волны, измеренная в дальней зоне, т.е. в фокусе линзы, расположенной на другом конце трассы в плоскости $z = L$. Это приближенно соответствует широкому коллимированному пучку или широкому пучку, сфокусированному далеко за слой случайно-неоднородной среды.

Из рис. 1 следует, что получен существенно разный результат для фокусированного пучка и плоской волны. В численном эксперименте, изменяя длину трассы L в диапазоне от $1/10$ до $10 L_d$, мы не обнаружили существенного снижения эффективности коррекции для плоской волны. Иной результат получился для гауссова пучка. Уже при $L = 2L_d$ фокальная интенсивность снижается вдвое, при $L = 5L_d$ – втрое, а при $L = 7L_d$ даже вчетверо по сравнению с дифракционно-ограниченным значением. Отсюда следует вывод, что существует принципиальное ограничение на чисто фазовую коррекцию турбулентного уширения фокусированного пучка. Оказывается, что какой бы ни была адаптивная система, полностью скомпенсировать

турбулентные эффекты на длинных трассах не удастся. В таблице приведены значения L_d , достижимые значения параметра Штреля (SR) для $r_0 = 10$ см и $\lambda = 0,5$ мкм и упомянутые выше значения длин трасс.

L_d , км	$L = L_d = 125$	$L = 2L_d$	$L = 5L_d$	$L = 7L_d$
SR	0,68	0,48	0,33	0,25

Расчет был выполнен для размера апертуры $D = 10 r_0$, т.е. для $D \gg r_0$. Для $D > 10 r_0$ можно ожидать примерно такой же зависимости параметра SR от L/L_d , по крайней мере, для $0,1 < SR < 1$.

Коррекция безвихревой фазы

Теперь рассмотрим другой вариант – коррекцию только безвихревой составляющей фазовых искажений. Этот вариант соответствует адаптивной системе традиционного типа с гибким зеркалом и датчиком, использующим стандартный алгоритм реконструкции фазы из ее разностей. В [2, 3] мы представляли результат для плоской волны, теперь интересно сравнить их с результатами расчета для фокусированного пучка. Они показаны на рис. 2. Несколько неожиданным, на первый взгляд, является то, что эффективность системы с плоской волной (кривая 2) уменьшается быстрее, чем для фокусированного пучка (кривая 1). В случае, показанном на рис. 1, было наоборот – быстрее уменьшалась интенсивность в фокусированном пучке. Однако это легко объяснить, если учесть, что в системе с фокусированным пучком опорным излучением является расходящаяся волна. А в расходящейся волне флуктуации интенсивности развиваются медленнее, чем в плоской волне. Это отчетливо видно, если сравнить выражения для индекса мерцания для плоской волны

$$\beta_0^2 = 1,24 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$$

и расходящейся сферической волны

$$\beta_0^2 = 0,42 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}.$$

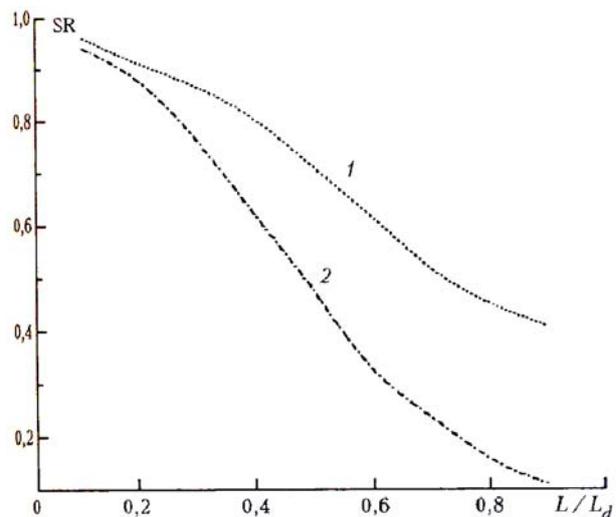


Рис. 2. Зависимость параметра SR от нормированной длины трассы при коррекции «безвихревой части» фазы. Датчик комплексной амплитуды использует алгоритм, основанный на решении NE, $d \ll r_0$

Из этих формул следует, что в расходящейся волне заданное значение индекса мерцания будет иметь место на трассе почти вдвое длиннее при равных значениях $C_n^2 k^{7/6}$. Поэтому при одинаковых L в расходящейся сферической опорной волне фазовых дислокаций будет меньше, а эффективность коррекции – выше.

Таким образом, сравнивая эффективность адаптивной коррекции для плоской волны и фокусированного пучка, мы выяснили, что в случае коррекции всех aberrаций (включая фазовые дислокации) с ростом длины трассы быстрее снижается фокальная эффективность для фокусированного пучка, а при коррекции сглаженной (безвихревой) части только фазовых aberrаций – наоборот. Следует отметить, что масштабы длин трасс при этом отличаются почти на порядок. Заметим, что в обоих случаях пространственное разрешение адаптивной системы полагаюсь бесконечным, т.е. мы считали, что размеры элементов датчика и корректора d много меньше, чем параметр когерентности Фрида r_0 .

Влияние размера элемента в датчике волнового фронта

Далее нас будет интересовать эффективность адаптивной системы с конечным размером элемента. Для определенности возьмем $d = r_0$. Как показано в [2, 3], для плоской волны такого (т.е. $d = r_0$) пространственного разрешения адаптивной коррекции вполне достаточно как в области слабых, так и в области сильных флуктуаций интенсивности. Проверим, так ли это происходит для фокусированного пучка.

Напомним, что в [2, 3] фаза на элементе субапертуры размером d определена через среднюю комплексную амплитуду по формуле

$$\varphi_{ij} = \arg(\bar{U}); \quad \bar{U} = \frac{1}{d^2} \iint_d U(x, y) dx dy.$$

Фактически мы меняем местами операцию усреднения по площадке и операцию вычисления арктангенса (точнее, главного значения аргумента). Тем самым мы избегаем неприятностей, связанных с проблемой определения непрерывной фазы на всей апертуре при наличии фазовых дислокаций. Вместе с тем остается вопрос: какой тип оптического датчика способен выполнить такое измерение? Мы предлагаем отложить пока решение этого вопроса. Заметим только, что, используя такую модель адаптивной системы, мы уходим от вопроса о физической реализации этой модели, но зато нам удастся сохранить в такой математической модели параметр, характеризующий пространственное разрешение адаптивной коррекции, а именно размер площадки d . В нашем случае эта площадка одновременно есть и субапертура датчика, и элемент составного корректора.

Рассмотрим результаты численного моделирования. На рис. 3 приведены три кривые: одна для бесконечного пространственного разрешения (когда размер площадки $d = 0$) и две другие – для $d = r_0$. Только в одном случае корректируется лишь средняя фаза, а в другом – средняя фаза и локальный наклон волнового фронта. Из сопоставления кривых 1–3 видно, что в общем разница между этими тремя вариантами не принципиальная. И хотя эффективность адаптивной системы с бесконечным про-

странственным разрешением выше, большее значение имеет длина трассы.

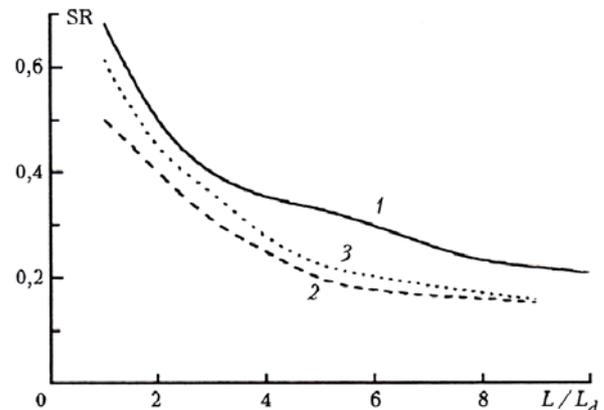


Рис. 3. Зависимость параметра SR от нормированной длины трассы при коррекции с конечным размером элемента адаптивной системы. Датчик комплексной амплитуды использует алгоритм, основанный на решении MNE, 1 – $d \ll r_0$; 2 – $d = r_0$, коррекция «средней» фазы и наклона; 3 – коррекция только «средней» фазы

Двухцветная адаптивная система

Совершенно новый характер приобретает в свете появления фазовых дислокаций задача о некогерентной адаптации. Проблема возникает вследствие необходимости масштабирования измеренных фазовых aberrаций для длины волны опорного излучения λ_r на длину волны корректируемого излучения λ [1]. Если определена коррекция на длине волны λ_r , равная $\varphi_r + 2\pi n$, то даже в случае полного отсутствия флуктуаций интенсивности принципиальная неопределенность слагаемого $2\pi n$ существенно влияет на результат фазовой коррекции.

Действительное зеркало вносит дополнительную оптическую разность пути, определяемую как

$$\Delta l = (\lambda_r/2\pi) (\varphi_r + 2\pi n),$$

то на другой длине волны получим изменение фазы, равное

$$\varphi = (\lambda_r/\lambda) (\varphi_r + 2\pi n).$$

Заметим, что величины φ , φ_r и n являются функциями поперечных координат (x, y) , которые для краткости опущены. Если, например, отношение $\lambda_r/\lambda = 1/2$, то разность фаз между краями разрыва волнового фронта, равная 2π для опорной волны, становится равной π для волны корректируемой, т.е. колебания, которые складывались бы в фазе, станут складываться в противофазе. Таким образом, неопределенность слагаемого $2\pi n$, не имеющая никакого значения на длине волны λ_r , может привести к кардинальным последствиям при переходе на другую длину волны.

В результате, уже сама постановка задачи об использовании опорного излучения с другой длиной волны оказывается увязанной с алгоритмом, заложенным в датчик волнового фронта. В двухцветной адаптивной системе более логично измерять именно aberrации волнового фронта, характеризующие флуктуации разности оптической длины пути Δl , а не флуктуации разности фаз. Однако измерить оптическую длину пути напрямую мы не можем,

а вычисление Δl как произведение размера субапертуры d на измеренный локальный наклон s дает большую ошибку в области сильных флуктуаций. Даже если определим поверхность волнового фронта опорной волны, то наличие точек дислокаций и линий разрывов волнового фронта опять приведет нас к точно такой же проблеме.

Поскольку задача двухцветной коррекции сложна и сама по себе многофакторна, не будем ее усложнять введением дополнительного пространственного масштаба – размера пучка.

Рассмотрим результаты численного эксперимента с плоской волной для нескольких вариантов системы. Между собой эти варианты отличаются измеряемой величиной. Это может быть либо локальный наклон, либо «средняя» комплексная амплитуда. Второе отличие заключается в алгоритме реконструкции, который задает способ доопределения слагаемого $2\pi l$ (n – целое число).

Пусть «датчик» волнового фронта рассчитывает среднюю комплексную амплитуду на каждой субапертуре \bar{U}_{ij} , затем соответствующую фазу (аргумент комплексного числа) и матрицу разностей фаз между соседними субапертурами:

$$\varphi_{ij} = \arg(\bar{U}_{ij}); \Delta_{ij}^x = \varphi_{i+1j} - \varphi_{ij}; \Delta_{ij}^y = \varphi_{ij+1} - \varphi_{ij}.$$

Нахождение разностей фаз кажется лишним шагом, поскольку наша задача – вычислить фазу. Однако нам надо по некоторым соображениям приписать значение $2\pi l_{ij}$ каждой ij -й субапертуре, и именно для этого мы вычисляем разности фаз и обрабатываем полученный массив Δ_{ij} с помощью алгоритма реконструкции фазы.

Основной недостаток этого подхода связан с возможным пропуском целого числа длин волн даже в отсутствие флуктуаций интенсивности, поскольку функция \arg возвращает значения в диапазон $[0, 2\pi]$, что соответствует $[0, \lambda]$ в терминах оптической длины пути. Однако никто не гарантирует того, что оптическая разность хода между лучами, разнесенными на расстояние d , оказывается больше λ . Если, как в нашем случае, $d = r_0$, то структурная функция на таком разnose равна $D(\rho = d) = 6,88(d/r_0)^{5/3} = 6,88$ рад. Соответственно, среднеквадратическая величина флуктуаций разности хода, выраженная в длинах волн, равна $6,88^{1/2}/2\pi = 0,4\lambda$. Таким образом, вполне вероятны ситуации, когда оптическая разность хода равна, например, $1,1\lambda$, а датчик разности фаз выдаст значение, равное $0,1 \cdot 2\pi = 0,628$ рад.

Единственный способ обнаружить, что на самом деле разность оптического хода была больше длины волны, – это уменьшить размер элемента датчика d , например, в 2–3 раза и просуммировать полученные разности фаз. Другой способ – измерить локальный наклон волнового фронта и умножить его на размер d . Однако последний способ дает ошибку, величина которой быстро возрастает в области сильных флуктуаций интенсивности.

Чтобы проиллюстрировать наши рассуждения, рассмотрим результаты численного моделирования, представленные на рис. 4, 5. Все они выполнены для плоской волны при следующих соотношениях между размером фокусирующей линзы D , радиусом когерентности r_0 и размером субапертуры d : $D/r_0 = 10$, $d = r_0$. Случайно-неоднородная среда моделировалась 10 случайными экранами, и интенсивность в фокальной плоскости линзы усреднялась по 10 случайным реализациям.

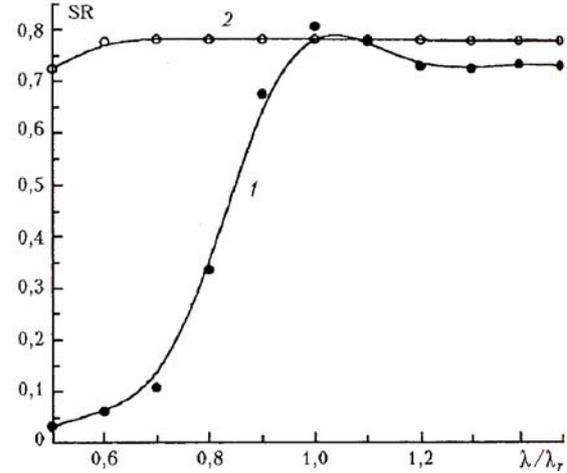


Рис. 4. Зависимость параметра SR от нормированной длины опорного излучения для двух типов датчика: 1 – датчик «средней» фазы; 2 – датчик локального наклона

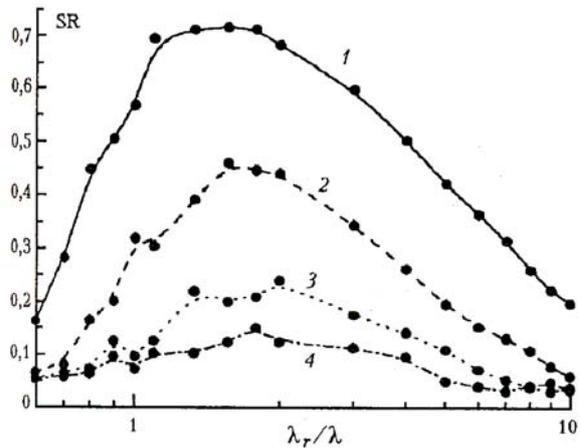


Рис. 5. Зависимость нормированной интенсивности (параметра SR) от длины волны опорного излучения. Значение нормированной длины трассы L/kr_0^2 (нормировка на длине волны корректируемого излучения): 1 – 0,25; 2 – 0,5; 3 – 0,75; 4 – 1,0

Длину трассы задавали равной $L/L_d = 0,01$ (см. рис. 4), т.е. предполагалось, что флуктуации интенсивности на выходе из случайной среды практически отсутствуют. Мы варьировали длину волны опорного излучения λ_r . (Заметим, что в формулы для L_d и r_0 входит длина волны. Поскольку в нашей задаче теперь рассматриваются два излучения с разными длинами волн, нужно конкретизировать, какая длина волны входит в нормировку параметров задачи). Для нормировки использовали фиксированную длину волны корректируемого излучения λ . Поэтому нормированная длина трассы L/L_d и размер апертуры D/r_0 для опорного излучения с длиной волны λ_r будут отличаться. В описаниях результатов численного моделирования мы всегда указываем величины, соответствующие исходной длине волны λ .

На рис. 4 показана зависимость нормированной интенсивности в фокусе линзы параметра SR от отношения λ_r/λ в виде двух кривых. Они отличаются только способом определения массива разностей фаз $\Delta\varphi_{ij}$. В одном случае (кривая 1) разность фаз определялась через аргумент сред-

ней комплексной амплитуды U , а в другом (кривая 2) – как произведение локального наклона на размер субапертуры (локальный наклон также вычисляется через U и градиент U) [2, 3]. В обоих случаях использовался алгоритм, основанный на решении модифицированного нормального уравнения MNE (modified normal equation), предложенный в [6, 7] и использованный нами ранее [2, 3]. В данном случае он дает такой же результат, как алгоритм, основанный на решении немодифицированного нормального уравнения UNE (unmodified normal equation), поскольку флуктуации интенсивности пренебрежимо малы ($L/L_d = 0,01 \ll 1$).

Как и ожидалось, прямое измерение разности фаз при масштабировании на большую длину волны приводит к быстрому уменьшению эффективности коррекции. Уже при $\lambda_r = 0,8\lambda$ параметр SR падает вдвое, а при уменьшении λ_r до $0,5\lambda$ его значение снижается просто катастрофически. В то же время второй вариант датчика волнового фронта, который использует значения локальных наклонов, работает практически одинаково хорошо во всем диапазоне расчетов для $0,5\lambda < \lambda_r < 1,5\lambda$. Некоторое уменьшение параметра SR при $\lambda_r < \lambda$ объясняется небольшим ростом флуктуаций интенсивности в опорном излучении при уменьшении длины волны λ_r .

Интересно выяснить, в каких же пределах будет сохраняться эффективность коррекции для системы с датчиком локальных наклонов. Рассмотрим более длинные трассы. Зададим нормированную длину $L/L_d = 0,25, \dots, 1,0$ и будем варьировать опорную длину волны λ_r в более широких пределах – от $0,5$ до 10λ . Результаты численного моделирования изображены на рис. 5, откуда видно, что даже при равных длинах волн, т.е. при $\lambda_r = \lambda$, нормированная интенсивность фокального пятна меньше дифракционно-ограниченного значения. Это обусловлено тем, что в системе с датчиком локальных наклонов с ростом флуктуаций интенсивности быстро увеличивается ошибка оценивания разности фаз.

При уменьшении длины волны опорного излучения флуктуации интенсивности в ней растут и соответственно

быстро падает эффективность коррекции. При изменении длины волны опорного излучения λ_r от λ до $0,7 \lambda$ параметр SR уменьшается почти вдвое. Увеличение длины волны опорного излучения приводит сначала к некоторому возрастанию значения SR при изменении λ_r от λ до 2λ а при переходе на еще более длинноволновое опорное излучение эффективность адаптивной коррекции начинает уменьшаться, однако достаточно медленно. Параметр SR уменьшается примерно вдвое, при увеличении λ_r до 6λ и втрое при увеличении λ_r до 8λ .

Таким образом, использование в качестве опорного более длинноволнового излучения приводит к незначительному изменению эффективности коррекции при $\lambda_r = 1, \dots, 3 \lambda$, а при переходе к еще более длинным волнам – к медленному уменьшению эффективности коррекции. Каким-либо путем преодолеть это, по-видимому, уже нельзя, поскольку это связано не с флуктуациями интенсивности (они уменьшаются с ростом λ) или неудачным выбором датчика искажений, а просто с дифракцией. С ростом длины волны фазовые искажения быстрее переходят в амплитудные, и это не приводит к росту флуктуаций интенсивности только потому, что сами фазовые искажения уменьшаются при увеличении длины волны.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 00-02-17489.

1. Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 286 с.
2. Фортес Б.В. // Оптика атмосферы и океана. 1999. Т. 12. № 5. С. 422–427.
3. Lukin V.P., Fortes B.V. // Proc. SPIE. 2000. V. 4034. (In press).
4. Lukin V.P., Fortes B.V., Kanev F.Yu., Konyaev P.A. // J. Opt. Soc. Am. A. 1994. V.11. № 2. P. 903–907.
5. Lukin V.P. // Opt. Lett. 1979. V. 4. P. 15–17.
6. Takajo H., Takanashi T. // J. Opt. Soc. Am. A. 1988. V. 5. N 3. P. 416–425
7. Takajo H., Takanashi T. // J. Opt. Soc. Am. A. 1988. V. 5. N 11. P. 1818–1827.

V.P. Lukin, B.V. Fortes. Adaptive correction of focused beam under conditions of strong fluctuations of the intensity.

The efficiency of phase correction under condition of the intensity strong fluctuation for plane wave and focused Gaussian beam is compared. Various algorithms for reduction of optical wave phase are examined. Peculiarities of dichromatic adaptive correction are demonstrated.