

И.В. Измайлов, А.Л. Магазинников, Б.Н. Пойзнер

## Идентификация винтовой дислокации волнового фронта и компенсация ее влияния на структурообразование в моделях кольцевого интерферометра

Томский государственный университет

Поступила в редакцию 24.03.2000 г.

Предложена модификация модели Ахманова – Воронцова, описывающей структурообразование в нелинейном кольцевом интерферометре (НКИ). Исследован случай поворота оптического поля (в контуре обратной связи НКИ) на некоторый угол в поперечном сечении лазерного пучка. Установлено, что на структурообразование влияют в равной степени как порядок винтовой дислокации фронта волны на входе в НКИ, так и фазовая задержка поля в контуре обратной связи НКИ. Теоретический анализ и компьютерные эксперименты показывают новые возможности использования НКИ: для идентификации порядка винтовой дислокации оптического вихря (по виду структур в поперечном сечении лазерного пучка в НКИ); для компенсации влияния оптического вихря на процесс и результат структурообразования в НКИ; в качестве основы арифметико-логического устройства, реализующего операцию сложения.

### Введение

В последние годы внимание исследователей, работающих в области атмосферной оптики и лазерной физики, привлекли световые поля с винтовыми возмущениями волнового фронта. Такого рода возмущения обуславливают вихревой характер распространения световой энергии. Возникновение оптических вихрей связывают с появлением изолированных нулей интенсивности в поперечном сечении лазерного пучка, например из-за случайных неоднородностей оптических параметров канала распространения (см. библиографию в [1–4]). Вопросы их коррекции разрабатываются в адаптивной оптике.

Традиционно рассматривавшиеся виды искажений эквивалентных поверхностей не приводили к изменению топологии фазовых фронтов. Однако возникновение оптических вихрей в световом пучке непременно сопровождается появлением сингулярных точек, в которых значение фазы не определено. По аналогии с двумерными дефектами кристаллической решетки эти точки называют винтовыми дислокациями (ВД). Появление ВД кардинально меняет топологию фазовых фронтов. При обходе вокруг ВД фаза изменяется на  $2\pi V_d$  ( $V_d$  – целое неотрицательное число, порядок ВД). В зависимости от знака изменения фазы различают левые и правые ВД. Пусть начало системы координат совпадает с сингулярной точкой. Тогда комплексная амплитуда поля в окрестности сингулярной точки задается выражением

$$A = Cr^{V_d} \exp(\pm j V_d \alpha z), \quad (1)$$

где  $C$  – произвольная константа;  $r \equiv |\mathbf{r}|$  – расстояние от ВД;  $\mathbf{r} \equiv (x, y)$  – радиус-вектор точки в поперечном сечении;  $j$  – мнимая единица;  $\alpha z$  – азимутальный угол. Современные способы теоретического определения условий возникновения и локализации ВД используют преимущественно

аппарат волновой оптики. Достижения в этом направлении отражены в обзоре [2].

Образование ВД на волновом фронте лазерных пучков является чисто фазовым эффектом. Поэтому единственным средством, обеспечивающим надежную идентификацию ВД, является способ, основанный на использовании интерферометрической информации. Интерферограммы поперечного сечения пучка могут быть получены разными путями.

Самым удобным, по мнению автора статьи [1], является способ, основанный на регистрации структуры интерференции исследуемого поля с плоской или сферической однородной волной, играющей роль опорной. Это позволяет определить порядок и число ВД по виду интерференционной картины. Реализовать такой способ возможно, например, используя интерферометр Майкельсона [3]. Тем не менее необходимость формирования опорной волны, являющейся когерентной с волной, прошедшей турбулентную атмосферу или иную неоднородную среду, создает известные неудобства. Кроме того, надежность идентификации присутствия ВД и ее порядка предполагает наличие технических средств анализа структуры интерференционной картины.

Поэтому целесообразно поставить вопрос о существовании альтернативного способа регистрации ВД. Желательно, чтобы он, во-первых, открывал возможность более простой методики идентификации наличия ВД и ее порядка. Во-вторых, чтобы новый способ обеспечивал интерференцию исследуемой световой волны с той же волной, подвергнутой пространственным преобразованиям с помощью линейного элемента. В-третьих, чтобы он предусматривал возможность применения нелинейно-оптических эффектов. В-четвертых, – в плане расширения содержания задачи – логично поставить вопрос о способности нового устройства компенсировать влияние винтовых дислокаций. Одной из таких альтернатив может служить, по нашему мнению, анализ типа динамики процессов в нелинейном кольцевом

интерферометре (НКИ), применяемом в атмосферной адаптивной оптике [5–7].

В данной статье излагаются содержание математической модели структурообразования в поперечном сечении лазерного пучка в НКИ для случая, когда на вход НКИ подается излучение с ВД волнового фронта, а также результаты моделирования.

## 1. Модель процессов в нелинейном кольцевом интерферометре

Рассмотрим оптическую систему, изображенную на рис. 1, где НС – нелинейная среда длиной  $l$ ;  $G$  – линейный элемент, производящий крупномасштабное преобразование поля в контуре обратной связи (КОС): переводящий луч из точки  $\mathbf{r}' \equiv (x', y')$  поперечного сечения пучка в точку  $\mathbf{r} \equiv (x, y)$ ; коэффициент отражения по интенсивности зеркал  $M_1, M_2$  равен  $R$ , а у  $M_3, M_4$  – 100%.

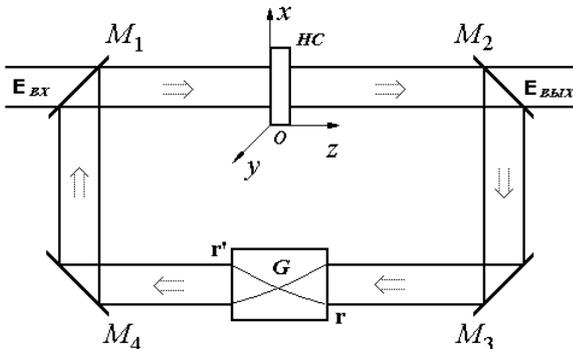


Рис. 1. Схематическое изображение нелинейного кольцевого интерферометра

В [8] подробно описана математическая модель динамики поперечного распределения нелинейного фазового набегга  $U$  в случае кольцевого интерферометра с тонкой керровской средой (т.е. с квадратичной зависимостью ее показателя преломления от напряженности электрического поля света) в приближении больших потерь (либо в приближении однопроходовости), бездисперсионного, бездифракционного распространения поля. В [8] рассмотрен достаточно общий случай. Световой пучок на входе НКИ характеризуют: угловая скорость вращения плоскости поляризации  $\Omega$ , круговая оптическая частота  $\omega$ , медленно изменяющиеся (за время  $2\pi/\omega$ ) параметры: положение плоскости поляризации  $\psi$ , фаза  $\phi$  и амплитуда  $A$ .

Керровская среда под действием электрического поля света поляризуется, становится анизотропной, приобретая свойства одноосного кристалла с оптической осью, параллельной вектору электрического поля. Согласно определению главная оптическая плоскость проходит через оптическую ось кристалла и волновой вектор света [9, с. 542]. В дальнейшем положим, что  $\Omega = 0$ ,  $\psi = \text{const}$ . Тогда, поскольку главная оптическая ось параллельна вектору напряженности светового поля, то последний лежит в главной оптической плоскости и, по определению, соответствует необыкновенному лучу. Обыкновенного луча при такой геометрии не формируется.

С учетом сказанного математическая модель, предложенная в [8], сводится к виду

$$A_{\text{вх.н.с.}}^2(\mathbf{r}, t) = (1-R) \{A^2(\mathbf{r}, t-\tau) + \gamma\eta(\mathbf{r}', t-\tau)A(\mathbf{r}', t-\tau)A(\mathbf{r}, t) \times \\ \times \cos[\omega t + \phi(\mathbf{r}, t) - \phi(\mathbf{r}', t-\tau)] + pA^2(\mathbf{r}', t-\tau)\};$$

$$\tau_n dU(\mathbf{r}, t)/dt = n_2 lk A_{\text{вх.н.с.}}^2(\mathbf{r}, t) - U(\mathbf{r}, t) + D_e \Delta_{xy} U(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

где  $A_{\text{вх.н.с.}}$  – амплитуда светового поля на входе в нелинейную среду;  $\tau = \tau(\mathbf{r}', t) = t_e(\mathbf{r}') + U(\mathbf{r}', t)/\omega$ ;

$$p = \begin{cases} 0, & \text{в случае приближения} \\ & \text{больших потерь} \\ [\gamma\eta(\mathbf{r}, t-\tau)]^{2/4}, & \text{в случае приближения} \\ & \text{однопроходовости} \end{cases}$$

$\eta = \eta(\mathbf{r}, t) = \sigma^{-1}(1 + 1/\omega dU(\mathbf{r}, t)/dt)^{-1/2}$ ;  $\tau$  – полное время обхода интерферометра световым пучком;  $\sigma$  – коэффициент растяжения пучка в элементе  $G$ ;  $\tau_n$  – время релаксации нелинейного отклика среды (например, жидкого кристалла);  $\gamma$  – коэффициент потерь по амплитуде поля при обходе НКИ;  $D_e$  – коэффициент диффузии поляризованных молекул жидкого кристалла, нормированный к радиусу пучка и  $\tau_n$ ;  $\Delta_{xy}$  – оператор Лапласа по поперечным координатам.

Под однопроходовостью здесь понимается такой режим, когда некоторая составляющая светового поля прошла КОС, но при повторном прохождении была удалена и не попала в нелинейную среду. Если энергетические потери в интерферометре велики настолько, что можно пренебречь членом с  $\{\gamma/\sigma/2\}^2$ , то принято говорить о приближении больших потерь.

Если принять  $\eta = 1$ ,  $t_e = 0$ ,  $A = \text{const}$ ,  $I_0 = A^2$ ,  $p = 0$ , параметр нелинейности  $K = n_2 lk (1-R) I_0$ , то получим результат, совпадающий с моделями в [5, 6, 10] и отличающийся от модели в [8] отсутствием множителя 0,5 в выражении, содержащем произведение  $n_2 lk$  (поскольку луч является необыкновенным).

## 2. Закономерности структурообразования в моделях НКИ для случая оптического поля с ВД

Пусть на вход НКИ подано оптическое поле с ВД волнового фронта. Будем предполагать, что центр этого поля (сингулярная точка, где интенсивность равна нулю) совпадает с оптической осью интерферометра  $Oz$ .

Согласно [1] комплексная амплитуда напряженности в окрестности сингулярной точки поля с винтовой дислокацией волнового фронта описывается выражением (1). Следовательно, модель (2) описывает этот случай, если положить

$$A(r, t) = Cr^{V_d}; \\ \phi(\mathbf{r}, t) = \pm V_d az, \quad (3)$$

где  $az$  – величина азимутального угла, отсчитываемого от положительного направления оси  $Ox$  против часовой стрелки до луча  $\mathbf{r}$ , отложенного от точки  $O$ . Будем полагать, что в некоторой области поперечного сечения пучка можно пренебречь зависимостью амплитуды  $A$  от  $V_d$ , т.е. наличие этой зависимости не провоцирует появления бифуркаций решения уравнения (2), как это, например, имеет место в ситуациях

для НКИ, описанных в [5, рис. 5; 6, рис. 6.9]. В дальнейшем будем вести рассуждения лишь для этой области.

*Случай поворота поля в контуре обратной связи.* Пусть в контуре обратной связи НКИ с помощью элемента  $G$  реализован поворот поля на угол  $\Delta = 2\pi M/m$  в поперечном сечении пучка (рис. 2), где  $M$  и  $m$  – взаимно простые числа. В силу того что углы  $\Delta_1 = 2\pi(M+im)/m$  и  $\Delta_2 = 2\pi M/m$  эквивалентны, достаточно рассмотреть случай, когда  $M$  принадлежит полуоткрытому интервалу  $[1, m)$ . Очевидно, что все множество точек поперечного сечения пучка света в НКИ разбивается на бесконечное число подмножеств. Эти подмножества представляют собой цепочки точек, в которых последовательно осуществляется взаимодействие между световыми полями и нелинейными фазовыми набегам  $U$  (см. рис. 2).

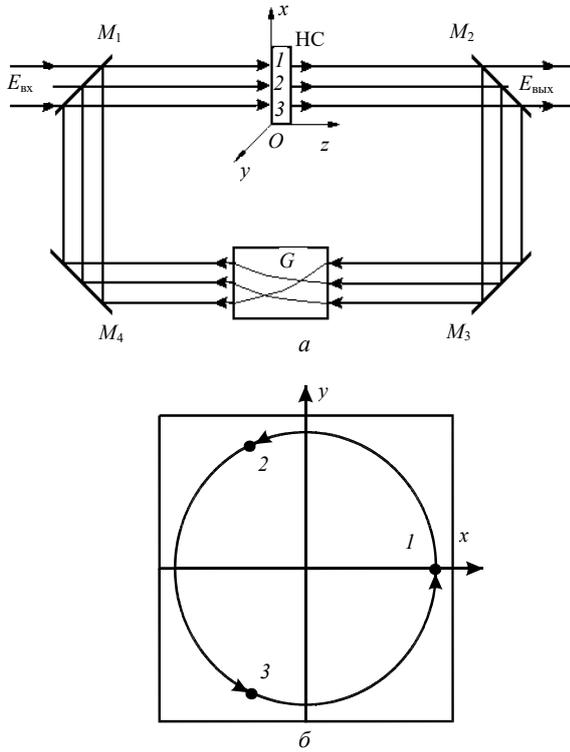


Рис. 2. Ход лучей при повороте светового поля на  $\Delta = 120^\circ$  в поперечной плоскости в КОС НКИ:  $a$  – траектории трех лучей 1, 2, 3 в НКИ, замыкающиеся после трех обходов;  $b$  – проекция замыкающихся траекторий лучей 1, 2, 3 на плоскость поперечного сечения пучка

Иными словами, луч света, проходя через нелинейную среду и контур обратной связи НКИ в точке  $i$  (например, на рис. 2  $i = 1, 2, 3$ ), приобретает фазовый набег  $U_i$  и испытывает временную задержку  $t_{ei}$ . Из-за наличия элемента  $G$  луч попадает в точку  $i+1$ . Здесь, «складываясь» с одним из входных лучей интерферометра, он согласно модели (2) воздействует на темп изменения величины нелинейного фазового набег  $U_{i+1}$ . (Отметим, что в силу замыкания лучей на рис. 2 значение индекса  $i+1=4$  следует положить равным  $i+1=1$ ). Именно так набег  $U_i$  в точке  $i$  влияет на набег  $U_{i+1}$  в точке  $i+1$ . Точки данного типа, согласно терминологии [10], называют транспозиционными точками, а  $m$  – порядком транспозиции (от лат. trans – через + positio – положение). При такой организации обратной связи траектория луча замыкается после  $m$  обходов НКИ. Нетрудно видеть, что

согласно принятому способу нумерации транспозиционных точек под записью  $i+1$  следует подразумевать операцию  $((i+1) \bmod m) + 1$ , где символ  $(i+1) \bmod m$  – это остаток от деления  $i+1$  на  $m$ . Физически это означает, что луч из  $m$ -й точки попадает в первую.

Транспозиционные точки характеризуются азимутальными углами  $az_i = az_0 + (2\pi/m) \{(iM) \bmod m\}$ , где  $az_0$  принадлежит полуоткрытому интервалу  $[0, 2\pi/m)$ . Тогда фаза поля в  $i$ -й транспозиционной точке составляет  $\varphi_i = \pm V_d az_i$ . И в модели (2) величину разности фаз в двух транспозиционных точках  $\varphi(\mathbf{r}, t) - \varphi(\mathbf{r}', t - \tau)$  можно положить равной

$$\varphi(\mathbf{r}, t) - \varphi(\mathbf{r}', t - \tau) \equiv \varphi_{i+1} - \varphi_i = \pm V_d (2\pi/m) \times \\ \times \{[(i+1)M] \bmod m\} - \{(iM) \bmod m\}.$$

Поскольку эта разность в модели (2) стоит под знаком функции косинуса, ее достаточно определить с точностью до  $2\pi$ . Отсюда следует, что  $\varphi_{i+1} - \varphi_i = \pm V_d (2\pi M/m)$ . Поэтому при изменении порядка винтовой дислокации на целое число  $N$  величина  $\varphi_{i+1} - \varphi_i$  изменяется на  $\Delta(\varphi_{i+1} - \varphi_i) = \pm N (2\pi M/m)$ .

Чтобы выявить периодичность зависимости динамики нелинейного фазового набег (и интенсивности) поля в НКИ от величины  $V_d$ , положим изменение  $\Delta(\varphi_{i+1} - \varphi_i) = 2\pi s$ , где  $s$  – целое. Тогда

$$N = \pm sm/M. \quad (4)$$

Очевидно, что всегда найдется  $s$  такое, что (4) будет выполняться (напомним, что  $N$  – целое). Следовательно, в рамках модели (2) при изменении порядка винтовой дислокации  $V_d$  на  $N$  в НКИ должна наблюдаться та же динамика нелинейного фазового набег  $U(\mathbf{r}, t)$  (и интенсивности  $A_{\text{вх.н.с.}}^2(\mathbf{r}, t)$ ), что и до его изменения. То есть благодаря НКИ имеет место периодичность отображения множества полей с винтовой дислокацией волнового фронта в множество процессов  $U(\mathbf{r}, t)$ ,  $A_{\text{вх.н.с.}}^2(\mathbf{r}, t)$ . Причем минимальный период отображения, соответствующий минимальному  $N$  (или  $s$ ) в (4), составляет  $m$ .

Можно доказать утверждение об эквивалентности влияния величин  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $t_e$  на динамику переменных  $U$ ,  $A_{\text{вх.н.с.}}^2$ . Это утверждение – в силу сделанных (в начале разд. 2) приближений относительно параметров поля на входе в НКИ – преобразуется к следующему: если величиной  $U_i(t) - U_i(t + \delta_2)$  можно пренебречь, то в рамках модели (2) влияние на динамику процессов в НКИ модуляции фазы  $\varphi_i \neq 0$  сводимо к совместному влиянию модуляции времени запаздывания в контуре обратной связи НКИ  $t_{e2} = t_{ei} + \delta_{2i}$  и фазы  $\varphi_{2i} = 0$ . Здесь  $\delta_{2i} = [\varphi_{i+1} - \varphi_i]/\omega$ . Будем считать, что скорость переноса волнового фронта с винтовой дислокацией вдоль оси  $Oz$  в НКИ не зависит от  $V_d$ . Тогда поле с  $V_d \neq 0$  на входе НКИ с запаздыванием  $t_{ei}$  порождает ту же динамику фазового набег и интенсивности, что и поле с  $V_d = 0$  на входе в НКИ с  $t_{e2} = t_{ei} + [\varphi_{i+1} - \varphi_i]/\omega = t_{ei} \pm V_d (2\pi M/m)/\omega$ .

Примем во внимание доказанную выше периодичность отображения множества вихревых полей с разными порядками дислокации в множество процессов в НКИ, задаваемую соотношением (4), а также эквивалентность влияния запаздывания  $t_e$  (фазовой задержки  $\varphi_{\text{КОС}}$  в контуре обратной связи) и разности фаз  $\varphi_{i+1} - \varphi_i$  в двух пространст-

венно-временных точках. Тогда можно сформулировать следующие тезисы:

– в рамках модели НКИ (2) в приближении больших потерь или однопроходности монохроматического линейно поляризованного вихревого поля с порядком регулярной винтовой дислокации  $V_d$  имеет место отображение множества полей с различными  $V_d$  во множество оптических структур  $U(\mathbf{r}, t), A_{\text{вх.н.с}}^2(\mathbf{r}, t)$  в поперечном сечении лазерного пучка (статичных или вращающихся [5, 6, 10]);

– если при этом поступающее в НКИ вихревое оптическое поле испытывает в КОС поворот на угол  $\Delta = 2\pi M/m$  в поперечном сечении и фазовую задержку

$$\varphi_{\text{КОС}} = \varphi_{0\text{КОС}} - \{\pm 2\pi[(LM) \bmod m]\}, \quad (5)$$

вызванную запаздыванием поля, то для области поперечного сечения, где допустимо пренебречь зависимостью амплитуды поля от  $V_d$  (см. разд. 2), отображение как функция  $V_d$  (равно как функция  $L$ ) имеет период  $m$ ;

– тогда, зная величину  $V_d$  для поля на входе НКИ и величину  $L$  из (5), структурам из указанного множества  $U(\mathbf{r}, t), A_{\text{вх.н.с}}^2(\mathbf{r}, t)$  можно присвоить номер  $N_s$  по правилу:

$$N_s = V_d \oplus_m L, \quad (6)$$

где  $\oplus_m$  – сумма по модулю  $m$ ;  $M, L$  – целые неотрицательные числа ( $M, m$  – взаимно простые).

Таким образом, используя НКИ, можно идентифицировать порядок ВД оптического вихря (по виду структур в поперечном сечении пучка), а также компенсировать его влияние (подбирая значение  $L$ , удовлетворяющее условию (6) при заданных  $N_s$  и  $V_d$ ) на ход и результат структурообразования в интерферометре. Подобная компенсация актуальна в контексте задач атмосферной адаптивной оптики [7].

*Случай зеркального отображения поля в контуре обратной связи.* Пусть теперь в КОС имеет место зеркальное отображение пучка относительно оси  $Ox$  (см. рис. 1). Как и при повороте поля на угол  $\Delta = 2\pi M/m$ , все множество точек поперечного сечения пучка света в НКИ разбивается на бесконечное число подмножеств. Но теперь последние состоят из пар транспозиционных точек, равноотстоящих от оси зеркального отображения  $Ox$ , а лучи, проведенные из начала координат через такую пару точек, образуют угол, биссектрисой которого является ось  $Ox$ . Поэтому  $\pi - az_1 = -(\pi - az_2)$ .

Фиксируем величину квадрата расстояния от начала координат до некоторой точки  $x^2 + y^2$ . При движении из точки поперечного сечения  $(-x, 0)$  в точку  $(x, 0)$  ( $x > 0$ ) по верхней полуплоскости ( $y > 0$ ) величина азимутального угла плавно изменяется от  $\pi$  до  $0$ , а при обходе по нижней полуплоскости ( $y < 0$ ) изменение происходит от  $0$  до  $2\pi$ . Разность азимутальных углов, характеризующих транспозиционные точки, плавно изменяется от  $0$  до  $2\pi$ . Поскольку фаза поля в  $i$ -й транспозиционной точке составляет  $\varphi_i = \pm V_d az_i$ , то в модели (2) величину разности фаз в двух транспозиционных точках  $\varphi(\mathbf{r}, t) - \varphi(\mathbf{r}', t - \tau)$  можно положить равной

$$\varphi(\mathbf{r}, t) - \varphi(\mathbf{r}', t - \tau) \equiv \varphi_{i+1} - \varphi_i = \pm V_d (az_{i+1} - az_i).$$

Очевидно, что, во-первых, эта разность одинакова для пар транспозиционных точек, расположенных на лучах, исходящих из начала координат. Во-вторых, при таком обходе начала координат разность фаз входной волны в транспозиционных точках изменяется от  $0$  до  $\pm 2\pi V_d$ . Тогда можно заключить, что при указанном обходе центра пучка характерные особенности структурообразования повторяются, сменяясь, определенное число раз. Это число однозначно связано с величиной порядка винтовой дислокации  $V_d$ . Таким образом, находя число смен особенностей структуры, можно определить значение  $V_d$ .

Поскольку упомянутая разность фаз изменяется плавно, то элементы структуры, идентифицируемые как однотипные, обычно наблюдаются в пределах некоторых секторов, а не на бесконечно узких лучах. Формированию секторов из лучей в реальных структурах должна способствовать диффузия молекул НС (или дифракция пучка). Поэтому при обращении к теоретическому описанию структур имеет смысл оперировать и понятием секторов.

Итак, для некоторого частного случая справедливо следующее утверждение, основанное на представленных выше рассуждениях и ряде проведенных авторами вычислительных экспериментов. *Если в КОС НКИ оптическое поле испытывает зеркальное отражение относительно оси, проходящей через центр пучка, и запаздывание отсутствует, то выбором параметра нелинейности (например,  $K = 3,5$ ) и коэффициента диффузии (например,  $D_e = 0,01$ ) можно обеспечить формирование в поперечном сечении пучка структуры, состоящей из пар секторов, интенсивность которой варьирует от сектора к сектору, причем при азимутальном обходе (в любой из полуплоскостей) от  $[0, \pi]$  число ее резких перепадов равно порядку ВД:  $N_f = V_d$ .*

Чтобы проиллюстрировать содержание тезисов разд. 2, следует обратиться к результатам вычислительных экспериментов.

### 3. Демонстрация закономерностей структурообразования при моделировании процессов в НКИ

Периодичность отображения множества полей с различными  $V_d$  во множество оптических структур в поперечном сечении лазерного пучка для случая поворота поля в КОС демонстрируют рис. 3, 4.

На рис. 3 изображены распределения в поперечном сечении значения нелинейного фазового набег  $U(\mathbf{r}, t)$  и величины, пропорциональной значению интенсивности  $A_{\text{вх.н.с}}^2(\mathbf{r}, t)$ , для поворота поля на угол  $120^\circ$  (т.е.  $M = 1, m = 3$ ), коэффициента диффузии  $0,001$ , запаздывания, близкого к  $0,1 \tau_n$  (но при  $\varphi_{0\text{КОС}} = 0$  и  $L = 0$ ), параметра нелинейности  $K = 3,5$ .

Как видно из рис. 3, период отображения порядка ВД во множество структур равен трем, т.е. структуры, например, при порядках ВД, равных  $0, 0 + 3, 0 + 7 \cdot 3$ , обладают сходством. Отличие структур в деталях их внутреннего строения на рис. 3 вызвано причинами вычислительного происхождения: несовпадением типа симметрии отображения поля в КОС (поворотная ось симметрии 3-го порядка) и типа симметрии прямоугольной сетки, применяемой в вычислительной схеме метода конечных разностей [11–13].

Фазовый набег $U(\mathbf{r}, t)$		Квадрат амплитуды на входе НС/(1 - R)		$V_d$	Средний квадрат амплитуды поля на входе НС/(1 - R)
	max = 3,4906 min = 1,9239		max = 1,0000 min = 0,5000	0	0,7038
	max = 4,3795 min = 2,8255		max = 1,3876 min = 0,6571	1	1,0266
	max = 5,1051 min = 3,5097		max = 1,4994 min = 1,0000	2	1,3324
	max = 3,4906 min = 1,9231		max = 1,0000 min = 0,5002	0 + 3 = 3	0,7044
	max = 4,3991 min = 2,8135		max = 1,4191 min = 0,5078	1 + 3 = 4	1,3324
	max = 5,1020 min = 3,5097		max = 1,5000 min = 0,6885	2 + 3 = 5	1,2784
	max = 3,7124 min = 1,9758		max = 1,4783 min = 0,5000	0 + 3 · 7 = 21	0,7401
	max = 4,1347 min = 3,0387		max = 1,4986 min = 0,5001	1 + 3 · 7 = 22	1,028
	max = 5,0173 min = 3,0275		max = 1,5000 min = 0,5000	2 + 3 · 7 = 23	1,2784

Рис. 3. Наблюдаемые структуры при коэффициенте диффузии  $D_e = 0,001$ , запаздывании  $t_e/\tau_n = 0,1$ , коэффициенте нелинейности  $K = 3,5$ , повороте поля  $\Delta = 120^\circ$  (приближение больших потерь)

Фазовый набег $U(\mathbf{r}, t)$		Квадрат амплитуды на входе НС/(1 - R)		$V_d$	Средний квадрат амплитуды поля на входе НС/(1 - R)
	max = 2,3917 min = 1,3953		max = 1,0873 min = 0,6341	0	0,8561
	max = 3,2882 min = 3,2882		max = 1,4946 min = 1,4946	1	1,4946

Рис. 4. Наблюдаемые структуры при  $D_e = 0,001$ ;  $t_e = 0$ ;  $K = 2,2$ ;  $\Delta = 180^\circ$  (приближение больших потерь)

Следует отметить, что при порядке ВД, равном  $1 + 3i$ , наличие запаздывания приводит к генерации вращающихся (в поперечной плоскости) структур. В остальных случаях при столь малом запаздывании формируются лишь статические структуры. Этот факт дает простой критерий для распознавания ВД с  $V_d = 1 + 3i$ : периодический характер сигнала при регистрации интенсивности части пучка на выходе НКИ. Напомним, что в кольцевом интерферометре, не содержащем нелинейности, вращение структур невозможно. Определить порядок ВД можно также по усредненным (по поперечному сечению) значениям интенсивности всего пучка на выходе НКИ.

На рис. 4 показаны два вида аналогичных структур, формирующихся при повороте поля на угол  $180^\circ$  (т.е.  $M = 1$ ,  $m = 2$ ) и параметре нелинейности  $K = 2,2$  (остальные параметры аналогичны предыдущему случаю, иллюстрируемому рис. 3). При четных порядках ВД формируется структура типа пространственной бистабильности [5, 6], а

при нечетных – структура типа моностабильности (интенсивность света в транспозиционных точках одинакова). Период отображения на рис. 4 равен двум, что согласуется с первым тезисом разд. 2.

Согласно (5) фазовая задержка в КОС составляет

$$\varphi_{\text{КОС}} = \varphi_{0\text{КОС}} - \{\pm 2\pi [(LM) \bmod m]\}.$$

Проведенные вычислительные эксперименты при изменении  $\varphi_{\text{КОС}}$ , когда варьировалась величина  $L$ , а  $\varphi_{0\text{КОС}} = 0$ , подтвердили справедливость выдвинутого ранее правила нумерации структур (6), т.е.  $N_s = V_d \oplus_m L$ , и в отношении эквивалентности влияния величин  $V_d$  и  $L$  на динамику структур.

Рис. 5 и 6 получены при таких же параметрах интерферометра и входного излучения, что и рис. 3 и 4, но структуры, изображенные на них, соответствуют модели многопроходowego интерферометра, описанной в [8]. При

сравнении рис. 3 с рис. 5 и рис. 4 с рис. 6 очевидно качественное сходство структур, полученных при одинаковых порядках ВД. Это подает надежду на возможность нумеровать

структуры в многопроходовом интерферометре по тому же либо аналогичному правилу, что и для интерферометра в приближении больших потерь или однопроходовости.

Фазовый набег $U(\mathbf{r}, t)$		Квадрат амплитуды на входе $HC/(1-R)$		$V_d$
	max = 3,4919 min = 2,1440		max = 1,0000 min = 0,5626	0
	max = 4,6147 min = 2,4430		max = 1,4403 min = 0,5504	1
	max = 5,3639 min = 3,5112		max = 1,6176 min = 1,0000	2
	max = 3,4919 min = 2,1415		max = 1,0000 min = 0,5625	$0 + 3 = 3$
	max = 4,5974 min = 2,4517		max = 1,4660 min = 0,5357	$1 + 3 = 4$
	max = 5,5358 min = 3,5108		max = 1,7260 min = 0,6937	$2 + 3 = 5$
	max = 3,8316 min = 2,1874		max = 1,5056 min = 0,5021	$0 + 3 \cdot 7 = 21$
	max = 4,5294 min = 2,9678		max = 1,6759 min = 0,4628	$1 + 3 \cdot 7 = 22$
	max = 5,4238 min = 3,4579		max = 1,7754 min = 0,5154	$2 + 3 \cdot 7 = 23$

Рис. 5. Наблюдаемые структуры при  $D_e = 0,001$ ;  $t_e = 0$ ;  $K = 3,5$ ;  $\Delta = 120^\circ$  (многопроходовый интерферометр)

Фазовый набег $U(\mathbf{r}, t)$		Квадрат амплитуды на входе $HC/(1-R)$		$V_d$
	max = 1,8404 min = 1,8399		max = 0,8365 min = 0,8363	0
	max = 3,5923 min = 3,5923		max = 1,6329 min = 1,6329	1

Рис. 6. Наблюдаемые структуры при  $D_e = 0,001$ ;  $t_e = 0$ ;  $K = 2,2$ ;  $\Delta = 180^\circ$  (многопроходовый интерферометр)

	max = 3,1852 min = 1,7517 $V_d = 0$		max = 4,8909 min = 1,9609 $V_d = 1$		max = 4,8626 min = 2,1033 $V_d = 2$
	max = 4,7417 min = 2,1082 $V_d = 3$		max = 4,5793 min = 2,2575 $V_d = 5$		

Рис. 7. Формирующиеся структуры при воздействии на НКИ вихревого поля с различным порядком дислокации  $V_d$  при  $K = 3,5$ . В КОС реализовано зеркальное отображение поля

Случаю зеркального отображения поля в КОС соответствует рис. 7, где показаны структуры нелинейного фазового набега, состоящие из пар секторов, интенсивность которых варьирует от сектора к сектору. Из рис. 7 видно, что при азимутальном обходе (в любой из полу-плоскостей) от  $[0, \pi]$  число ее резких перепадов равно порядку ВД. Тем самым продемонстрирована справедливость второго тезиса разд. 2.

### Заключение

Итак, анализ и имитационные эксперименты показали возможность идентификации порядка винтовой дислокации вихревого поля, поступающего на вход нелинейного кольцевого интерферометра, по виду структур нелинейного фазового набега (и интенсивности), а также их динамики в модели (2) процессов в НКИ. В случае поворота поля в контуре обратной связи НКИ на некоторый угол установлена равноценность влияния на структурообразование порядка дислокации  $V_d$  и запаздывания (фазовой задержки) поля в КОС. Эта равноценность формализована в правиле нумерации структур (6).

Полученный результат позволяет предложить использование НКИ: 1) для идентификации порядка ВД оптического вихря (по виду структур в поперечном сечении пучка); 2) для компенсации влияния вихря (подбирая значение  $L$ , удовлетворяющее условию (6) при заданных  $N_s$  и  $V_d$ ) на ход и результат структурообразования в интерферометре; 3) в качестве основы арифметико-логического устройства, реализующего операцию сложения по модулю  $m$ .

Потенциальным преимуществом применения НКИ по п. 1 служит возможность добиться ситуаций, когда при варьировании  $V_d$  динамика процессов в НКИ (либо устанавливающиеся структуры) качественно меняется. Это спо-

собно значительно упростить процесс идентификации порядка винтовой дислокации  $V_d$ .

В случае зеркального отражения поля в КОС можно определить порядок  $V_d$  по числу смен особенностей структуры при азимутальном обходе сингулярной точки.

Авторы благодарны В.П. Аксенову и О.В. Тихомировой за полезные замечания при обсуждении результатов, а Э.А. Соснину – за указание на работы [3, 4].

1. Короленько В.П. // Соросовский образовательный журнал. 1998. № 6. С. 94–99.
2. Аксенов В.П., Колосов В.В., Тартаковский В.А., Фортес Б.В. // Оптика атмосферы и океана. 1999. Т. 12. № 10. С. 952–958.
3. Mansuripur M., Wright E. // Optics & Photonics News. 1999. V. 10. № 2. P. 40–44.
4. Weiss C.O. et al. // Appl. Phys. 1999. В 68. P. 151–168.
5. Ахманов С.А., Воронцов М.А. // Нелинейные волны: динамика и эволюция. М.: Наука, 1989. С. 228–237.
6. Новые физические принципы оптической обработки информации / Под ред. С.А. Ахманова, М.А. Воронцова. М.: Наука, 1990. С. 263–326.
7. Лукин В.П. // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. № 1. С. 280–290.
8. Измайлов И.В., Магазинников А.Л., Пойзнер Б.Н. Моделирование процессов в кольцевом интерферометре с нелинейностью, запаздыванием и диффузией при монохроматическом излучении // Изв. вузов. Физика. 2000. № 2. С. 29–35.
9. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика: Учебник. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998. 656 с.
10. Аршинов А.И., Мударисов Р.Р., Пойзнер Б.Н. // Изв. вузов. Физика. 1995. № 6. С. 77–81.
11. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972. 418 с.
12. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977. 439 с.
13. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1987. 288 с.

#### *I.V. Izmailov, A.L. Magazinnikov, B.N. Poizner. Identification of wave front spiral dislocation and compensation of dislocation influence on optical forming in ring interferometer models.*

A modification of the Akhmanov – Vorontsov model describing optical forming in the nonlinear ring interferometer (NRI) is suggested. The case of optical field turning through some angle in transverse plane of the laser beam (in feedback of the NRI) is investigated. It is found that both spiral dislocation order of the wave front at the NRI input and phase shift of the optical field in feedback of the NRI affect optical forming equally strongly. A theoretical analysis and simulations show the new possibilities of the NRI application: for the identification of spiral dislocation order of an optical vortex (by shape of optical structure in transverse plane of laser beam in the NRI); for the compensation of the optical vortex effect on evolution and result of the optical forming in the NRI; as a basis of an arithmetical logical device realizing addition operation.