

В.А. Архипов, С.С. Бондарчук, Е.А. Козлов, В.Ф. Трофимов

Анализ полимодальных спектров размеров аэрозольных частиц методом лазерного зондирования

НИИ прикладной математики и механики при ТГУ, г. Томск

Поступила в редакцию 21.01.2002 г.

Представлены два метода лазерной диагностики полимодальных функций распределения размеров и концентраций аэрозольных частиц. Предлагаемые подходы являются модификациями известного метода малых углов индикатрисы рассеяния и метода спектральной прозрачности К.С. Шифрина. Даны постановки и решения соответствующих обратных задач оптики аэрозолей на основе технологии прямого поиска. Верификация метода проведена путем решения модельных задач.

Размеры и концентрация частиц в сверхзвуковых двухфазных потоках плазмы продуктов сгорания являются важнейшими параметрами, определяющими энергетические и экологические характеристики различных технических устройств (МГД – генераторы, ракетные двигатели, газодинамические испытательные установки и т.д.). Применение механических отборников для определения размеров частиц вносит возмущение в исследуемый поток, а для высокотемпературных условий вообще представляется проблематичным. Существующие методы оптической диагностики параметров аэрозолей [1] применимы, как правило, только для унимодальных распределений частиц по размерам, хотя результаты ряда исследований свидетельствуют о наличии бимодальных и полимодальных спектров размеров частиц в отобранных пробах (в частности, для конденсированных продуктов сгорания твердых ракетных топлив [2]). Кроме того, применение классических методов оптической диагностики в этом случае затруднено наличием мощного собственного излучения плазмы и эффектами динамического запаздывания частиц.

В настоящей статье рассмотрены два метода лазерной диагностики полимодальных распределений частиц по размерам, являющихся модификациями развитых К.С. Шифриным [3] методов малых углов индикатрисы рассеяния и метода спектральной прозрачности. Разработанные методы и способ расчета оптических характеристик полидисперсных аэрозольных систем защищены авторским свидетельством [4].

1. Модифицированный метод малых углов индикатрисы рассеяния

Анализ индикатрисы рассеяния для реальных полидисперсных систем показывает, что максимум интенсивности рассеянного излучения $I(\Theta)$ находится в диапазоне углов рассеяния $\Theta \approx 7 \div 10^\circ$ [5]. Поведение индикатрисы в этом диапазоне (наличие немонотонностей, точек перегиба, больших градиентов) в значительной мере определяется полимодальностью искомых функций распределения частиц по размерам $f(r)$. Надежная, не выходящая за рамки физической адекватности, интер- и экстраполяция зависимостей $I(\Theta)$ при ограниченном числе экспериментальных наблюдений затруднена (особенно вблизи $\Theta \approx 0^\circ$, где измерения технически сложны). Использование при решении данного класса обратных задач традиционно применяемых регуляризирующих алгоритмов не обеспечивает приемлемой точности, а в случае полимодальных распределений $f(r)$ построение решения становится вряд ли возможным [6, 7].

Для решения рассматриваемой проблемы предлагаются метод и алгоритм расчета, основанный на концепции подбора при решении серии прямых задач (метод прямого поиска). Единственность решения при этом достигается использованием некоторой априорной информации о решении, в частности о количестве мод (максимумов) искомой функции распределения $f(r)$. При этом $f(r)$ представляется в виде ряда

$$f(r) = \sum_{i=1}^M a_i f_i(r), \quad \sum_{i=1}^M a_i = 1, \quad (1)$$

где $f_i(r)$ – унимодальная нормированная функция распределения какого-либо конкретного вида; a_i – весовой коэффициент i -й функции.

Представление (1) при достаточном числе членов ряда M будет описывать реальные законы распределения с достаточной наперед заданной точностью. Полидисперсная индикатриса рассеяния для каждой конкретной функции $f(r)$ определяется соотношением

$$I(\Theta) = \int_0^\infty \pi Q_s(r, \Theta) r^2 f(r) dr, \quad (2)$$

где $Q_s(r, \Theta)$ – фактор эффективности углового рассеяния частицы радиусом r .

Для области малых углов ядро интегрального уравнения (2) в предположении сферичности частиц имеет простой аналитический вид [1, 3]:

$$Q_s(r, \Theta) = \frac{\rho^2}{4\pi} F(z), \quad F(z) = \left[\frac{2J_1(z)}{z} \right]^2, \quad \rho = \frac{2\pi r}{\lambda}, \quad z = \Theta r. \quad (3)$$

Здесь ρ – параметр дифракции (параметр Ми); λ – длина волны зондирующего излучения; $J_1(z)$ – функции Бесселя первого рода первого порядка.

Из соотношений (1)–(3) следует:

$$I(\Theta) = \sum_{i=1}^M a_i \int_0^\infty \left[\frac{r J_1(z)}{\Theta} \right]^2 f_i(r) dr = \sum_{i=1}^M I_i(\Theta),$$

где $I_i(\Theta)$ – полидисперсная индикатриса рассеяния для i -й функции распределения $f_i(r)$.

Определение $f(r)$ по измеренной индикатрисе рассеяния $I(\Theta)$ методом решения прямых

задач можно свести к поиску минимума функционала

$$\varphi = \sum_{j=1}^{\mathfrak{N}} \left| I(\Theta_j) - \sum_{i=1}^M a_i I_i(\Theta_j) \right|, \quad (4)$$

где $I(\Theta_j)$ ($j = 1, 2, \dots, \mathfrak{N}$) – измеренные значения индикатрисы рассеяния для дискретных значений угла рассеяния Θ_j .

Алгоритм решения задачи предусматривает несколько этапов. Для определенности в качестве системы функций $f(r)$ зададим совокупность обобщенных гамма-распределений [8]:

$$f_i(r) = b_i r^{\beta_i} \exp[-(r/r_{0i})^2], \quad (5)$$

где r_0 – максимум (мода) функции распределения; b , β – параметры распределения.

На предварительном этапе составляется таблица рассчитанных значений $I_i(\Theta_j)$ для углов измерения Θ_j и выбранных из физических соображений пределов измерения модального размера r_0 (для метода малых углов минимумом r_0 является длина волны излучения λ).

На этапе первого приближения варьированием весовых коэффициентов $a_i = 0, \frac{1}{M}, \frac{2}{M}, \dots, \frac{M-1}{M}, 1$ (где M – степень «дробления») определяется их совокупность, обеспечивающая минимум функционала (4). При этом генерация вариантов $\{a_i\}$ проводится с учетом ограничения, накладываемого заданным априорно количеством мод искомого функции распределения. Для унимодального распределения это ограничение формулируется как генерация $\{a_i\}$ с одним максимумом; для бимодальных – с двумя и т.д.

Наиболее простым уточнением решения на втором и последующих этапах является варьирование каждого коэффициента a_i в пределах $1/M$ относительно ранее найденного значения с целью дальнейшей минимизации функционала (4). Другим возможным способом уточнения $f(r)$ является использование информации, полученной на каком-либо этапе варьирования, для построения аппроксимационной зависимости опытных значений индикатрисы рассеяния и последующего решения обратной задачи.

Результаты тестовых испытаний программного комплекса представлены на рис. 1 и 2. На рисунках приведены безразмерные функции распределения $\bar{f}(r) = f(r)/f(r_0)$, где r_0 – модальный радиус частиц исходного размера. В обоих случаях задавалось по четыре значения индикатрисы рассеяния для углов 0,5; 2; 5 и 10°. Решение искалось в виде суммы пятичленного ряда унимодальных функций обобщенного гамма-распределения вида (5).

На рис. 1 приведено сравнение исходного распределения (ступенчатой функции) с первой итерацией (приближением) восстанавливаемой зависимости в классах унимодальных и бимодальных распределений. Приведенные зависимости хорошо иллюстрируют неоднозначность восстановления функций распределения из конкретных исходных значений индикатрисы. Неоднозначность исключается в случае привлечения какой-либо априорной информации [8–10], которая здесь формулируется в виде ограничений, накладываемых на спектр выходных значений генератора композиций.

В рассматриваемой ситуации главным является ограничение обязательного количества различных максимумов в генерируемой определяющей функции, которое и опреде-

ляет количество мод восстанавливаемой функции распределения. Подчеркнем еще раз – для предлагаемой технологии построения решения модальность (качественный вид) восстанавливаемой функции определяется привлечением априорных данных, с помощью которых однозначно строится количественная зависимость.

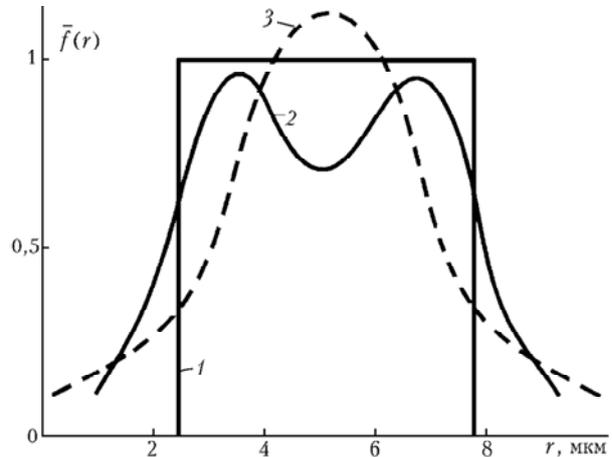


Рис. 1. Сравнение исходного (1) и восстановленных (2 – бимодального, 3 – унимодального) распределений

Влияние погрешностей измерений на результат восстановления моделировалось заменой истинных значений индикатрисы $I(\Theta_j)$ на

$$I(\Theta_j) = [1 + pN_j] I(\Theta_j),$$

где N_j – случайные числа, равномерно распределенные на интервале $[-0,01; +0,01]$; p – относительная процентная погрешность измеренных значений индикатрисы.

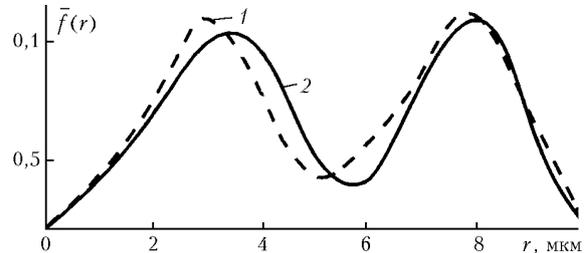


Рис. 2. Исходное (1) и восстановленное (2) распределения

Результаты вычислений по первой итерации (приближению) представлены на рис. 2 и показывают удовлетворительное совпадение заданных и восстановленных бимодальных функций распределения $f(r)$ с уровнем погрешности $p = 25\%$, типичным для измерений индикатрисы рассеяния.

Из результатов, представленных на рис. 2, видно достаточно хорошее качественное и количественное совпадение (максимальное расхождение не превышает 11%) заданной и восстановленной зависимостей даже для первой итерации по решению, что подтверждает высокие вычислительные возможности предлагаемого подхода. Среднее время расчета типового варианта составляло менее минуты на ЭВМ IBM-PC (Pentium-200MHz).

2. Модифицированный метод спектральной прозрачности

Способ определения среднего размера сферических частиц, основанный на том, что усредненный фактор эф-

фактивности ослабления \bar{Q} инвариантен относительно вида $f(r)$, был предложен в [1]. Алгоритм нахождения среднего объемно-поверхностного радиуса r_{32} и массовой концентрации конденсированных частиц C по измеренным значениям оптической толщины τ для двух длин волн зондирующего излучения сводится к решению систем уравнений

$$\tau_j = \frac{3C \ell \bar{Q}(\rho_{32,j})}{\rho_k r_{32}}, \quad j = 1, 2, \quad (6)$$

где ρ_k – плотность материала частиц; ℓ – оптическая длина пути; $\rho_{32,j} = 2\pi r_{32}/\lambda_j$ – усредненный параметр дифракции.

Определение параметров полимодальных распределений $f(r)$ методами спектральной прозрачности требует, как правило, многочастотного зондирования в широком диапазоне длин волн λ . Известны попытки применения метода для диагностики дисперсных сред с бимодальным распределением частиц по размерам, когда этот диапазон удается уменьшить за счет «фракционного» взаимодействия излучения с полидисперсными частицами [6].

Рассмотрим возможность применения этого метода для оценки параметров бимодальных распределений, состоящих из частиц двух резко отличающихся по размеру фракций. В этом случае $f(r)$ можно представить в виде суммы $f(r) = f_1(r) + f_2(r)$, причем каждая из $f_i(r)$ характеризуется своими значениями r_{0i} , r_{32i} , C . Предположим, что в пределах взаимодействия по механизму Ми [3, 5] сохраняется инвариантность \bar{Q} от вида $f(r)$, т.е. $\bar{Q} = \bar{Q}(\rho_{32,i})$. Для диагностики таких систем выбор длин волн проводится из условия

$$\Lambda_{ij} \approx r_{0i}/\rho_m,$$

где $\Lambda_{ij} = \lambda_{ij}/\pi$ ($i, j = 1, 2$); ρ_m – координата первого максимума фактора эффективности ослабления $Q(\rho)$ для исследуемых частиц.

Система уравнений для определения r_{32} и C имеет вид

$$\begin{cases} \tau_{i1} = \frac{3C_i \ell}{\rho_k r_{32,i}} \bar{Q}(\Lambda_{i1}), \\ \tau_{i2} = \frac{3C_i \ell}{\rho_k r_{32,i}} \bar{Q}(\Lambda_{i2}), \end{cases} \quad i = 1, 2, \quad (7)$$

где

$$\bar{Q}(\Lambda_{ij}) = \frac{\int_0^{\rho_*} Q(\rho) \rho^2 f_i(\rho, \Lambda_{ij}) d\rho}{\int_0^{\rho_*} \rho^2 f_i(\rho, \Lambda_{ij}) d\rho}, \quad (8)$$

а величина ρ_* находится из соотношения

$$\int_0^{\rho_*} Q(\rho) (\rho - \rho_m) d\rho = 0. \quad (9)$$

Исследование возможности реализации данного метода проводилось с помощью решения модельной задачи для $f(r)$ вида

$$f(r) = b_1 r^{\beta_1} \exp[-(r/r_{01})^2] + b_2 r^{\beta_2} \exp[-(r/r_{02})^2] \quad (10)$$

(сумма обобщенных гамма-распределений), а также путем сопоставления результатов оптической диагностики с данными отборов проб (осаждение на предметных стеклах) частиц окиси алюминия, распыляемых струей плазматрона. Предварительные результаты исследований показали, что при наличии необходимого объема априорной информации о $f(r)$ возможно определение параметров бимодальных распределений рассматриваемого класса методом спектральной прозрачности с ограниченным числом частот зондирования.

1. *Архипов В.А.* Лазерные методы диагностики гетерогенных потоков. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1987. 140 с.
2. *Федоров Б.Н., Плечев Ю.А., Тимохин Э.М.* Исследование дисперсности частиц окиси алюминия в продуктах сгорания конденсированных веществ // Физ. горения и взрыва. 1982. Т. 18. № 1. С. 22–27.
3. *Шифрин К.С.* Рассеяние света в мутной среде. М.: Гостехиздат, 1951. 288 с.
4. *А. с. 310235, СССР, 1990.* Способ определения концентрации и максимального размера конденсированных частиц в продуктах сгорания / *Архипов В.А., Бондарчук С.С., Козлов Е.А.*
5. *Дейрменджан Д.* Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир, 1971. 168 с.
6. *Захаров П.В., Зиньковский Ю.Ф., Сокольников А.С.* Определение моментов спектра частиц по размерам // Ж. прикл. спектроскопии. 1979. Т. 31. № 5. С. 828–833.
7. *Шигапов А.Б., Сабирзянов В.Г., Бакмуллин Р.Х.* Определение закона распределения твердых частиц дисперсного потока по размерам с помощью индикатрисы рассеяния методом подбора по Тихонову // Изв. вузов. Авиационная техника. 1991. № 3. С. 40–41.
8. *Архипов В.А., Бондарчук С.С.* Формулы связи параметров унимодальных распределений частиц по размерам с геометрическими характеристиками функции плотности вероятности // Механика быстропротекающих процессов. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1989. С. 83–92.
9. *Архипов В.А., Бондарчук С.С.* Методика расчета оптических характеристик полидисперсных аэрозольных систем // Информационный листок. Томск: Томский межотраслевой центр научнотехнической информации и пропаганды, 1991. 4 с.
10. *Архипов В.А., Бондарчук С.С., Боровской И.Г., Шелупанов А.А.* Технология прямого поиска при решении задач прикладной математики // Сб. научных трудов Института вычислительных технологий СО РАН. Новосибирск, 1995. Т. 4. № 10. С. 19–25.

V.A. Arkhipov, S.S. Bondarchuk, E.A. Kozlov, V.F. Trofimov. Laser diagnostics of polymodal aerosol particles.

Two methods for laser diagnostics of polymodal aerosol particle sizes and concentration were proposed. These methods are modifications of known small-angle scattering diagram method and spectral transparency method published in Shifrin's work. The corresponding inverse problems of aerosol optics were formulated and solved by direct search technology. The verification of proposed methods was carried by solving model problems.