

Г.М. Креков¹, М.М. Крекова¹, В.Н. Кузьмин²

Поляризационная структура рассеянного излучения в оптически активной дисперсной среде

¹Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск, Россия

²Институт физики БАН, г. Минск, Беларусь

Поступила в редакцию 2.10.2003 г.

Показана возможность построения статистических алгоритмов метода Монте-Карло для решения векторного уравнения переноса в оптически активных средах. Проверена работоспособность алгоритма, и выполнен предварительный анализ поляризационной структуры обратного сигнала на примере модельной среды, состоящей из гиротропных рассеивающих частиц.

Введение

В приложениях физической оптики, в частности в классе задач оптики атмосферы и гидросферы, нередко возникает необходимость учета анизотропии рассеивающих частиц. Такие частицы могут присутствовать, например, в тропосферном аэрозоле почвенно-эрзационного происхождения (основная компонента которого кварц), в гидроазоле – некоторые виды органических частиц, в облаках среднего яруса – ледяные кристаллы. Слабые проявления оптической активности природных дисперсных сред в естественных условиях могут усиливаться при экстремальных возмущениях электрического поля (квадратичный эффект Керра). Так, например, в [1] показано, что в период, предшествующий сейсмическим событиям, происходит пространственное перераспределение напряжений электрического поля в локальных объемах земной коры. В [2] показано, что эти вариации δE проявляются через фактор анизотропии, при этом заметно трансформируются поляриметрические показатели земной коры. Возможно, что подобным образом они проявят себя и на частицах аэрозоля почвенно-эрзационного происхождения.

Оптические свойства элементарного рассеивающего объема анизотропной среды далеко не всегда могут описываться характеристиками эквивалентной изотропной среды [3]. При оценке энергетических характеристик излучения, как правило, ограничиваются рассмотрением скалярного уравнения переноса. Для оптически активных сред такой подход физически не оправдан, и уже для оценки лучевой интенсивности может оказаться необходимым решение системы интегродифференциальных уравнений для вектор-параметров Стокса [4]. Учет поляризационных эффектов при анализе прохождения излучения через анизотропные среды осуществлялся в целом ряде астрофизических задач [5]. Асимптотический метод расчета вектор-функции Стокса при освещении бесконечно широким пучком света среды, состоящей из анизотропных случайно ориентированных

частиц, разработан в [6]. При распространении излучения в среде, где не выполняются условия глубинного режима, наиболее оптимально использование метода статистического моделирования. В данной статье предложен подход к построению алгоритма статистического моделирования для оценок линейных функционалов от решения векторного уравнения переноса.

Метод решения

В общем случае уравнение переноса излучения с учетом поляризации имеет вид

$$\omega \nabla I(r, \omega) = -\sigma(r)A(r)I(r, \omega) + \sigma(r)B(r, \omega); \quad (1)$$

$$B(r, \omega) = \frac{\Lambda(r)}{4\pi} \int P(r, \omega, \omega') I(r, \omega') d\omega'; \quad (2)$$

$$P(r, \omega, \omega') = L(\pi - i_2)R(r, \omega, \omega')L(-i_1), \quad (3)$$

где $I = (I, Q, U, V)$ – вектор-параметр Стокса; $\omega = (a, b, c)$ – единичный вектор направления $r = (x, y, z)$; σ – коэффициент ослабления; Λ – альбедо однократного рассеяния; A – нормализованная относительно σ матрица экстинкции; P – угловая матрица; R – матрица рассеяния; L – матрица поворота [7]; i_1, i_2 – углы между плоскостью рассеяния и плоскостями, проходящими через ось системы координат и векторы ω и ω' соответственно.

Алгоритмы метода Монте-Карло, в частности для решения уравнения переноса, наиболее корректно строятся на базе интегрального уравнения, основываясь на вероятностной интерпретации его ядра. Для изотропной среды переход от системы интегродифференциальных уравнений к системе интегральных показан, например, в [8].

Для некоторых анизотропных сред такой переход можно осуществить с использованием метода нормальных волн [4], когда матрица экстинкции A диагонализируется с помощью некоторой числовой матрицы T . После умножения (1) на T получим

$$\omega \nabla T(r, \omega) = -\sigma(r)TA(r)T^{-1}TI(r, \omega) + \sigma(r)TB(r, \omega). \quad (4)$$

Здесь матрица TAT^{-1} является диагональной, что позволяет решить (4) относительно TI , если считать TB известной вектор-функцией. Умножение на T^{-1} даст систему интегральных уравнений относительно I , структура которых определяется матрицей A .

В качестве примера рассмотрим среду, состоящую из хаотически ориентированных частиц, не имеющих плоскостей симметрии, а следовательно, ни осей, ни центра симметрии (изотропная гиротропная среда). Матрицы рассеяния и экстинкции в этом случае будут иметь вид [9]:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \gamma_{14} \\ 0 & 1 & \gamma_{23} & 0 \\ 0 & -\gamma_{23} & 1 & 0 \\ \gamma_{14} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & R_{14} \\ R_{12} & R_{22} & R_{23} & R_{24} \\ -R_{13} & -R_{23} & R_{33} & R_{34} \\ R_{14} & R_{24} & -R_{34} & R_{44} \end{pmatrix},$$

$R(r, \omega, \omega') = R(r, \omega\omega')$. Для заданной матрицы A матрицы T и T^{-1} определяются как

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & i & 0 \\ 0 & 1 & -i & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad T^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -i & i & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

и, следовательно,

$$TAT^{-1} = \begin{pmatrix} 2(1 + \chi_{14}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2(1 - i\chi_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1 + i\chi_{23}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1 - \chi_{14}) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Границные условия предполагаем заданными в плоскости $Y = 0$, считая известной вектор-функцию $I_0(r_0, \omega)$ при $b > 0$:

$$\alpha(r, r_0) = e^{-\tau(r, r_0)} \begin{pmatrix} e^{-v_{14}(r, r_0)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{iv_{23}(r, r_0)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-iv_{23}(r, r_0)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{v_{14}(r, r_0)} \end{pmatrix},$$

$$\tau(r, r_0) = \frac{1}{by} \int_0^y \sigma(r) d\xi; \quad v_{14} = \frac{1}{b} \int_0^y \sigma(r') \gamma_{14}(r') d\xi,$$

$$v_{23} = \frac{1}{b} \int_0^y \sigma(r) \gamma_{23}(r) d\xi; \quad r' = r + \frac{\xi - y}{b} \omega.$$

Решение неоднородного уравнения относительно $TI(r, \omega)$ может быть представлено в виде

$$TI(r, \omega) = \frac{1}{b} \int_0^y \sigma(r') \alpha(r, r') TB(r, \omega) d\xi + \alpha(r, r') TI_0(r, \omega), \quad (9)$$

где матрица $\alpha(r, r')$ получается из матрицы $\alpha(r, r_0)$ заменой нижнего предела интегрирования 0 на ξ и r' на $r'' = r + (\eta - y)\omega/b$. Умножив (9) на T^{-1} , получим искомое формальное решение уравнения (4) при $b > 0$:

$$I(r, \omega) = \frac{1}{b} \int_0^y \sigma(r') T^{-1} \alpha(r, r') TB(r', \omega) d\xi + T^{-1} \alpha(r, r_0) TI_0(r, \omega).$$

Матрицу $F(r, r') = T^{-1} \alpha(r, r'_0) T$, умноженную для удобства дальнейших выкладок на $e^{\tau(r, r')}$, можно привести к виду

$$F(r, r') = \begin{pmatrix} \text{ch}v_{14} & 0 & 0 & -\text{sh}v_{14} \\ 0 & \cos v_{23} & -\sin v_{23} & 0 \\ 0 & \sin v_{23} & \cos v_{23} & 0 \\ -\text{sh}v_{14} & 0 & 0 & \text{ch}v_{14} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

После подстановки (2), (11) в (10) получим интегральное уравнение для вектор-функции Стокса

$$I(r, \omega) = \frac{1}{4\pi b} \int_0^y \sigma(r) \lambda(r) e^{-\tau(r, r')} \int_{4\pi} P(r', \omega\omega') I(r', \omega') d\omega' d\xi + e^{-\tau(r, r_0)} F(r, r_0) I_0(r, \omega), \quad b > 0.$$

После несложных преобразований уравнение (12) и аналогичное ему при $b < 0$ можно свести к следующему интегральному уравнению:

$$I(X) = \int_X K_I(X, X') dX' + \Psi(X) \quad (13)$$

с ядром

$$K_I(X', X) = \frac{\sigma(r') \lambda(r') e^{-\tau(r, r')} F(r, r') P(r', \omega, \omega')}{4\pi |r - r'|^2} \delta\left(\omega - \frac{r - r'}{|r - r'|}\right) \quad (14)$$

и свободным членом

$$\Psi(X) = e^{-\tau(r, r_0)} F(r, r_0) I_0(\omega), \quad (15)$$

где X – фазовое пространство координат и направлений, $X = (r, \omega)$.

Уравнение (13) можно интерпретировать как уравнение переноса поляризованного света в фиксированной изотропной среде с коэффициентом ослабления $\sigma(r)$ и угловой матрицей преобразования параметров Стокса $F(r, r') P(r, \omega, \omega')$. Тогда для вектор-функции плотности столкновений $\phi(X) = \sigma(r) I(X)$ получим

$$\phi(X) = \int_X K(X', X) \phi(X') dX' + \sigma(r) \Psi(X); \quad (16)$$

$$\mathbf{K}(\mathbf{X}', \mathbf{X}) = \sigma(\mathbf{r}) \mathbf{K}_I(\mathbf{X}', \mathbf{X}) / \sigma(\mathbf{r}). \quad (17)$$

Такая интерпретация уравнения (13) позволяет с незначительными изменениями использовать при вычислении линейных функционалов от Φ алгоритмы метода Монте-Карло, разработанные для изотропной среды [6]. Изменения касаются в основном процедуры пересчета вектор-параметра Стокса после рассеяния, которая, в отличие от приведенной в [6], содержит следующие формулы:

$$I = S_1 \text{ch} v_{14} - S_4 \text{sh} v_{14}; \quad Q = S_2 \cos v_{23} - S_3 \sin v_{23}; \\ U = S_2 \sin v_{23} + S_3 \cos v_{23}; \quad V = -S_1 \text{sh} v_{14} + S_4 \text{ch} v_{14},$$

где

$$\begin{aligned} S_1 &= I'R_{11} + AR_{12} + BR_{13} + V'R_{14}, \\ S_2 &= C \cos 2i_2 - D \sin 2i_2, \\ S_3 &= C \sin 2i_2 + D \cos 2i_2, \\ S_4 &= I'R_{41} + AR_{42} + BR_{43} + V'R_{44}; \\ A &= Q' \cos 2i_1 - U' \sin 2i_1; \\ B &= Q' \sin 2i_1 + U' \cos 2i_1; \\ C &= I'R_{21} + AR_{22} + BR_{23} + V'R_{24}; \\ D &= I'R_{31} + AR_{32} + BR_{33} + V'R_{34}. \end{aligned} \quad (18)$$

Отметим, однако, что уравнение (13), а следовательно, (14), (15) и (18) справедливы при матрице A , задаваемой соотношением (5). Для других типов анизотропных сред, когда имеются нормальные волны [2], нужно заново (по изложенной выше схеме) получать интегральное уравнение для вектор-функции $\Phi(\mathbf{x})$, так как диагонализирующая матрица T будет иметь иной вид. Апробация предлагаемого подхода ниже проведена на конкретном примере.

Результаты расчетов

В работе [10] показано, что наибольшая чувствительность оптических характеристик к анизотропным свойствам среды проявляется в поведении компонент матрицы рассеяния в области углов больше 150° , т.е. в направлении назад. Исходя из этого, начальные и граничные условия задачи соответствуют схеме моностатического лазерного локатора. Полагается, что линейно поляризованный световой импульс попадает на плоскопараллельный однородный рассеивающий слой Δy с заданными оптическими свойствами. Точечный источник и приемник совмещены с началом координат, их оптические оси перпендикулярны к слою. Источник излучает изотропно в телесный угол $2\pi(1 - \cos\phi_i)$, телесный угол поля зрения детектора равен $2\pi(1 - \cos\phi_d)$. Локатор удален от среды на расстояние y_0 . Весь набор оптических характеристик предварительно рассчитан с помощью метода, учитывающего анизотропию сферических частиц. Расчет выполнен на длине волны 0,5 мкм для аэрозольных частиц, распределенных по логнормальному закону с медианным радиусом 0,03 мкм и дисперсией распределения 0,74 [11]. Показатель преломления $n = (n_L + n_R)/2 = 1,55$, где n_L и n_R — показатели преломления для левой

и правой циркулярно поляризованных волн, разность которых пропорциональна оптической активности среды α_s и в расчетах принималась равной 10^{-4} и 10^{-2} . На рис. 1 представлена угловая зависимость компонент приведенной матрицы рассеяния $R_{ij} = R_{ij}/R_{11}$.

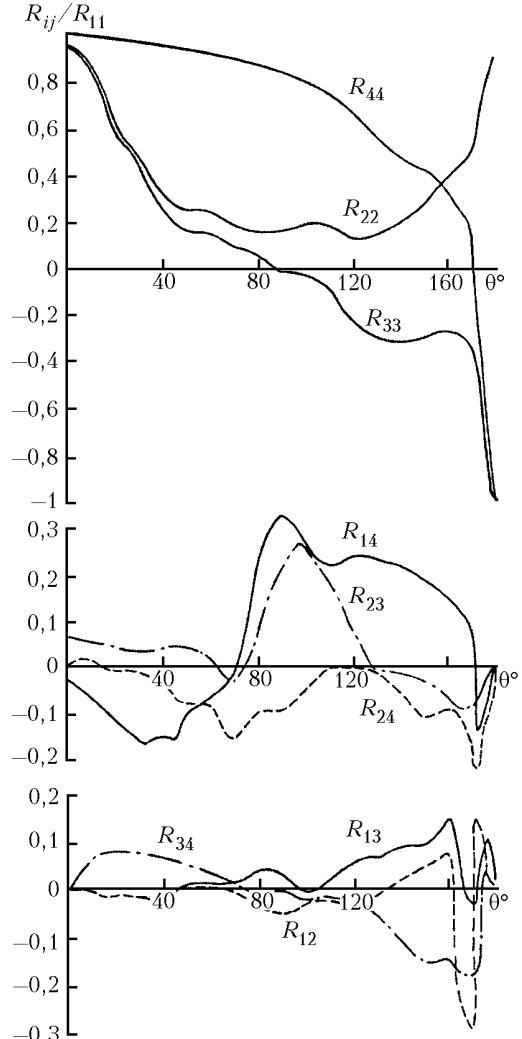


Рис. 1. Угловые зависимости компонент матрицы рассеяния при $\alpha_s = 10^{-2}$

Алгоритм предусматривает статистическую оценку следующих интегральных характеристик переноса: интегралов от вектор-параметра Стокса по некоторым областям фазового пространства $[X \times T]$:

$$\mathbf{I}_s = \frac{1}{c\Delta t} \int_{\Delta r^*} dr \int_{\Delta \Omega^*} d\omega \int_{\Delta t} dt \mathbf{I}(\mathbf{r}, \omega, t) dt, \quad (19)$$

где c — скорость света,
степени деполяризации

$$\delta = (I_s - Q_s)/(I_s + Q_s), \quad (20)$$

ориентации плоскости поляризации

$$\chi = 0,5 \arctg(U_s / Q_s) \quad (21)$$

и эллиптичности

$$\varepsilon = \operatorname{tg} \left(0,5 \arcsin \left[V_s^2 / (Q_s^2 + U_s^2 + V_s^2) \right] \right). \quad (22)$$

Расчеты выполнены при $\phi_u = 0,8$ мрад, $\sigma = 0,3 \text{ м}^{-1}$, $\Delta y = 20 \text{ м}$ и $y_0 = 200 \text{ м}$ с объемом статистической выборки, поддерживающей средний уровень дисперсии в конце трассы зондирования в пределах 10–15%. Решение уравнения (1) сопоставлялось с оценками, полученными при решении векторного и скалярного уравнений для эквивалентной среды, состоящей из изотропных частиц с тем же показателем преломления и распределением по размерам. Для случая очень слабой анизотропии $\alpha_s = 10^{-4}$ недиагональные элементы матрицы \mathbf{R} , кроме R_{12} и R_{34} , имеют значения ниже 0,01, а компоненты матрицы ослабления χ_{14} и $\chi_{23} \approx 10^{-3}$, т.е. в данном случае отличия оптических свойств анизотропной и изотропной сред незначительны. Поэтому временные зависимости интенсивностей однократного и полного рассеяния, полученные из решения (1), практически совпадают (рис. 2) с решением скалярного уравнения. Подобным образом характеризуется поведение степени деполяризации излучения (кривая 3, рис. 2), параметры ε и χ оказываются близкими к нулю.

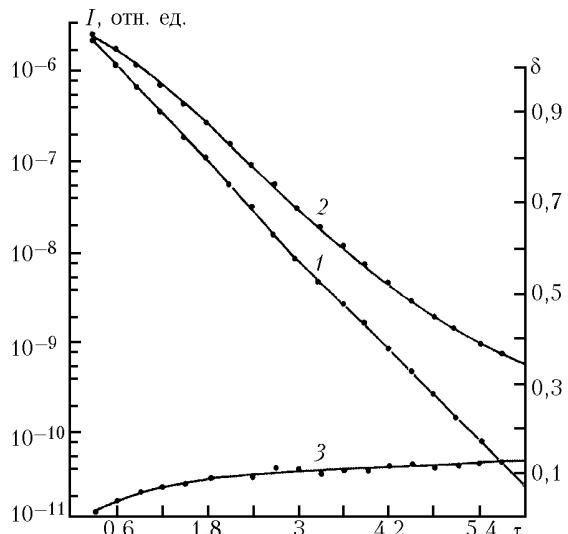


Рис. 2. Зависимости интенсивности однократного (кривая 1) и полного (кривая 2) сигналов и степени деполяризации (кривая 3) от оптической глубины при $\phi_d = 0,8$ мрад и $\alpha_s = 10^{-4}$; точки на кривых – расчеты для изотропной среды

Увеличение фактора анизотропии среды α_s до 10^{-2} приводит к росту недиагональных компонент матрицы \mathbf{R} , а компоненты матрицы ослабления также достигают заметных значений $\chi_{14} = 0,0033$ и $\chi_{23} = -0,055$. Следует отметить, однако, что данное значение α_s является предельно высоким для гиротропной среды и не исследован вопрос о возможности использования в расчетах матриц рассеяния и экстинкции теории возмущений с точностью до первого порядка. По этим причинам соответствующие матрицы следует рассматривать как модельные.

В данной модельной оптической ситуации интенсивность полного сигнала $I(\tau)$ превосходит, хотя

и незначительно, интенсивность сигнала $I'(\tau)$, отраженного средой, состоящей из изотропных сферических частиц, от изотропной среды. Величина возрастает с увеличением $\tau = \sigma c t$ и угловой апертуры приемного устройства ϕ_d (рис. 3, а).

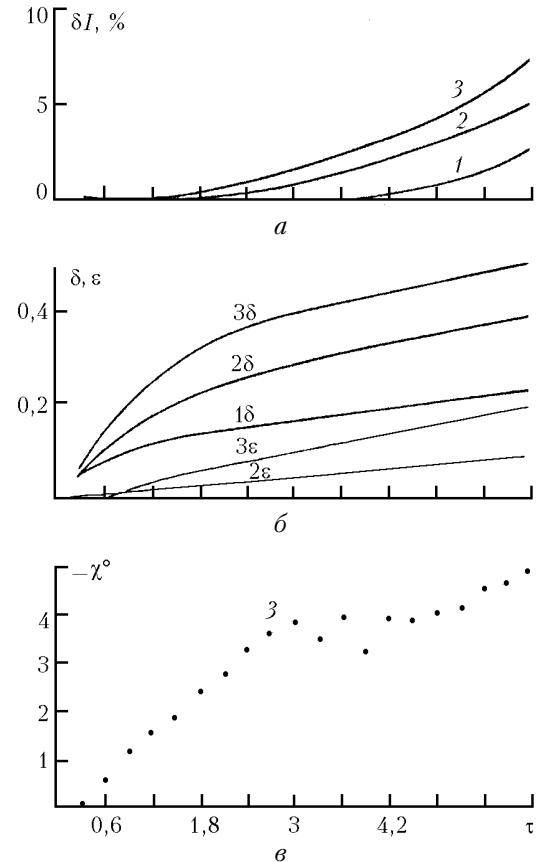


Рис. 3. Зависимость поляризационных свойств излучения от безразмерного времени $\tau = \sigma c t$ при $\alpha_s = 10^{-2}$. Кривые 1–3 соответствуют углам приема $\phi_d = 0,8$; 3 и 6 мрад. Индексы у цифр означают соответствующий параметр

Степень деполяризации излучения, приведенная на рис. 3, б, существенно увеличивается (почти в 2 раза) по сравнению со случаем изотропной среды (см. рис. 2), и при малых углах ϕ_d других проявлений анизотропии оптических свойств среды не наблюдается. С увеличением угла визирования свет становится частично эллиптически поляризованным и имеет место поворот плоскости поляризации (рис. 3, в). Численный анализ показал, что интенсивность сигнала однократного рассеяния $I_0 = I'$ и почти полностью сохраняет состояние поляризации (величины δ , ε и χ близки к нулю), а всем изменениям поляризационная структура эхосигнала обягчена эффектом многократного рассеяния.

С целью выяснения влияния матрицы ослабления на величину интенсивности и поляризационные характеристики эхосигнала решена следующая модельная задача. Матрица рассеяния \mathbf{R} соответствует $\alpha_s = 10^{-2}$, а компоненты матрицы экстинкции χ_{14} и $\chi_{23} = 0$. Расчеты показали, что $\delta I(\tau)$ несущественно

отличаются от приведенных на рис. 3, *a*, а поляризационные характеристики полностью соответствуют приведенным на рис. 3, *b* и *v*. Далее, сохранив матрицу \mathbf{R} прежней, увеличили компоненты матрицы ослабления χ_{14} до 0,2, а χ_{23} до 0,055. В результате произошла значительная перестройка поляризационной структуры уже в сигнале первой кратности рассеяния. Интенсивности I_0 в анизотропной и I'_0 в изотропной средах оказались существенно различными. Величина $\delta(\tau)$ достигает на конце трассы $\approx 50\%$. Поляризационные характеристики сигнала однократного рассеяния не сохраняют начального состояния, параметры δ , ε и χ достигают заметных величин (рис. 4).

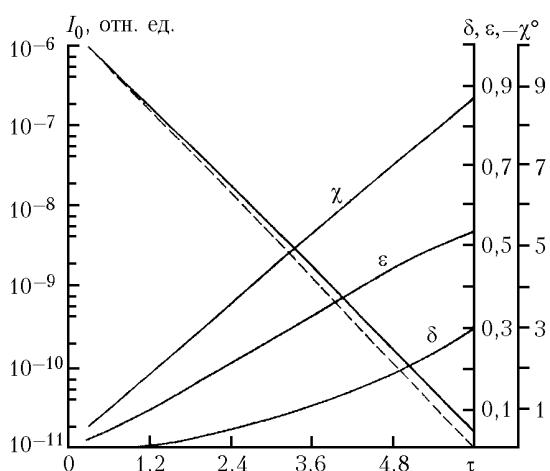


Рис. 4. Влияние матрицы экстинкции на поляризационные характеристики однократного рассеянного сигнала: $\phi_d = \phi_n = 0,8$ мрад; штриховая линия – для изотропной среды

Угол поворота плоскости поляризации и эллиптичность $I_0(\tau)$, регистрируемые при $\phi_d = 0,8$ мрад, почти в 2 раза больше, чем для полного сигнала $I(\tau)$ в больших углах приема ($\phi_d = 6$ мрад), но при меньших значениях χ_{14} и χ_{23} в матрице $\hat{\mathbf{A}}$ (см. рис. 3, *b* и *v*). Отмеченные особенности позволяют сделать вывод, что даже слабая анизотропия среды приводит к заметной трансформации поляризационной структуры излучения, в то время как интенсивность сигнала, как и в изотропной среде, может определяться скалярным приближением. К аналогичному выводу можно прийти из анализа расчетных формул (18). Из них следует, что интенсивность эхосигнала первой кратности (с учетом равенства нулю в направлении $\theta = \pi$ компонент R_{12} , R_{13} , R_{14}) $I_0 = I'_0 \text{ch} v_{14}$. При низких значениях фактора анизотропии, когда $\chi_{14} < 10^{-2}$, $\text{ch} v_{14} \approx 1$ до больших оптических толщин τ .

G.M. Krekov, M.M. Krekova, V.N. Kuzmin. Polarization structure of scattered radiation in an optically active disperse medium.

The possibility of developing Monte Carlo statistical algorithms for solution of the vector radiative transfer equation is demonstrated. The efficiency of such an algorithm is tested, and the polarization structure of a return signal is analyzed tentatively using a model medium consisting of gyrotropic scattering particles.

Заключение

В данной статье впервые предложен подход для построения алгоритмов численного решения нестационарного уравнения переноса в полной матричной форме для геометрии пространственно ограниченных пучков. Полученные результаты показывают заметное проявление эффектов оптической анизотропии рассеивающих частиц на поляризационные характеристики лидарных сигналов. Если возможно аномальное увеличение фактора анизотропии для аэрозольных частиц в приземном слое, то особенности трансформации поляризационных характеристик оптических сигналов смогут позволить использовать их в виде дополнительного предиктора землетрясений при дистанционном поляриметрическом контроле сейсмоопасных районов.

Следует, однако, отметить предварительный характер предложенных численных результатов. Более глубокие исследования должны основываться на более детальном изучении поведения оптических характеристик среды в зависимости как от фактора анизотропии, так и от микрофизических свойств среды.

1. Поиск электромагнитных предвестников землетрясений / Под ред. М.Б. Гохберга. М.: ИФЗ РАН, 1998.
2. Григорьев В.И., Ростовский В.С. О возможности прогнозирования землетрясений поляриметрическим методом // Вестн. МГУ. Сер. 3. 2000. № 4. С. 54–57.
3. Пришивалко А.П., Бабенко В.А., Кузьмин В.Н. Рассечение и поглощение света неоднородными и анизотропными сферическими частицами. Минск: Наука и техника, 1984. 262 с.
4. Розенберг Г.В. Спектральная теория светового поля // Распространение света в дисперсной среде. Минск: Наука и техника, 1982. С. 22–36.
5. Долинов А.З., Гнедин Ю.Н., Силантьев Н.А. Распространение и поляризация излучения в космической среде. М.: Наука, 1979. 424 с.
6. Зеге Э.П., Чайковская Л.И. Глубинный режим в среде с симметричными частицами // Тезисы докл. II Всесоюз. совещания по распространению лазерного излучения в дисперсной среде. Ч. 1. Обнинск, 1982. С. 219–222.
7. Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1953. 432 с.
8. Монте-Карло в атмосферной оптике / Под ред. Г.И. Марчука. Новосибирск: Наука, 1976. 320 с.
9. Van de Hulst Г. Рассеяние света малыми частицами. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. 536 с.
10. Кузьмин В.Н., Бабенко В.А. Некоторые закономерности поведения угловых характеристик рассеяния света кристаллическими частицами в приближении слабой анизотропии // Ж. прикл. спектроскопии. 1982. Т. 36. Вып. 2. С. 305–309.
11. Креков Г.М., Рахимов Р.Ф. Оптико-локационная модель континентального аэрозоля. Новосибирск: Наука, 1982. 200 с.