

В.В. Носов, В.П. Лукин, Е.В. Носов

Влияние подстилающего рельефа на дрожание астрономических изображений

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 12.02.2004 г.

Сделана попытка учета влияния рельефа подстилающей поверхности в месте расположения астрономических приборов (включая горный рельеф) на дисперсию дрожания изображений внеатмосферных объектов. В частности, показано, что с учетом типа подстилающего рельефа можно получить удовлетворительное согласие теории с экспериментальными данными, существенно отклоняющимися от известного теоретического закона секанса.

Исследования выполнены на основе теоретических расчетов и обобщения экспериментальных данных. Анализируется тот факт, что качество оптических изображений в наземных астрономических неадаптивных телескопах определяется, в основном, атмосферной турбулентностью. Турбулентность вносит случайные искажения в фазовый фронт световой волны, распространяющейся от внеатмосферного источника. В астрономической практике фактором, вносящим наибольшую погрешность в результаты наблюдений, является дрожание изображений. Учет рельефа позволяет объяснить расхождение экспериментальных результатов, существенно отклоняющихся от закона секанса, с полученными ранее теоретическими зависимостями.

Известно [1–5], что качество оптических изображений в наземных астрономических неадаптивных телескопах определяется, в основном, атмосферной турбулентностью. Турбулентность вносит случайные искажения в фазовый фронт световой волны, распространяющейся от внеатмосферного источника. В астрономической практике [3, 4] дрожание изображений является фактором, вносящим наибольшую погрешность в результаты наблюдений. Так как результаты наблюдений обычно фиксируются на фотопластинках, то смещение изображений за время экспозиции приводит к расплыванию получаемого фотоизображения. Явления разрушения внутренней структуры изображения при этом имеют второй порядок малости.

Величину дрожания принято определять при помощи дисперсии σ_c^2 линейных смещений изображения в фокальной плоскости. Часто вместо линейных отклонений рассматривают угловые отклонения, характеризующие дисперсией угловых смещений σ^2 и среднеквадратическим отклонением угловых смещений σ . Величины σ_c и σ связаны между собой простым соотношением $\sigma = \sigma_c / F_T$, где F_T – фокусное расстояние приемного телескопа. Качественно дрожание изображений можно описывать флуктуациями углов прихода [1, 2] на базе, равной диаметру приемного телескопа. В более строгом приближении волновой оптики дисперсия дрожания изображения плоской волны впервые теоретически рассматривалась В.И. Татарским [1]. Для дисперсии σ^2 (по обем поперечным координатам) в [1] получено выражение

$$\sigma^2 = 4,51 a_t^{-1/3} I_0, \text{ рад}^2, I_0 = \sec \theta \int_0^\infty C_n^2(h) dh, \quad (1)$$

где a_t – радиус входной апертуры телескопа; θ – зенитный угол наблюдаемого объекта (отсчитываемый в месте расположения приемника от направления в зенит); $C_n^2(h)$ – структурная характеристика флуктуаций показателя преломления воздуха, зависящая от высоты h над подстилающей поверхностью (высотный профиль C_n^2). Для каждого значения угла θ величина I_0 в (1) определяет интегральную интенсивность атмосферной турбулентности на оптических трассах заданного наклона.

Выражение (1) было подвергнуто серьезной экспериментальной проверке [2–4, 7–9]. Эксперименты в основном проводились на трассах с внеатмосферными источниками [3, 4] и в меньшем количестве – на приземных трассах [2, 7–9]. В результате установлено, что в астрономических наблюдениях экспериментальные значения дисперсии σ^2 в большинстве случаев соответствуют теоретическим. Однако часто обнаруживались и значительные отклонения от следующего из (1) закона «секанса» [3]:

$$\sigma^2 \sim \sec \theta. \quad (2)$$

Эти отклонения вызвали продолжительную дискуссию в среде астрономов-экспериментаторов (начиная с 1957–1959 гг. [3]) и послужили причиной построения астрономами большого числа экспериментальных зависимостей дисперсии дрожания от зенитного угла θ – различных для каждого пункта наблюдения.

Несовпадение измеренных значений с рассчитанными было отмечено и в экспериментах на приземных трассах [7–9], что впоследствии [10] было теоретически объяснено отличием примененных в [7–9] типов волн от плоской волны.

Обнаруженные расхождения экспериментальных данных с расчетными послужили стимулом для разработки новых теоретических подходов к описанию дрожания изображений – с целью прогноза влияния факторов, не учитываемых выражением (1). Например, подходы, учитывающие влияние пространственной ограниченности принимаемой волны (что эквивалентно применению оптических пучков) и влияние внешнего масштаба турбулентности (на сильную зависимость от внешнего масштаба турбулентности указывают результаты расчетов для смещений лазерных пучков на приземных трассах [11–14]).

Первые результаты учета пространственной ограниченности волны [6] относились к дисперсии углов прихода и были справедливы для условий, при которых пучок практически не уширялся. В приближении волновой оптики дисперсия дрожания изображений лазерных источников рассмотрена в [10], где получено выражение, пригодное для источников с произвольной когерентностью и расходимостью. Оно件годно для любой интенсивности турбулентности и учитывает влияние внешнего масштаба турбулентности. В предельных случаях из [10] следуют известные теоретические результаты [1, 6]. Выводы, сделанные на основе этого выражения, согласуются с экспериментами для лазерных пучков на горизонтальных приземных трассах [7–9]. Обобщение [10] на случай неоднородных оптических трасс произвольной геометрии сделано в [15]. На основе подхода, развитого в [10], получены выражения для пространственных и временных корреляционных функций дрожания изображений [15, 16], а также для частотных спектров [15, 17]. Расчет дисперсии дрожаний с использованием подхода из [18, 19] подтвердил выводы [10] и дал прогноз влияния отклонения плоскости изображения в приемнике от фокальной плоскости.

Для естественных внеатмосферных оптических источников результаты выполненных теоретических и экспериментальных исследований позволяют представить дисперсию угловых смещений изображений σ^2 на трассах произвольной геометрии следующим выражением [10, 15]:

$$\sigma^2 = 4,1 a_t^{-1/3} I, \quad (3)$$

$$I = \int_0^x dx' C_n^2[h(x')] (x'/x)^2 \{(x'/x)^{-1/3} - [(x'/x)^2 + L_0^2[h(x')]/(2\pi^2 a_t^2)]^{-1/6}\},$$

где x – длина оптической трассы; $L_0(h)$ – высотный профиль структурной характеристики внешнего масштаба турбулентности; $h(x')$ – высота текущей точки оптической трассы над подстилающей поверхностью на расстоянии x' от источника (те-

кущая высота трассы); x' – текущая длина трассы, отсчитываемая от источника.

Как известно, выше приземного слоя, толщина которого составляет несколько километров, функция $C_n^2(h)$ мало отличается от нуля. Поэтому в области, существенной для интегрирования в (3), выполняется неравенство $h(x') \leq h_e$, где h_e – эффективная толщина оптически активного слоя атмосферы. Это условие накладывает ограничения на область изменения текущей длины трассы x' и позволяет произвести дальнейшие упрощения. Представляя текущую высоту трассы в виде [1] $h(x') \approx (x - x') \cos \theta$, находим, что в (3) отношение x'/x практически не отличается от единицы. Поправки, возникающие в (3) при замене $x'/x \rightarrow 1$, имеют порядок $h_e/(x \cos \theta)$ и для астрономических трасс не превышают сотых долей процента. В результате для дисперсии дрожания астрономических изображений получаем

$$\sigma^2 = 4,1 a_t^{-1/3} I, \quad (4)$$

$$I = \int_0^x dx' C_n^2[h(x')] \{1 - [1 + L_0^2[h(x')]/(2\pi^2 a_t^2)]^{-1/6}\}.$$

Как можно видеть из сравнения (4) и (1), в рамках принятых в [1] приближений ($L_0(h) = \infty$, $h(x') = (x - x') \cos \theta$) выполняется равенство $I = I_0$ и выражение (4) отличается от (1) только численным коэффициентом. Отличие незначительно (около 9%) и обусловлено использованием при выводе (3) гауссовой аппроксимации функции пропускания входного зрачка приемного телескопа.

Представление (4) учитывает влияние высотного профиля внешнего масштаба турбулентности и не накладывает ограничений на функцию, описывающую текущую высоту трассы. Как следует из (4), для прогноза дисперсии дрожания необходимо задать высотные профили интенсивности турбулентности $C_n^2(h)$, внешнего масштаба турбулентности $L_0(h)$ и для учета подстилающего рельефа определить текущую высоту трассы $h(x')$.

В [2, 20] выполнен обзор имеющихся теоретических и экспериментальных данных для высотных моделей структурной характеристики $C_n^2(h)$. Для практического применения рекомендованы сглаженные экспериментальные профили. Одним из них является профиль, предложенный в [2]:

$$C_n^2(h) = C_n^2(h_*) (h/h_*)^{-2/3} \exp[-(h - h_*)/h_e], \quad (5)$$

где $h_e = 3200$ м, $h_* = 2,5$ м – характерная высота измерений C_n^2 в приземном слое. При соответствующем задании приземных значений $C_n^2(h_*)$ профиль (5) согласуется с другими сглаженными моделями и позволяет удовлетворительно описать экспериментальные данные.

С целью дальнейшего упрощения выражения (4) оценим вначале влияние внешнего масштаба турбулентности на дисперсию дрожания изображе-

ний. Для этого в (4) применим известные высотные модели внешнего масштаба. В соответствии с данными [5] для высот $h \geq 1$ м имеем:

1. $L_0(h) = \kappa h$, $\kappa = 0,4$; $L_0(h)$, м, h , м;
2. $L_0(h) = \kappa h$, $0 \leq h \leq h_1$; $L_0(h) = 2\sqrt{h}$, $h > h_1$; $h_1 = 25$ м;
3. $L_0(h) = \kappa h$, $0 \leq h \leq h_1$;
 $L_0(h) = 2\sqrt{h}$, $h_1 < h \leq h_2$;
 $L_0(h) = 2\sqrt{h_2}$, $h > h_2$; $h_2 = 1000$ м;
4. $L_0(h) = (\kappa h + \kappa_1 h^2) \exp(-\kappa_2 h) + f(h)$,
 $f(h) = 5 [1 + (h - h_3)^2 / h_4^2]^{-1}$;
5. $L_0(h) = f(h)$, $h_3 = 7500$ м, $h_4 = 2000$ м,
 $\kappa_1 = 0,057$, $\kappa_2 = 0,042$.

Кармановская модель 1 применима в приземном слое [1], 2 предложена Д. Фридом [5], 3 является обобщением 1 и 2. Модель 5 получена из измерений, проведенных в высокогорных обсерваториях США, Франции и Чили [5] на вершинах одиночных гор. Модель 4 построена по результатам измерений в горно-долинной области США [21] до высот 5–7 км, на больших высотах модель 4 совпадает с моделью 5.

Расчет дисперсии дрожания по формуле (4) с использованием моделей (5), (6) в случае ровной подстилающей поверхности, когда текущую высоту трассы $h(x')$ можно представить в виде

$$h(x') = h_0 + (x - x') \cos \theta,$$

где h_0 — высота центра апертуры приемника над подстилающей поверхностью, показывает, что при одинаковых приземных значениях $C_n^2(h_*)$ различные высотные модели внешнего масштаба дают различные значения дисперсии σ^2 . В то же время для каждого зенитного угла θ из диапазона $0 \leq \theta \leq 89^\circ$ дисперсия σ^2 , нормированная на свое значение σ_0^2 при $\theta = 0^\circ$, практически не зависит от выбора модели внешнего масштаба. Это позволяет, применив теорему о среднем, вынести соответствующий множитель из-под знака интеграла в выражении (4) и представить дисперсию дрожания в виде

$$\sigma^2 = 4,1 a_t^{-1/3} \mu \int_0^x dx' C_n^2 [h(x')],$$

$$\mu = 1 - [1 + (L_0^{ef})^2 / (2\pi^2 a_t^2)]^{-1/6}, x \rightarrow \infty, \quad (7)$$

где L_0^{ef} — эффективный внешний масштаб турбулентности, характеризующий турбулентность вдоль всей трассы. Значения эффективного внешнего масштаба L_0^{ef} приведены на рис. 1 для различных высотных моделей $L_0(h)$. Для каждой из моделей на рис. 1 указан диапазон изменения L_0^{ef} при варьировании высоты приемной апертуры h_0 в типичном для большинства наземных астрономических телескопов интервале $h_0 = 3 \div 48$ м. Величина L_0^{ef} рас-

считана для телескопа радиусом 0,5 м. Изменение радиуса в допустимом для реальных телескопов интервале $a_t = 0,1 \div 3$ м приводит к погрешности определения L_0^{ef} , верхняя граница которой не превышает 30% для моделей 1–3 и 50% — для моделей 4–5.

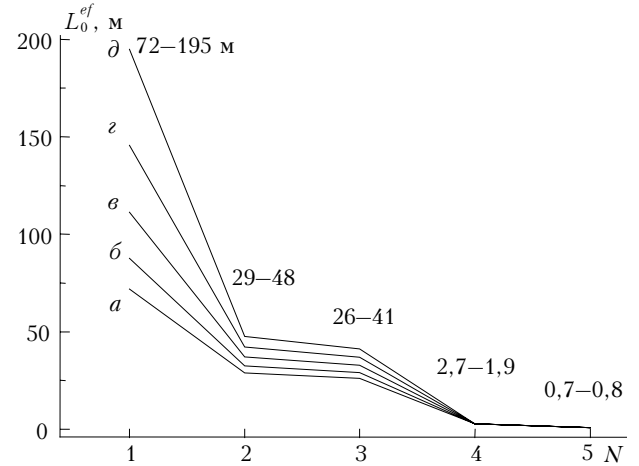


Рис. 1. Эффективный внешний масштаб турбулентности для различных высотных профилей внешнего масштаба (6). Ровная подстилающая поверхность, $a_t = 0,5$ м; N — номер модели в (6): $a - h_0 = 3$, $b - 6$, $в - 12$, $z - 24$, $d - 48$ м

В выражении (7) величина μ характеризует степень уменьшения дисперсии дрожания за счет отличия реального внешнего масштаба турбулентности от бесконечного. Как следует из данных рис. 1, для каждой из высотных моделей $L_0(h)$ величина $\mu^{1/2}$ изменяется в диапазонах: для модели 1 0,79–0,88, 2 — 0,76–0,80, 3 — 0,75–0,79, 4 — 0,37–0,30, 5 — 0,13–0,14. Отсюда видно, что учет реальных профилей внешнего масштаба может привести к уменьшению среднеквадратического отклонения дрожания на порядок.

В работе [22] получены значения эффективного внешнего масштаба турбулентности из расчетов структурной функции флуктуаций фазы (с кармановской моделью спектра турбулентности). Расчеты произведены различными методами для высотных профилей внешнего масштаба, соответствующих моделям 2, 3, 5 в формулах (6), при h_0 . Использовались различные высотные модели $C_n^2(h)$. Если осреднить полученные в [22] значения эффективного внешнего масштаба по всем использованным методам расчета и по примененным профилям $C_n^2(h)$, то для осредненного эффективного внешнего масштаба $\langle L_0^{ef} \rangle$ можно получить следующие значения: модель 2 — $\langle L_0^{ef} \rangle = 64$ м, 3 — $\langle L_0^{ef} \rangle = 43$ м, 5 — $\langle L_0^{ef} \rangle = 1$ м.

В соответствии с результатами работы [11] «кармановский» внешний масштаб $\langle L_0^{ef} \rangle$ и присутствующий в выражении (7) «экспоненциальный» масштаб L_0^{ef} связаны соотношением $\langle L_0^{ef} \rangle = 1,8 L_0^{ef}$. С учетом этого соотношения сравнение значений L_0^{ef} , приведенных на рис. 1 (при $h_0 = 3$ м), со значениями $\langle L_0^{ef} \rangle$ показывает, что они практически совпадают (отличие не превышает 20%).

Как видно из рис. 1, эффективный внешний масштаб турбулентности имеет заметную зависимость от высоты приемника над подстилающей поверхностью h_0 . Часто, однако, эту высоту полагают равной нулю. Оценки показывают, что относительная погрешность, которую вносит в дисперсию дрожания замена реальной высоты приемника h_0 на нулевую ($h_0 = 0$), имеет порядок $(h_0/h_e)^{1/3}$. Эта погрешность становится заметной для крупных наземных телескопов, у которых центр входного зеркала (линзы) располагается обычно на высотах в несколько десятков метров от подстилающей поверхности. Например, для 25-метровой высоты приемника ($h_0 = 25$ м) погрешность составляет 20%. Следовательно, в более точных расчетах необходимо учитывать высоту приемника h_0 .

С целью уменьшения влияния атмосферы астрономические телескопы обычно устанавливаются на возвышенных местах, включая вершины гор. В этом случае оптическая трасса, как правило, проходит над участками подстилающей поверхности с неровным или пересеченным рельефом. Поэтому текущую высоту трассы $h(x')$ следует задавать с учетом подстилающего рельефа.

Введем в рассмотрение функцию, задающую высоту поверхности Земли над уровнем моря (амплитуду рельефа). В общем случае эта функция будет зависеть от двух координат на поверхности шара. Нам требуется, однако, знать эту функцию только вдоль проекции оптической трассы на подстилающую поверхность. Обозначим через $P(s)$ высоту поверхности Земли над уровнем моря вдоль окружности большого радиуса Земли, которая получается сечением Земли плоскостью, проходящей через ее центр и оба конца оптической трассы. Аргументом в функции $P(s)$ выступает длина дуги окружности большого радиуса Земли $s = s(x')$, $0 \leq x' \leq x$ (x' отсчитывается от источника). Если длину дуги $s(x')$ отсчитывать от приемника (вблизи которого $x' = x$), то $s(x) = 0$ и $0 = s(x) \leq s(x') \leq s(0)$. При изменении длины дуги s функция $P(s)$ может быть как положительной, так и отрицательной (соответственно, амплитуда рельефа выше или ниже уровня моря). При этом $P[s(x)] = P(0) = P_0$ и $P[s(0)]$ — высоты поверхности Земли над уровнем моря соответственно в точке размещения телескопа и под наблюдаемым объектом (рис. 2). Условие $P[s(x')] = \text{const}$ соответствует ровной подстилающей поверхности.

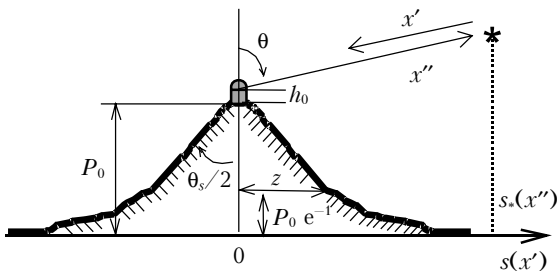


Рис. 2. Схема расположения телескопа

С учетом сделанных определений текущую высоту $h(x')$, зависящую от рельефа подстилающей

поверхности, можно представить следующим выражением:

$$h(x') = -R - P[s(x')] + \left\{ [h_0 + P[s(x)] + R]^2 + (x - x')^2 + 2(x - x') [h_0 + P[s(x)] + R] \cos \theta \right\}^{1/2},$$

где R — радиус Земли. Значение текущей длины дуги $s(x')$ равно радиусу Земли R , умноженному на центральный угол $\alpha(x', x)$ между двумя точками текущей трассы x и x' : $s(x') = R\alpha(x', x)$.

Величина угла $\alpha(x', x)$ легко определяется и для $0 \leq \theta \leq \pi$ оказывается равной

$$\alpha(x', x) = \arctg \left(\frac{(x - x') \sin \theta}{h_0 + P[s(x)] + R + (x - x') \cos \theta} \right).$$

Так как в области, существенной для интегрирования в (7), $h(x') \leq h_e$, то последние выражения можно упростить разложением в степенные ряды по малому параметру $|x - x'|/R$. Ограничиваясь первыми членами разложений, получаем

$$\begin{aligned} h(x') &= h_0 + P(0) - P[s(x')] + \\ &+ (x - x') \cos \theta + (x - x')^2 \sin^2 \theta / (2R), \\ s(x') &= (x - x') \sin \theta - (x - x')^2 \sin (2\theta) / (2R). \end{aligned}$$

Последние слагаемые в этих формулах учитывают среднюю кривизну подстилающей поверхности, обусловленную шарообразностью Земли. Практически для всех наклонных трасс эти слагаемые малы по сравнению с предыдущими, обычно ими можно пренебречь. Они оказываются существенными только для трасс, близких к горизонтальным, когда зенитные углы наблюдаемых объектов θ находятся вблизи значения $\theta = \pi/2$. Оценки показывают, что учет последних слагаемых необходим в узком диапазоне зенитных углов, когда $90^\circ - \delta \leq \theta \leq 90^\circ + \delta$, где $\delta \approx 0,9^\circ$. Так как наблюдения астрономических объектов, расположенных непосредственно вблизи линии горизонта, обычно не проводятся, то для всех реальных зенитных углов ($0^\circ \leq \theta \leq 89^\circ$) имеем

$$\begin{aligned} h(x') &= h_0 + P[s(x)] - P[s(x')] + (x - x') \cos \theta, \\ s(x') &= (x - x') \sin \theta, \quad s(x) = 0. \end{aligned}$$

Вследствие инвариантности интеграла в формулах (4), (7) к замене переменных $x - x' \rightarrow x''$ (при этом в отличие от x' новая переменная x'' будет уже отсчитываться от приемника, см. рис. 2) в расчетах вместо величин $h(x')$, $s(x')$ удобно использовать функции $h_*(x'')$ и $s_*(x'')$, определенные равенствами $h_*(x'') = h(x - x'')$, $s_*(x'') = s(x - x'')$, причем тогда

$$\begin{aligned} h_*(x'') &= h_0 + P(0) - P[s_*(x'')] + \\ &+ x'' \cos \theta, \quad s_*(x'') = x'' \sin \theta, \end{aligned} \quad (8)$$

$$0 = s_*(0) \leq s_*(x'') \leq s_*(x), \quad 0 \leq x'' \leq x.$$

Для исследования влияния рельефа подстилающей поверхности на величину дрожания астрономических изображений необходимо задать функцию $P(s_*)$, моделирующую рельеф горной местности при размещении телескопа на вершине одной из гор. В случае расположения телескопа на вершине одиночной горы далее в расчетах используется простая функция $P(s_*)$, задающая рельеф поверхности одиночной горы:

$$P(s_*) = P_0 \exp[-(s_*/z)^n], \quad n = \text{const},$$

$$s_* \geq 0, \quad P(0) = P_0. \quad (9)$$

Здесь P_0 — высота горы; z — полуширина основания горы по уровню $1/e$. Если сечение горы по уровню $1/e$ назвать подошвой горы, то z — радиус подошвы. Постоянная n в (9) характеризует крутизну склона горы вблизи телескопа. Ясно, что наибольшая крутизна склона вблизи телескопа соответствует малым значениям n ($n < 1$). Наименьшая крутизна склона вблизи телескопа будет иметь место при больших значениях n ($n \rightarrow \infty$), когда объемный профиль горы превращается в цилиндр. Для оценок влияния рельефа окружающего горного региона на дрожание изображений в телескопе, размещенном на вершине одной из гор этого региона, используется суперпозиция функций типа

$$P(s_*) = P_0 \exp[-(s_*/z_0)^{n_0}] + \sum_{1 \leq j \leq M} P_{0j} \exp(-[|s_* - s_{*j}|/z_j]^{n_j}), \quad s_*, s_{*j} \geq 0,$$

где P_0, z_0, n_0 — соответственно высота, полуширина основания (радиус подошвы) и степень крутизны склона горы, на вершине которой установлен астрономический телескоп; P_{0j}, z_j, n_j и s_{*j} — соответственно высота, полуширина основания, степень крутизны склона и координаты вершины (значение длины дуги, соответствующее вершине) соседней горы с номером j ; M — количество рассматриваемых гор-соседей, расположенных под оптической трассой последовательно, начиная от горы, на которой размещен телескоп ($0 \leq s_{*j} \leq s_{*j+1}, 1 \leq j \leq M$).

На рис. 3 приведено среднее квадратическое отклонение угловых смещений изображения σ , нормированное на свое значение σ_0 при $\theta = 0^\circ$ ($\sigma = \sigma_0$ при $\theta = 0^\circ$), в зависимости от зенитного угла наблюдаемого астрономического объекта для различной степени крутизны склона одиночной горы (для различных значений n в формуле (9) при фиксированных параметрах P_0 и z). Как видно из рис. 3, при $\theta \neq 0^\circ$ с увеличением крутизны склона (с уменьшением n) наблюдается существенное уменьшение смещений изображения по сравнению со случаем, когда наблюдаемый объект расположен в зените ($\theta = 0^\circ$). Это явление объясняется тем, что при одинаковых значениях зенитных углов с увеличением крутизны склона горы уменьшается длина

участка оптической трассы, расположенного внутри оптически активного слоя атмосферы.

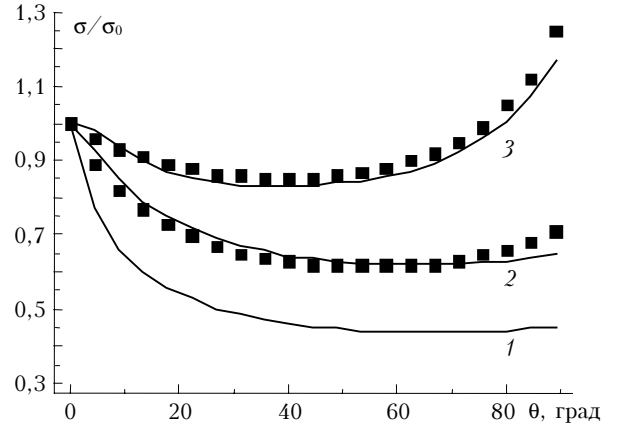


Рис. 3. Нормированное среднее квадратическое отклонение дрожания изображений в зависимости от крутизны склона одиночной горы. $P_0 = 5$ км, $z = 0,5$ км, $h_0 = 20$ м. 1 — $n = 1$, 2 — $n = 2$, 3 — $n = 8$. Точками у кривых 2, 3 обозначены эквивалентные зависимости, соответствующие экспоненциальному профилю $n = 1$, рассчитанные при $z = 1,4$ км (для профиля 2, $n = 2$) и при $z = 4,6$ км (для профиля 3, $n = 8$)

Расчеты, проведенные для различных n , показывают, что при $n \neq 1$ профиль горы (9) можно заменить на эквивалентный «экспоненциальный» профиль, для которого $n = 1$. При этом в эквивалентном профиле изменится полуширина основания $z_{\text{экв}}$. Так, если $z = 0,5$ км для $n = 1$, то для $n = 2$ — $z_{\text{экв}} = 1,4$ км, $n = 4$ — $z_{\text{экв}} = 3,3$ км, $n = 8$ — $z_{\text{экв}} = 4,6$ км, $n = 0,5$ — $z_{\text{экв}} = 0,25$ км. Для приближенных оценок можно положить $z_{\text{экв}} \approx n z_n$. Следовательно, тогда

$$P_n(s_*) \approx P_{\text{экв}}(s_*),$$

где

$$P_n(s_*) = P_0 \exp[-(s_*/z_n)^n],$$

$$P_{\text{экв}}(s_*) = P_0 \exp[-s_*/z_{\text{экв}}].$$

Для экспоненциального профиля одиночной горы зависимость величины σ/σ_0 от крутизны склона горы иллюстрирует рис. 4. Для данных, приведенных на рис. 4, изменение крутизны склона происходит за счет изменения высоты горы P_0 и радиуса ее подошвы z . Отношение этих параметров z/P_0 характеризует угол $2\theta_s$, образуемый противоположными склонами горы на ее вершине, $\text{tg } \theta_s = z/P_0$ (см. рис. 2). С уменьшением этого угла крутизна склонов увеличивается. Как следует из рис. 4, увеличение крутизны склонов (уменьшение угла θ_s) приводит к существенному уменьшению отношения σ/σ_0 . Наблюдаемая ситуация подобна случаю, рассмотренному на рис. 3. Здесь, однако, угол при вершине горы θ_s является не единственным параметром, от которого зависит величина

σ/σ_0 . Это видно из сравнения кривых 3 и 4 рис. 4, для которых значение угла θ_s одно и то же.

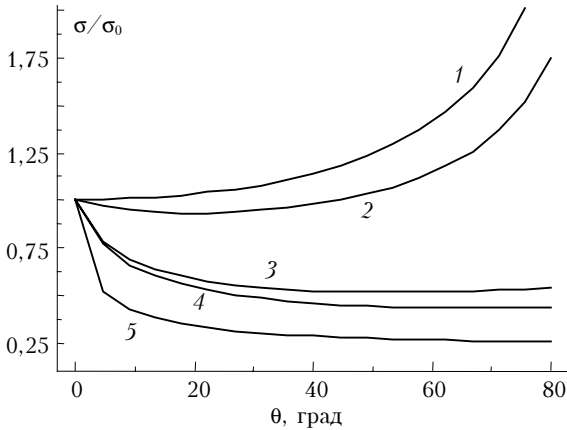


Рис. 4. Нормированное среднеквадратическое отклонение дрожания изображений в зависимости от крутизны склона одиночной горы с экспоненциальным профилем (профиль (9), $n = 1$) $P(s_*) = P_0 \exp(-s_*/z)$, $h_0 = 20$ м. 1 — $P_0 = 0$ км ($\text{tg } \theta_s = \infty$, $\sigma^2/\sigma_0^2 = \sec^2 \theta$); 2 — $P_0 = 0,5$ км, $z = 0,5$ км ($\text{tg } \theta_s = 1$); 3 — $P_0 = 3$ км, $z = 0,3$ км ($\text{tg } \theta_s = 0,1$); 4 — $P_0 = 5$ км, $z = 0,5$ км ($\text{tg } \theta_s = 0,1$); 5 — $P_0 = 5$ км, $z = 0,1$ км ($\text{tg } \theta_s = 0,02$)

Дополнительным параметром выступает отношение высоты горы к толщине оптически активного слоя атмосферы P_0/h_e . Согласно рис. 4 для двух гор с одинаковым профилем, но разных по высоте, участки оптической трассы, расположенные внутри активного слоя атмосферы, при $\theta \neq 0^\circ$ имеют разную длину.

В случае одиночной горы с экспоненциальным профилем для нормированной дисперсии дрожания изображений σ^2/σ_0^2 можно получить простую приближенную формулу

$$\sigma^2/\sigma_0^2 = [1 - vm(\xi)]/\cos \theta, \quad (10)$$

$$m(\xi) = \xi (1 + \xi^2)^{-1/6}, \quad \xi = v^{-1} \beta/(\beta + 1),$$

$$v = P_0/h_e, \quad \beta = \text{tg}(\theta) P_0/z = \text{tg}(\theta)/\text{tg}(\theta_s).$$

Как следует из (10), двумя комплексными параметрами, от которых зависит величина σ/σ_0 , являются отношения $v = P_0/h_e$ и $\beta = \text{tg}(\theta)/\text{tg}(\theta_s)$. Нормированная дисперсия σ^2/σ_0^2 , рассчитанная по формуле (10), с погрешностью, не превышающей 10%, совпадает с численными результатами, приведенными на рис. 4, в следующих интервалах изменения зенитных углов: для кривой 1 — $0 \leq \theta \leq 89^\circ$, 2 — $0 \leq \theta \leq 85^\circ$, 3, 4 — $0 \leq \theta \leq 65^\circ$, 5 — $0 \leq \theta \leq 45^\circ$.

На рис. 5 представлены результаты расчета нормированного среднеквадратического отклонения дрожания изображений для системы из двух соседних гор. Профиль горной системы задается в виде суммы двух «экспоненциальных» гор

$$P(s_*) = P_0 \exp(-s_*/z_0) + P_1 \exp(-|s_* - s_{*1}|/z_1), \quad (11)$$

где P_0, z_0 и P_1, z_1 — высоты и радиусы подошв соответственно горы, на вершине которой размещен астрономический приемник, и соседней горы; s_{*1} — расстояние между горами. При одной и той же высоте горы, на которой размещен телескоп ($P_0 = 3$ км) рассмотрены разные варианты крутизны ее склонов (за счет изменения полуширины основания z_0). Так, группа кривых *a* на рис. 5 соответствует большой крутизне ($\text{tg } \theta_{s_0} = z_0/P_0 = 0,1$, $z_0 = 0,3$ км), а группа *b* — умеренной ($\text{tg } \theta_{s_0} = z_0/P_0 = 1$, $z_0 = 3$ км). Кривые 1–5 (группа *a*) и 6–10 (группа *b*) на рис. 5 характеризуют разные варианты величины и размещения соседней горы.

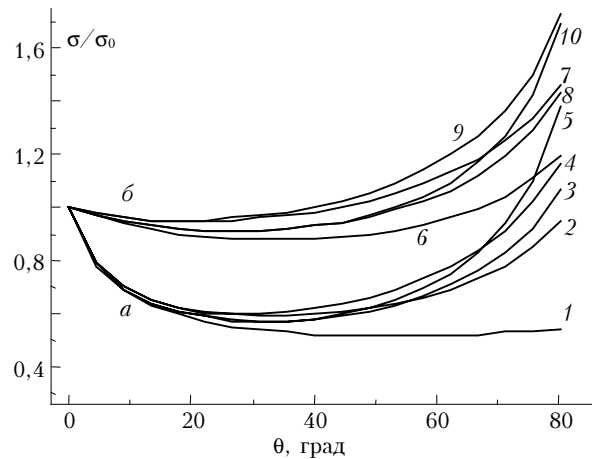


Рис. 5. Нормированное среднеквадратическое отклонение дрожания изображений для системы из двух гор. $h_0 = 20$ м. *a* и *b* — разные варианты горы, на которой размещен телескоп: *a* — гора со склонами большой крутизны: $P_0 = 3$ км, $z_0 = 0,3$ км; *b* — гора со склонами умеренной крутизны: $P_0 = 3$ км, $z_0 = 3$ км

Как видно из рис. 5, увеличение крутизны склонов горы, на вершине которой размещен телескоп (переход от группы *b* к группе *a*), приводит к существенному уменьшению отношения σ/σ_0 . При этом в первой половине всего диапазона зенитных углов ($0^\circ \leq \theta \leq 30-40^\circ$) горная система практически не отличается от случая одиночной горы. Существенные отличия возникают во второй половине диапазона ($30-40^\circ \leq \theta \leq 89^\circ$). В этом случае горная система дает значительное увеличение дрожания изображений по сравнению с одиночной горой. Начинает сказываться присутствие горы-соседа, так как оптическая трасса пересекает участок возмущенной атмосферы над соседней горой. В целом, длина участка трассы, расположенного внутри активного слоя атмосферы, увеличивается, что приводит к увеличению дисперсии дрожания.

Из данных рис. 5 также следует, что уменьшение высоты и полуширины основания соседней горы приводит к уменьшению ее влияния на дрожание изображений. Влияние одинаковых гор-соседей зависит от расстояния, на котором они находятся от телескопа (от основной горы). Более близкие к телескопу горы заметно сказываются на дрожании изображений в центральной области диапазона зенит-

ных углов ($30-40^\circ \leq \theta \leq 60-70^\circ$). По мере удаления соседней горы от телескопа ее влияние переносится из центральной области в диапазон больших зенитных углов ($70-80^\circ \leq \theta \leq 89^\circ$).

Проведем сравнение полученных теоретических результатов с экспериментом. К настоящему времени экспериментальных данных по дрожанию изображений астрономических объектов накоплено много [23–33]. Наибольший интерес для сравнения с теорией представляют результаты измерений, существенно отклоняющиеся от закона «секанса» (2). В качестве таких результатов в настоящей работе выбраны данные, полученные в [23]. В работе [23] измерения производились на горе Санглок в Таджикистане. Гора Санглок высотой 2237 м, расположена приблизительно в 60 км на юго-восток от столицы Таджикистана Душанбе.

Измерения производились в летний период 1960 г. Телескоп располагался на высоте $h_0 \approx 20$ м от подстилающей поверхности. Гора, на которой размещен телескоп, в среднем не крутая. Если представить средний профиль горы треугольником с углом при вершине $\langle \theta_s \rangle$ и радиусом подошвы $\langle z \rangle$ (по уровню $1/e$), то $\langle z \rangle \approx 2500$ м и $\langle \theta_s \rangle \approx 50-60^\circ$. В то же время гора имеет сильно изрезанные склоны. Так, на вершине находится слабо убывающая к склонам площадка (угол наклона $5-12^\circ$), диаметр которой около 300 м. Вне площадки гора имеет большую крутизну склона, который местами обрывист. Далее по склону, начиная с расстояния в несколько сот метров, находятся горы-соседи. Они достаточно острые и убывают по высоте по мере удаления от телескопа. Высота самой большой горы меньше высоты основной горы. Все эти горы-соседи образуют один изрезанный склон горы Санглок. Следовательно, склон горы Санглок в секторе наблюдений можно представить как совокупность основной горы, где установлен телескоп, и ряда гор-соседей. Непосредственно прилегающий к телескопу несредненный горный профиль можно считать профилем основной горы. При аппроксимации этого профиля выражением (9), соответствующим одиночной горе, можно положить $z \approx 250$ м, $n \approx 1,6$. В этом случае

$$\operatorname{tg} \theta_s \approx z/[P_0(1 - 1/e)] \approx 0,18 \text{ и } \theta_s \approx 10^\circ.$$

Из данных рис. 5 следует, что для не слишком больших зенитных углов ($0 \leq \theta \leq 60-70^\circ$) невысокие и острые горы-соседи не вносят заметного вклада в дрожание астрономических изображений. Поэтому при сравнении теории с экспериментом можно не учитывать влияния удаленных гор-соседей, ограничиваясь случаем только одной соседней горы. Тогда профиль горной системы можно представить в виде

$$\begin{aligned} P(s_*) &= P_0(s_*) \text{ при } 0 \leq s_* \leq S_*, \\ P(s_*) &= P_1(s_*) \text{ при } s_* \geq S_*, \\ P_0(s_*) &= P_0 \exp[-(s_*/z_0)^{n_0}], \end{aligned} \quad (12)$$

$$P_1(s_*) = P_1 \exp(-[|s_* - s_{*1}|/z_1]^{n_1}),$$

где S_* — значение дуги, соответствующее точке пересечения профилей $P_0(s_*)$ и $P_1(s_*)$; P_0, z_0, n_0 — соответственно высота, полуширина основания и степень крутизны склона основной горы; P_1, z_1, n_1, s_{*1} — соответственно высота, полуширина основания, степень крутизны склона и координата вершины (расстояние от основной горы) соседней горы. Профиль (12) отличается от (11) наличием параметров n_0 и n_1 , характеризующих крутизну склонов гор, и отсутствием наложений крыльев двух горных профилей $P_0(s_*)$ и $P_1(s_*)$ друг на друга. Поэтому (12) более точно описывает реальный горный профиль в пункте измерений.

Из анализа реального горного профиля в районе телескопа параметры гор в выражении (12) можно задать следующим образом: $P_0 = 2237$ м, $z_0 = 250$ м, $n_0 = 1,6$ ($\theta_s \approx 10^\circ$); $P_1 = 1700$ м, $z_1 = 1000$ м, $n_1 = 0,5$, $s_{*1} = 1000$ м. На рис. 6 представлены результаты сравнения теории с экспериментальными данными [23].

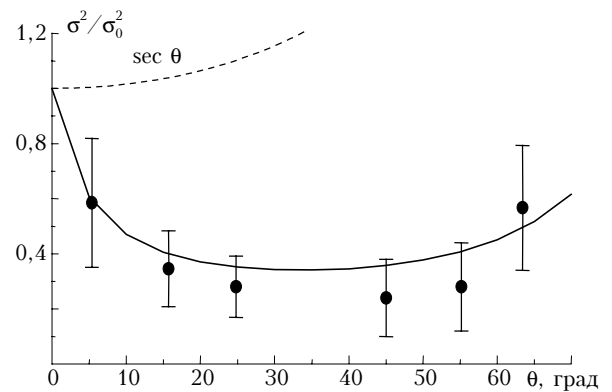


Рис. 6. Влияние горного рельефа на дисперсию дрожания изображения звезд. Точками показаны экспериментальные данные [23], вертикальные отрезки указывают величину доверительных интервалов. Таджикистан, гора Санглок, лето 1960 г., ночные измерения, $h_0 \approx 20$ м. Сплошная линия соответствует теоретическим результатам для параметров реального горного профиля в пункте измерений

Как видно из рис. 6, учет типа подстилающего рельефа в районе расположения пункта наблюдения необходим для корректного прогноза величины дрожания астрономических изображений. Учет рельефа позволяет объяснить расхождение экспериментальных результатов, существенно отклоняющихся от закона секанса (пунктирная кривая), с полученными ранее теоретическими зависимостями.

1. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967.
2. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л. и др. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
3. Колчинский И.Г. Оптическая нестабильность земной атмосферы по наблюдениям звезд. Киев: Наук. думка, 1967. 183 с.

4. Щеглов П.В. Проблемы оптической астрономии. М.: Наука, 1980. 272 с.
5. Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 286 с.
6. Кон А.И., Татарский В.И. // Изв. вузов. Радиофиз. 1965. Т. 8. № 5. С. 870.
7. Гурвич А.С., Каллистратова М.А. // Изв. вузов. Радиофиз. 1968. Т. 11. № 1. С. 66–74.
8. Борисов Б.Д., Сазанович В.М., Хмелевцов С.С. // Изв. вузов. Физ. 1969. № 1. С. 103–110.
9. Хмелевцов С.С., Цык Р.Ш. // Изв. вузов. Физ. 1973. № 9. С. 108–116.
10. Миронов В.Л., Носов В.В., Чен Б.Н. Дрожание оптических изображений лазерных источников в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1980. Т. 23. № 4. С. 461–469.
11. Миронов В.Л., Носов В.В. // Изв. вузов. Радиофиз. 1974. Т. 17. № 2. С. 247–252.
12. Кон А.И., Миронов В.Л., Носов В.В. Флуктуации центров тяжести световых пучков в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1974. Т. 17. № 10. С. 1501–1511.
13. Mironov V.L., Nosov V.V. On the theory of spatially limited light beam displacements in a randomly in homogeneous medium // J. Opt. Soc. Amer. 1977. V. 67. N 8. P. 1073–1080.
14. Миронов В.Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1981. 386 с.
15. Аксенов В.П., Алексеев А.В., Банах В.А. и др. Влияние атмосферы на распространение лазерного излучения / Под ред. В.Е. Зуева, В.В. Носова. Т. II. Томск: Изд-во ТФ СО АН СССР, 1987. С. 247–251.
16. Миронов В.Л., Носов В.В., Чен Б.Н. Корреляция смещений оптических изображений лазерных источников в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1981. Т. 24. № 12. С. 1467–1471.
17. Миронов В.Л., Носов В.В., Чен Б.Н. Частотные спектры дрожания оптических изображений лазерных источников в турбулентной атмосфере // II Всесоюз. совещание по атмосферной оптике: Тезисы докл. Томск, 1980. С. 101–103.
18. Аксенов В.П., Банах В.А., Чен Б.Н. Влияние дифракции на определение угла атмосферной рефракции при оптической локации // Оптика атмосф. 1988. Т. 1. № 1. С. 53–57.
19. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 272 с.
20. Бельский М.С., Задде Г.О., Комаров В.С. и др. Оптическая модель атмосферы / Под ред. В.Е. Зуева, В.В. Носова. Т. I. Томск: Изд-во ТФ СО АН СССР, 1987. 225 с.
21. Eaton F.D., Ford S.D., Miller J.E. Intercomparison of optical turbulence observations in a mountain-valley system // Proc. SPIE. 2001. V. 4376. С. 410–416.
22. Лукин В.П., Носов Е.В. Эффективный внешний масштаб атмосферной турбулентности // Оптика атмосф. и океана. 1997. Т. 10. № 2. С. 162–171.
23. Бронникова Н.М. Наблюдения дрожания звезд в районе Санглока (Таджикистан) летом 1960 г. // Оптическая нестабильность земной атмосферы. М.; Л.: Наука, 1965. С. 116–121.
24. Дарчия Ш.П. Особенности изменения амплитуды дрожания при дневных наблюдениях // Атмосферная оптика. Л., 1970. С. 35–41.
25. Васильев О.Б. О зависимости дрожания звезд от зенитного расстояния // Оптическая нестабильность земной атмосферы. М.; Л.: Наука, 1965. С. 40–47.
26. Швалагин И.В., Мотрунич И.И., Осипенко М.М. Статистические исследования дрожания изображения звезд // Атмосферная оптика. М.: Наука, 1974. С. 97–103.
27. Дарчия Ш.П., Иванов В.П., Ковадло П.Г. Результаты астроклиматических исследований, выполненных в СибИЗМИРе СО АН СССР в 1971–1976 гг. // Новая техника в астрономии. Л.: Наука, 1979. Вып. 6. С. 167–175.
28. Дарчия Ш.П. Некоторые результаты астроклиматических исследований в экспедициях ГАО Академии наук СССР // Изв. ГАО АН СССР. 1961. Т. 22. Вып. 4. № 169. С. 99–113.
29. Дарчия А.Х., Чмилъ Ш.А., Дарчия Ш.П. Исследование дрожания звезд в экспедициях 1956–1958 гг. // Изв. ГАО АН СССР. 1960. № 165. С. 52–72.
30. Братийчук М.В., Швалагин И.В. Результаты наблюдений дрожания изображений звезд на Ужгородской астрономической станции // Атмосферная оптика. М.: Наука, 1968. С. 186–189.
31. Васильяновская О.П. Исследование астроклимата в Таджикистане // Бюл. Ин-та астрофизики АН Тадж.ССР. Душанбе: Изд-во АН Тадж.ССР, 1965. № 39–40. С. 47–78.
32. Дарчия Ш.П. Наблюдения мерцания звезд в экспедициях ГАО АН СССР // Оптическая нестабильность земной атмосферы. М.; Л.: Наука, 1965. С. 83–90.
33. Джакушева К.Г., Глушков Ю.И., Михайлова Н.В., Можеева В.Е., Рожковский Д.А. Исследование астроклимата в Алма-Атинской области // Тр. Астрофиз. ин-та АН Каз.ССР. 1963. Т. IV. С. 110–116.

V.V. Nosov, V.P. Lukin, E.V. Nosov. Effect of the underlying terrain on jitter of astronomic images.

An attempt is undertaken to take into account the effect of the underlying terrain (including the mountain terrain) at the site of location of astronomic receivers on the variance of image jitter of extraterrestrial objects. In particular, it is shown that, accounting for the type of the terrain, it is possible to achieve an agreement between theory and experimental data, which considerably deviate from the well-known theoretical secant law.

The study is carried out based on theoretical calculations and generalization of experimental data. The fact that the quality of optical images in ground-based astronomic non-adaptive telescopes is governed by atmospheric turbulence is analyzed. Turbulence is a cause for random distortions in the phase front of a light wave propagating from an extraterrestrial source. In the astronomic practice, the image jitter is the factor responsible for the largest error in observations. Since the results of observations are usually recorded on photographic plates, the jitter of images during the exposure results in blurring of the resulting photo image. The effects of destruction of the inner structure of images are of the second order of smallness in this case. The allowance made for the terrain allows us to explain the considerable discrepancy between the experimental results and the theoretical secant law.