

Ю.И. Терентьев

О ПОЛУЧЕНИИ ПРОСТЫХ ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ПРИ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА ТОНКОМ ЭКРАНЕ С ПРЯМОЛИНЕЙНЫМ КРАЕМ

Установлено, что разность амплитуд света в полосах дифракционной картины от экрана и соответствующих им амплитуд падающей волны изменяется обратно пропорционально расстоянию от границы тени до места измерения амплитуд и равна амплитуде световых лучей в области тени на соответствующих расстояниях.

Получены простые выражения для интенсивности краевой волны и интенсивности дифракционной картины от экрана, находящиеся в хорошем согласии с экспериментом.

Показано, что эквивалентность представлений Френеля и Юнга имеет ограниченный характер и является следствием того, что в случае постоянной интенсивности света по ширине волнового фронта разность амплитуд дифракционной картины и падающей волны, а также амплитуда света в области тени на основании спирали Корню равны амплитуде краевой волны и изменяются в зависимости от расстояния до границы тени по закону изменения краевой волны.

Согласно [1] интенсивность компонент краевой волны от экрана с прямолинейным краем характеризуется формулой $J_r = A/h^2$. Такая же закономерность определяет зависимость от h квадрата разности амплитуд света в полосах дифракционной картины от экрана и соответствующих им амплитуд падающей волны. В этом нетрудно убедиться на основании табл. 1–4 по одинаковым значениям A для дифракционных максимумов и первых минимумов, где h_3 — экспериментальное значение расстояния от полос до границы тени; J_p , J_c — интенсивности света соответственно в полосах дифракционной картины и в падающем пучке в отсутствие экрана; $|J_p| = (\sqrt{J_p} - \sqrt{J_c})^2$; $A = J_p h_3^2$. Приведенные значения h_3 , J_p , J_c получены в процессе экспериментов, в которых источником цилиндрической волны служила щель шириной 30 мкм (рис. 4 из [1]), освещаемая параллельным пучком света с $\lambda = 0,53$ мкм, выделенного с помощью интерференционного фильтра из излучения лампы накаливания, либо гелий-неоновым лазером. Экран (лезвие) находился на оси светового пучка, исследованные полосы были расположены на проекции второй половины первого максимума от щели.

Таблица 1

$l=6$ мм; $L=99,5$ мм; $\lambda=0,53$ мкм					
Полоса	h_3 , мм	J_p	J_c	J_p	A
max ₁	0,8	22,1	14,5	0,81	0,518
min ₁	1,261	3	5,3	0,33	0,517
max ₂	1,609	3,2	1,8	0,21	0,544

Уменьшение A с ростом порядка минимумов в данных экспериментах легко объяснить уменьшением перекрытия волновых пугов, если дифракционная картина вызвана интерференцией краевой и падающей волн. Этому способствует малая длина пугов в свете от лампы накаливания, по-видимому, сравнимая с разностью хода между краевыми и прямоходящими лучами. В случае лазерного излучения (табл. 4) разность хода между интерферирующими лучами в пределах регистрируемой картины мала в сравнении с длиной пугов — зависимость A от порядка минимумов ослабляется.

Будучи чувствительной к порядку минимумов, A не зависит от порядка табличных максимумов, что, по всей вероятности, свидетельствует о возможности полного интерференционного воздействия дифрагированного и падающего света на приемник излучения, которым является ФЭУ, даже при наличии разности хода между пугами, если соответствующий ей временной интервал значительно меньше времени затухания вынужденных колебаний электронов в катоде ФЭУ.

Как показали измерения, J_p равна интенсивности света в области тени экрана J_t на тех же расстояниях от ее границы. В данных экспериментах нет возможности установить существование сдвига фаз на π между светом с J_p и светом с J_t , являющимся существенным признаком краевой волны. Тем не менее равенство J_p и J_t друг другу и их изменение в зависимости от h по закону распределения интенсивности в краевой волне позволяют заключить, что дифракционная картина от экрана и свет в

области тени действительно вызваны интерференцией одной из ее компонент с прямопроходящими лучами и распространением другой компоненты в теневую область.

Таблица 2

$l = 12 \text{ мм}; L = 95,5 \text{ мм}; \lambda = 0,53 \text{ мкм}$					
Полоса	$h_3, \text{мм}$	$J_{\text{п}}$	J_{c}	J_{p}	A
max ₁	0,582	39,7	28	1,02	0,345
max ₂	1,145	17,3	13,2	0,28	0,371
max ₃	1,540	7,7	5,7	0,14	0,340
max ₄	1,830	2,9	1,9	0,11	0,353
min ₁	0,9	13,7	19	0,43	0,350
min ₂	1,350	6,1	8,2	0,16	0,282
min ₃	1,670	2,3	3,1	0,06	0,166
min ₄	1,970	0,7	0,9	0,01	0,049

Таблица 3

$l = 24 \text{ мм}; L = 99,5 \text{ мм}; \lambda = 0,53 \text{ мкм}$					
Полоса	$h_3, \text{мм}$	$J_{\text{п}}$	J_{c}	J_{p}	A
max ₁	0,433	32,3	23	0,78	0,146
max ₂	0,865	20,7	17	0,19	0,140
max ₃	1,126	13,8	11,5	0,11	0,136
max ₄	1,351	9,8	8,1	0,08	0,139
min ₁	0,686	15,1	19,6	0,29	0,135
min ₂	1,006	11,5	14	0,12	0,125
min ₃	1,249	8,5	10	0,06	0,095
min ₄	1,443	5,8	6,8	0,04	0,083

Таблица 4

$l = 11,4 \text{ мм}; L = 99,5 \text{ мм}; \lambda = 0,6328 \text{ мкм}$					
Полоса	$h_3, \text{мм}$	$J_{\text{п}}$	J_{c}	J_{p}	A
max ₁	0,650	75	53,1	1,89	0,800
max ₂	1,276	34,9	27,2	0,48	0,780
max ₃	1,701	14,4	10,6	0,29	0,84
max ₄	2,038	4,3	2,6	0,20	0,847
min ₁	1,016	27,4	37,5	0,79	0,816
min ₂	1,506	11,4	15,6	0,34	0,765
min ₃	1,851	4,4	6,5	0,20	0,700

Отождествление света в тени экрана с краевой волной подтверждается также и тем, что при одинаковых значениях l и интенсивности падающего света на краю экранов его интенсивность в области тени J_3 (рис. 4 из [1]) равна интенсивности краевой волны J_1 (рис. 1 из [1]) при одинаковых углах отклонения лучей от первоначального направления α , о чем свидетельствует табл. 5.

Кроме того, данное равенство показывает несостоятельность утверждений Френеля [2] по поводу недостаточности энергии краевой волны для образования дифракционной картины с наблюдаемыми в эксперименте изменениями интенсивности света в полосах.

Связь освещенности в области тени с краевой волной особенно наглядно проявляется в условиях периодического изменения интенсивности света в плоскости экрана в перпендикулярном направлении от его края при перемещении экрана в том же направлении. При этом световой поток в области тени меняется в такт с изменениями интенсивности у края экрана даже тогда, когда расстояние между максимумами $\sim 15 \text{ мкм}$.

Известно, что при постоянной интенсивности по ширине волнового фронта отношение интенсивности первого максимума дифракционной картины от экрана $J_{\text{max}1}$ к J_c не зависит от параметров l, L (рис. 4 из [1]) и равно примерно 1,374 на основании спирали Корню. Достоверность сказанного видна, например, из экспериментальных данных табл. 6.

Таблица 5

$\alpha, \text{град}$	J_1	J_3
0,133	39,4	40,4
0,166	25,5	26,4
0,263	10,4	10,4
0,360	5,5	5,5
0,537	2,6	2,5

Таблица 6

$l, \text{мм}$	$L, \text{мм}$	$J_{\text{max}1}/J_c$
6	99,5	1,377
12	99,5	1,374
24	99,5	1,374
35,5	99,5	1,4
∞	114,2	1,39
∞	279,5	1,365

Рассмотренная закономерность позволяет выразить A через J_c и параметры дифракционной схемы. Проделаем это первоначально для случая падающей цилиндрической волны. Согласно соотношению (3) из [1] расстояние от первого максимума до границы тени определяется выражением $h_{\max 1} = \sqrt{0,69\lambda \frac{L+l}{l}}$. С учетом этого интенсивность краевой волны на $h_{\max 1}$ можно выразить в виде

$$J_{r1} = a_{r1}^2 = A | h_{\max 1}^2 = A l | 0,69 \lambda L (L + l). \quad (1)$$

Так как выше показано, что $J_r = J_p = J_t$, то $a_{r1} = (\sqrt{J_{\max 1}} - \sqrt{J_c}) = (\sqrt{1,374 J_c} - \sqrt{J_c}) = 0,1722 \sqrt{J_c}$ и $a_{r1}^2 = 0,2965 J_c$. Подставляя значение a_{r1}^2 в (1), находим $A = \frac{0,02046 \lambda L (L + l) J_c}{l}$. Тогда

$$J_r = \frac{A}{h^2} = \frac{0,02046 \lambda L (L + l) J_c}{h^2 l}. \quad (2)$$

По этой формуле, зная J_c , легко определить интенсивность краевой волны на любых h .

При замене h^2 его значением в соответствии с (3) из [1] выражение (2) принимает вид

$$J_r = \frac{0,02046 J_c}{0,69 + \kappa}, \quad (3)$$

удобный для определения J_r в полосах дифракционной картины.

Зная выражение для интенсивности краевой волны, выведем формулу, характеризующую интенсивность дифракционной картины J_d , считая, что последняя возникает вследствие интерференции краевых лучей 2 с прямопроходящими лучами 1 (рис. 4 из [1]). Исходя из правила сложения когерентных колебаний,

$$J_d = a_c^2 + a_r^2 + 2a_c a_r \cos \psi = J_c + J_r + 2 \sqrt{J_c} \sqrt{J_r} \cos \psi, \quad (4)$$

где ψ — разность фаз между лучами 1 и 2; $\psi = 2\pi \left(\Delta_{21} - 0,69 \frac{\lambda}{2} \right) / \lambda$, здесь $0,69\lambda/2$ — разность хода между рассматриваемыми лучами, обусловленная начальным опережением по фазе краевой волны, распространяющейся в освещенную область, относительно падающей на $0,69\pi$ [1]; $\Delta_{21} = h^2 l / 2L(L + l)$. Поэтому окончательно

$$\psi = \frac{[h^2 l - 0,69 \lambda L (L + l) \pi]}{\lambda L (L + l)}. \quad (5)$$

После подстановки в (4) соотношений (2) и (5) получим:

$$J_d = J_c \left[1 + \frac{0,02046 \lambda L (L + l)}{h^2 l} + 2 \sqrt{\frac{0,02046 \lambda L (L + l)}{h^2 l}} \cos \frac{[h^2 l - 0,69 \lambda L (L + l)] \pi}{\lambda L (L + l)} \right]. \quad (6)$$

Как видно, формула демонстрирует весьма простую зависимость между J_d и λ , L , l , J_c .

Решая совместно (3) из [1] и (6), получим формулу, характеризующую интенсивность света в максимумах и минимумах дифракционной картины:

$$J_n = \left(1 \pm \sqrt{\frac{0,02046}{0,69 + \kappa}} \right)^2 J_c. \quad (7)$$

Напомним, что κ , равные 0, 2, 4 ..., соответствуют максимумам, а κ , равные 1, 3, 5..., — минимумам.

В случае $J_c(h)$, например, при локализации полос на второй половине первого максимума от щели S , освещаемой параллельным пучком, имеем:

$$J_d = J_c(h) + \frac{0,02046 \lambda L (L + l) J_{cr}}{h^2 l} + 2 \sqrt{J_c(h)} \sqrt{\frac{0,02046 \lambda L (L + l) J_{cr}}{h^2 l}} \cos \frac{[h^2 l - 0,69 \lambda L (L + l)] \pi}{\lambda L (L + l)}; \quad (8)$$

$$J_{\text{п}} = \left(V J_{\text{c}}(h) \pm \sqrt{\frac{0,02046 J_{\text{cr}}}{0,69 + \kappa}} \right)^2, \quad (9)$$

где J_{cr} — интенсивность падающего пучка на границе тени при отсутствии экрана.

Справедливость формулы (8) видна из табл. 7, содержащей результаты сравнения расчетной интенсивности света $J_{\text{др}}$, на участке между первыми максимумом и минимумом дифракционной картины с ее экспериментальными значениями полученными для $l = 12$ мм; $L = 99,5$ мм; $J_{\text{cr}} = 36$ отн. ед, где $\Delta J_{\text{др}} = J_{\text{др}} - J_{\text{др}}$.

Таблица 7

Полоса	h_a , мм	J_{c}	$J_{\text{др}}$	Ψ	$\cos \Psi$	J_{r}	$J_{\text{др}}$	$\Delta J_{\text{др}}$
max ₁	0,582	27,5	39,2	14'	1	1,07	39,4	-0,2
	0,601	27	38,6	8°29'	0,989	0,99	38,3	0,3
	0,676	25,2	32,3	43°40'	0,723	0,79	32,4	-0,1
	0,751	23	24,4	82°59'	0,122	0,64	24,6	-0,2
	0,772	22,5	22,5	94°44'	-0,083	0,61	22,5	0
	0,826	21,2	17,6	126°26'	-0,594	0,53	17,8	-0,2
	0,901	19	13,7	174°1'	-0,995	0,45	13,7	0
min ₁	0,910	18,8	13,6	180°	-1	0,44	13,5	0,1

Следует отметить, что для достижения равенства между $J_{\text{др}}$ и $J_{\text{др}}$ необходимо тщательное определение положения границы тени.

Таблица 8

Полоса	h_a , мм	J_{c}	$J_{\text{др}}$	$J_{\text{др}}$	$\Delta J_{\text{др}}$
max ₁	0,582	36	49,13	49,47	-0,34
max ₂	1,145	36	42,8	42,55	0,25
max ₃	1,540	36	40,7	40,9	-0,2
max ₄	1,830	36	40	40,1	-0,1
min ₁	0,910	36	28,54	28,5	0
min ₂	1,350	36	31,43	31,84	-0,41

Полоса	h_a , мм	J_{c}	$J_{\text{др}}$	$J_{\text{др}}$	$\Delta J_{\text{др}}$
max ₁	0,582	28	39,7	40	-0,3
max ₂	1,145	13,2	17,45	17,28	0,17
max ₃	1,540	5,7	7,65	7,75	-0,1
max ₄	1,830	1,9	2,9	2,93	-0,03
min ₁	0,910	19	13,7	13,68	0,02
min ₂	1,350	8,2	6,1	5,84	0,26
min ₃	1,670	3,1	2,3	1,96	0,34

Соответствие формул (7) и (9) эксперименту показано в табл. 8, 9 ($l = 12$ мм; $L = 99,5$ мм; $J_{\text{cr}} = 36$ отн. ед.).

При параллельном падающем пучке $l = \infty$, поэтому выражения (2), (6), (8) принимают еще более простой вид:

$$J_{\text{r}} = \frac{0,02046 \lambda L J_{\text{c}}}{h^2}; \quad (10)$$

$$J_1 = \left[1 + \frac{0,02046 \lambda L}{h^2} + 2 \sqrt{\frac{0,02046 \lambda L}{h^2}} \cos \frac{(h^2 - 0,69 \lambda L) \pi}{\lambda L} \right] J_{\text{c}}; \quad (11)$$

$$J_{\text{d}} = J_{\text{c}}(h) + \frac{0,02046 \lambda L J_{\text{cr}}}{h^2} + 2 \sqrt{J_{\text{c}}(h) \frac{0,02046 \lambda L J_{\text{cr}}}{h^2}} \cos \frac{(h^2 - 0,69 \lambda L) \pi}{\lambda L}. \quad (12)$$

Соотношения же (3), (7), (9) остаются без изменений. Достоверность формулы (9) в условиях параллельного падающего пучка, полученного благодаря установке объектива после щели, подтверждается табл. 10, 11.

Таблица 10

$L = 117,2 \text{ мм}; J_{\text{ср}} = 33,5$					
Полоса	$h_a, \text{ мм}$	J_c	$J_{\text{дэ}}$	$J_{\text{др}}$	$\Delta J_{\text{ср}}$
max ₁	0,204	27,2	38,25	38,59	-0,34
max ₂	0,4	17,9	22,05	22,43	-0,38
max ₃	0,526	10	12,35	12,56	-0,21
max ₄	0,632	5,65	7	7,27	-0,27

$L = 279,5 \text{ мм}; J_{\text{ср}} = 60,9$					
Полоса	$h_a, \text{ мм}$	J_c	$J_{\text{дэ}}$	$J_{\text{др}}$	$\Delta J_{\text{ср}}$
max ₁	0,320	41,4	60	60,5	-0,5
max ₂	0,656	13,95	19	19,5	-0,5
max ₃	0,864	3,72	5,77	5,57	0,2
min ₁	0,520	23	15,9	15,5	0,4
min ₂	0,766	7	4,6	4,26	0,34

Рассмотренные результаты исследований показывают вполне определенно, что дифракционная картина от экрана действительно вызвана интерференцией краевой и падающей волн. В то же время, положение полос и J_d , найденные на основании представлений Френеля при $J_c = \text{const}$, подтверждаются опытом.

Чтобы понять причину этого, рассмотрим графики распределения интенсивности света в области тени экрана, приведенные на рис. 1, где 1 — кривая, характеризующая распределение J_t на основании спирали Корнью [3]; 2 — экспериментальная кривая; 3 — кривая, выражающая зависимость $J_t = A/h^2$. В соответствующих экспериментах $l = 35,5 \text{ мм}$; $L = 99,5 \text{ мм}$; $h_{\text{max}1} = 0,372 \text{ мм}$. Как видно из рисунка, при $h_\delta \geq 0,4 \text{ мм}$ все три графика совмещены. Следовательно, при $h \geq h_\delta$ распределение J_t по спирали Корнью эквивалентно ее распределению в краевой волне.

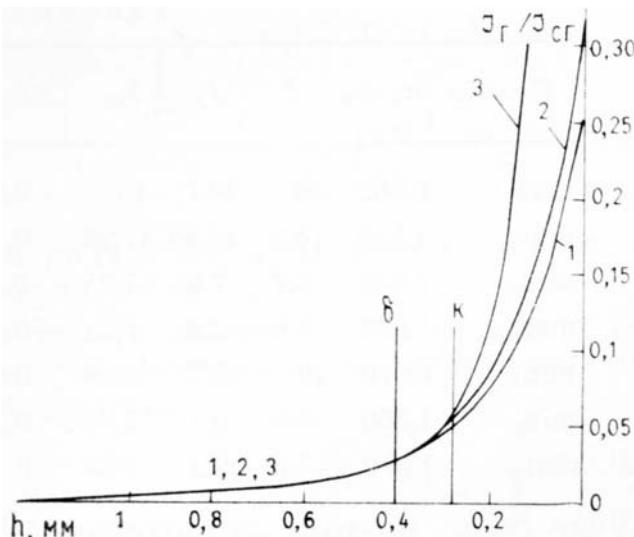


Рис. 1. Распределение интенсивности света в области тени экрана в случае цилиндрической падающей волны

На расстояниях $h \leq h_k$ выражение (2) теряет смысл. Так как в данных условиях $h_k < h_{\text{max}1}$, то соотношения (6)–(9) действительны для всех полос дифракционной картины.

Критическому расстоянию h_k соответствует угол отклонения дифрагированных лучей от первоначального направления $\varepsilon_k = h_k/L = 0,162^\circ$.

Если ε_k не зависит от L , то $h_k \sim L$. В соответствии с (3) из [1] при $l \ll L$ h_n также пропорционально L . Поэтому в случае расходящегося падающего пучка дифракционные полосы с увеличением L не должны выходить в аномальную область.

Когда пучок падающих лучей параллельный, то с ростом L h_n растет медленнее h_k , так как $h_n \sim \sqrt{L}$. В результате этого при больших L полосы могут оказаться в области, где контрастность их уменьшается. Например, расчет, выполненный на основании экспериментальной зависимости $J_t = f(h)$ для $L = 279,5 \text{ мм}$, показал, что при $L = 300 \text{ м}$ $J_{\text{max}1}/J_c = 1,033$ вместо 1,374.

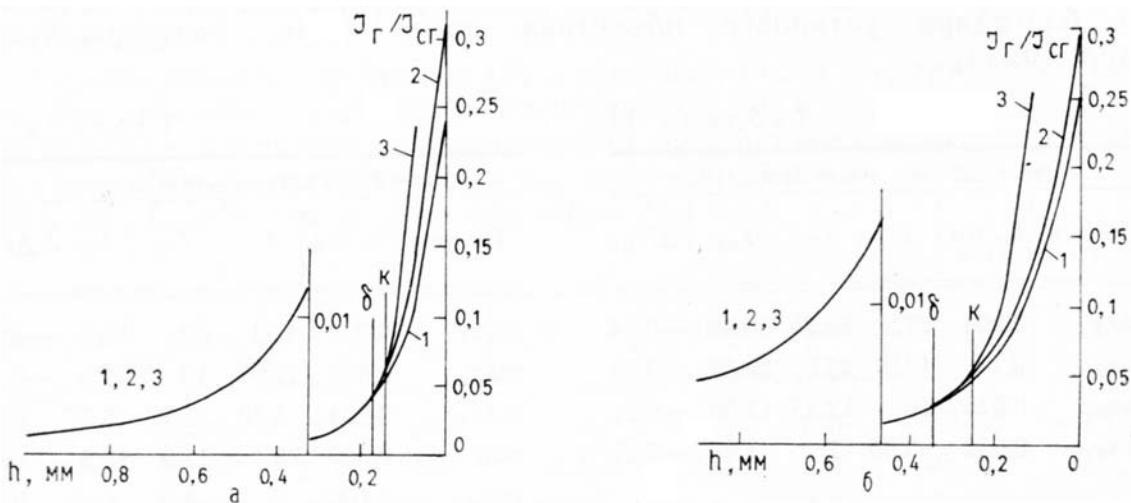


Рис. 2. Распределение интенсивности света в области тени экрана при плоской падающей волне для $L = 114,2$ мм (а) и $L = 279,5$ (б)

В условиях параллельного падающего пучка ε_k имеет меньшее значение, а поведение кривых 1, 2, 3, аналогично рассмотренному для расходящегося пучка. В последнем легко убедиться по рис. 2, а ($L = 114,2$ мм; $h_{\max 1} = 0,204$ мм; $h_k = 0,144$ мм; $\varepsilon_k = 0,072^\circ$; $h_\delta = 0,163$ мм) и рис. 2, б ($L = 279,5$ мм; $h_{\max 1} = 0,32$ мм; $h_k = 0,256$ мм; $\varepsilon_k = 0,053^\circ$; $h_\delta = 0,345$ мм). Согласно спирали Корню разность амплитуд полос дифракционной картины и падающего света без экрана в пучке равна, как и при интерференции краевой волны с падающей, амплитуде света в области тени на тех же h , т.е. $\sqrt{J_t} = \sqrt{J_n} - \sqrt{J_c}$. В этом заключается вторая причина равенства интенсивности дифракционных полос по Френелю ее значениям на основании идеи Юнга. Однако представления Френеля справедливы только при постоянной J_c и большой ширине падающего пучка в плоскости экрана. Когда J_c непостоянна, например, спадает к краям пучка по его ширине и остается прежней на границе тени, то форма и размеры спирали Корню изменяются. Следовательно, станут другими J_t и $(\sqrt{J_n} - \sqrt{J_c})^2 = J_t$. Если же свет в области тени и полосы вызваны краевой волной, то указанные величины будут прежними. Опыт подтверждает последнее.

Таблица 12

Полоса	$J_c = f(h)$: $J_{cr} = 26,1$					$J_c = J_{cr} = 26,1$				
	J_n	J_c	J_n/J_c	J_p	a_p	$a_{cr} \pm a_p$	J'_n	J'_n/J_{cr}	J_k/J_{cr}	J'_n/J_k
max ₁	32,3	23,1	1,4	0,773	0,88	5,988	35,9	1,374	1,374	1
min ₁	15	19,6	0,76	0,308	0,555	4,554	20,7	0,794	0,773	1,03
max ₂	20,8	17	1,23	0,194	0,44	5,549	30,8	1,18	1,201	0,98
min ₂	11,3	14	0,81	0,143	0,379	4,73	22,4	0,857	0,835	1,03
max ₃	13,9	11,5	1,21	0,114	0,338	5,447	29,7	1,137	1,157	0,98
min ₃	8,1	10	0,82	0,093	0,305	4,804	23,1	0,884	0,897	0,99
max ₄	9,8	8,1	1,21	0,08	0,282	5,391	29,1	1,113	1,126	0,99

Покажем это на основе данных табл. 12, где J_n — интенсивность полос в экспериментах с $J_c(h)$ при $l = 24$ мм; $L = 99,5$ мм; $\lambda = 0,53$ мкм; $a_p = \sqrt{J_p}$; $J_p = (\sqrt{J_n} - \sqrt{J_c})^2$; $a_{cr} = \sqrt{J_{cr}}$; J_k — интенсивность полос на основе спирали Корню. Используя значения a_p , найдем интенсивность полос J'_n в условиях постоянной $J_c = J_{cr}$ по формуле $J'_n = (a_{cr} \pm a_p)^2$. Судя по J'_n/J_k , полученные значения практически равны J_k . Значит, $J_p = J_t$ действительно не зависит от характера распределения J_c по ширине волнового фронта.

Ограниченностю представлений Френеля проявляется также в более низких значениях J_d на границе тени в сравнении с экспериментом (см. рис. 1—3).

1. Терентьев Ю. И. //Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 11. С. 1141—1146.
2. Френель О. Избранные труды по оптике /Пер. с фр. Г.С. Ландсберга. М., 1955. С. 169.
3. Фриш С. Э., Тиморева А. В. Курс общей физики. М.: ГИТТЛ, 1951. Т. 3. 796 с.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
Томск

Поступила в редакцию
4 августа 1989 г.

Y u . I . T e r e n t ' e v . D e r i v a t i o n o f S i m p l e E x p r e s s i o n s f o r L i g h t I n t e n s i t y a t D i f f r a c t i o n o n a T h i n S c r e e n w i t h t h e S t r a i g h t E d g e .

It is determined in the paper that the difference of light amplitudes in the diffraction picture and respective incident waves changes inverse proportionally to the distance from the shadow boundary.

Simple expressions are derived in the paper for the intensity of the edge wave and diffraction picture, which are in good agreement with the experimental data.