

УДК 551.55, 520.16

# Аналитические модели высотной зависимости структурной постоянной показателя преломления турбулентной атмосферы для задач адаптивной оптики

Л.А. Больбасова, В.П. Лукин\*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 11.08.2016 г.

Представлено сравнение аналитических моделей высотной зависимости структурной постоянной показателя преломления атмосферы как одной из ключевых характеристик для разработки и исследования эффективности систем адаптивной оптики. Предложена модельная зависимость для Байкальской астрофизической обсерватории.

**Ключевые слова:** адаптивная оптика, атмосферная турбулентность, скорость ветра, астроклимат; adaptive optics, atmospheric turbulence, wind velocity, site testing.

## Введение

Большинство процессов в атмосфере, таких как теплообмен, перенос различного вида загрязнений, образование облаков и осадков, самым тесным образом связано с турбулентным характером движений в атмосфере. Атмосферная турбулентность оказывает существенное влияние на распространение звука, света и радиоволн. Одним из параметров, позволяющим определить это влияние на статистические характеристики распространяющихся оптических волн, является структурная постоянная показателя преломления атмосферы. Знание высотных зависимостей этой величины – ключевое для систем адаптивной оптики лазерных комплексов и наземных телескопов, работающих сквозь толщу атмосферы. Так как характеристики системы адаптивной оптики и требования к ее элементам непосредственно зависят от интенсивности и распределения турбулентных флуктуаций по трассе распространения излучения, то система проектируется именно под эти конкретные турбулентные условия атмосферы в месте ее расположения. При этом модельные зависимости профиля турбулентности могут использоваться как в области адаптивной оптики, так и при решении других задач, связанных с турбулентностью атмосферы. В связи с этим интерес к изучению высотной зависимости структурного параметра показателя преломления не уменьшается, и как результат к настоящему моменту разработан ряд методов для экспериментального определения этой величины, а также предложен ряд аналитических моделей вертикальных профилей  $C_n^2(\xi)$  [1].

Одной из важных задач является создание таких модельных зависимостей для астрономических обсерваторий при оснащении телескопов системами адаптивной оптики. Подобные модели разработаны для ряда крупных обсерваторий, например Паранальская (Чили) и Мауна Кеа (Гавайские острова). В данной работе предложена модель для Байкальской астрономической обсерватории (БАО) ИСЗФ СО РАН в связи с разработкой системы адаптивной оптики для Большого солнечного вакуумного телескопа (БСВТ) [2]. При этом целью исследований являлось сравнение существующих аналитических моделей высотной зависимости структурной характеристики показателя преломления турбулентной атмосферы для разработки общего подхода к созданию новых моделей.

## Турбулентные слои атмосферы

Знание доминирующего процесса является необходимым при создании моделей, поэтому кратко перечислим источники происхождения атмосферной турбулентности. Исходя из роли физических факторов, принято выделять турбулентность термического, динамического и орографического происхождения.

Термическая турбулентность имеет конвективную природу, в связи с чем она чаще всего возникает в приземном слое атмосферы в теплое время года, достигая максимального развития в околоподденные часы. Особенно благоприятные условия для развития термической турбулентности создаются при вторжении холодных воздушных масс на теплую подстилающую поверхность. Термическая турбулентность имеет хорошо выраженный суточный и годовой ход с минимальными значениями ночью и в холодное время. Конвекция порождается

\* Лидия Адольфовна Больбасова (sla@iao.ru); Владимир Петрович Лукин (lukin@iao.ru).

либо неустойчивой стратификацией атмосферы, либо неоднородным нагревом подстилающей поверхности. В первом случае термическая турбулентность обуславливается спонтанной (самопроизвольной) конвекцией, во втором — контактной. Естественно, что спонтанная конвекция в принципе может возникать на любой высоте, тогда как контактная — только у поверхности Земли. При этом одновременно могут действовать оба указанных механизма, и термическая турбулентность может наблюдаться как при неустойчивой, так и при безразличной или даже слабоустойчивой стратификации. В последнем случае турбулентность вызывается лишь контактной конвекцией, а значит, ее интенсивность растет с увеличением пестроты поля температуры подстилающей поверхности.

Динамическая, или механическая, турбулентность возникает в потоках, отличающихся большими вертикальными и горизонтальными градиентами скорости ветра. Из метеорологической практики хорошо известно, что наиболее благоприятная установка для образования турбулентных зон складывается при прохождении углубляющихся циклонов или ложбин и связанных с ними фронтов, особенно холодных фронтов второго рода.

Орографическая турбулентность возникает из-за препятствий подстилающей поверхности, например над горами, под влиянием которых происходит деформация воздушных потоков, связанная со скоростью их перемещения. Наблюдения показывают, что если скорость ветра, дующего поперек препятствий, более 5 м/с, то на подветренных склонах образуются зоны орографической турбулентности.

Напомним, что пограничный слой атмосферы ограничен высотами до 1–2 км, выше находится свободная атмосфера, где средние вертикальные градиенты температуры довольно устойчивы в течение года и мало изменяются в областях умеренных широт [3]. Выделяют приземный слой воздуха, до 10–20 м, и тропопаузу (на высоте 9–18 км). Строение пограничного слоя определяется взаимодействием подстилающей поверхности и свободной атмосферы. Температура в пограничном слое атмосферы, подчиняясь суточным и сезонным зависимостям, является одной из самых изменчивых метеорологических характеристик. Наиболее неустойчивы градиенты температуры в нижнем пограничном слое, в котором сильно оказывается влияние нагревания и охлаждения земной поверхности. Значения градиентов здесь изменяются в течение года и в зависимости от времени суток [4].

Принято выделять следующие основные состояния пограничного слоя — устойчивый и неустойчивый, конвективный [5]. Устойчивый слой обычно образуется ночью, когда приземный воздух сильно охлаждается за счет излучения с поверхности и характеризуется низким уровнем турбулентности. Неустойчивый, конвективный пограничный слой обычно развивается над сушей в дневное время вследствие прогрева подстилающей поверхности за счет солнечного излучения; такой слой может образовываться и при натекании холодной воздушной

массы на теплую поверхность. Однородный конвективный пограничный слой представляет собой многослойное образование, включающее в себя приземный слой, слой перемешивания и слой вовлечения.

## Модели высотной зависимости структурного параметра показателя преломления атмосферы

Классификацию моделей профиля структурной постоянной показателя преломления атмосферы можно провести несколькими способами. Как правило, выделяют модели для ночных и дневных условий, только для пограничного слоя или свободной атмосферы. В данной работе предлагается разделить модели на два типа: основанные исключительно на измерениях в определенной географической точке, где формула получается путем математической аппроксимации для набора экспериментально определенных профилей, и основанные на физических предпосылках. Вторая группа может служить основой для развития моделей путем изменения их входных параметров.

К первой группе моделей отнесем широко известную в отечественной литературе феноменологическую модель, предложенную в работе Гурвича и Грачевой [6]. На основе обобщения экспериментальных значений структурной характеристики показателя преломления, полученных над сушей при высоте подстилающей поверхности порядка 1–2 км над уровнем моря, были проведены две огибающие: одна по минимальным значениям, она соответствует наилучшим условиям распространения, другая по максимальным значениям, соответствует наихудшим условиям. Третий профиль для средних условий определяется как среднее геометрическое первых двух. Аппроксимационные формулы имеют следующий вид [6]:

а) для наилучших условий распространения (слабая турбулентность):

$$\lg[C_n^2(\xi) - 5,19 \cdot 10^{-16} \cdot 10^{-0.86\xi}] = \\ -18,34 + 0,29\xi - 2,84 \cdot 10^{-2}\xi^2 + 7,43 \cdot 10^{-4}\xi^3; \quad (1)$$

б) для наихудших условий распространения (сильная турбулентность):

$$\lg[C_n^2(\xi) - 9,5 \cdot 10^{-14} \cdot 10^{-2,09\xi}] = \\ -14,39 + 0,17\xi - 3,48 \cdot 10^{-2}\xi^2 + 9,59 \cdot 10^{-4}\xi^3; \quad (2)$$

в) для «средних» условий:

$$\lg[C_n^2(\xi)]_{average} = \frac{1}{2}\{\lg C_n^2(best) + \lg C_n^2(worst)\}. \quad (3)$$

Логарифмическая модель для ночных условий AFGL (Air Force Geophysics Laboratory) AMOS (Air Force Maui Optical Station) основана на усреднении экспериментальных данных, полученных путем измерений с помощью метеорологического зонда, установленного на аэростате, в широком диапазоне погодных условий для обсерватории, расположенной на вершине Халеакала (Haleakala)

высотой 3052 м на острове Мауи (Maui), Гавайские острова [7]:

$$\lg[C_n^2(\xi)] = \begin{cases} 12,412 - 0,4713\xi - 0,0906\xi^2, & 3,052 \leq \xi \leq 5,2; \\ 17,1273 - 0,0301\xi - 0,001\xi^2 + \\ + 0,5061\exp\left(-0,5\left(\frac{\xi - 15,0866}{3,2977}\right)^2\right), & \xi > 5,2. \end{cases} \quad (4)$$

Для этой же обсерватории, также для ночных условий, предложена простая модель Гринвуда (Greenwood) [8]:

$$C_n^2(\xi) = [2,2 \cdot 10^{-13}(\xi \sin \alpha + 10)^{-1,3} + \\ + 4,3 \cdot 10^{-17}] \cdot \exp\left\{-\frac{\xi \sin \alpha}{4000}\right\}, \quad (5)$$

где  $\alpha$  — угол падения излучения. Модель является очень простой аппроксимацией экспериментальных данных профилей турбулентности; обычно используется для астрономических приложений как модель для горной местности.

Логарифмическая модель ночных условий CLEAR-1 (Critical Laser Enhancing Atmospheric Research)

$$\lg[C_n^2(\xi)] = \begin{cases} -10,7025 - 4,3507\xi + 0,8141\xi^2, & \xi \leq 2130; \\ -16,2897 + 0,0335\xi - 0,0134\xi^2, & 2,13 \leq \xi \leq 10340; \\ -17,0577 - 0,0449\xi - 0,0005\xi^2 + \\ + 0,6181\exp\left(-0,5\left(\frac{\xi - 15,5617}{3,4666}\right)^2\right), & \xi > 10340 \end{cases} \quad (6)$$

основана на экспериментальных данных, полученных в летнее время в обсерватории Нью-Мексико, США также сотрудниками Air Force Geophysics Laboratory с помощью измерений, подобных полученным с использованием модели AFGL AMOS (4) [7]. Модели CLEAR-1 и AFGL AMOS показывают близкие результаты выше 10 км, хотя для пограничного слоя и нижней тропосферы CLEAR-1 показывает большую среднюю турбулентность. Модель определена только от 1230 м до 30 км, но позволяет проводить вычисления за рамками этих высот. Значения ниже 1230 м экстраполируются моделью, соответствующей  $0 \leq \xi \leq 2,13$ ; значения выше 30 км экстраполируются моделью  $2,13 \leq \xi \leq 10340$ . При расчете значения высоты вводятся в километрах. Отметим особенность логарифмических моделей: известна закономерность, что если логарифм случайной величины имеет нормальное распределение, то сама величина логнормально распределена; это означает, что закон распределения структурной постоянной показателя преломления должен иметь логнормальный вид.

В основе второй группы моделей лежит модель Хафнагеля–Волли (Hufnagel–Valley или сокращенно HV).

Хафнагель на основе многочисленных экспериментальных данных исследовал связь спектра

мерцаний с метеопараметрами и в результате обнаружил корреляцию с параметром  $v^2$  [9]:

$$v^2 = \frac{1}{15 \cdot 10^3} \int_{5 \cdot 10^3}^{20 \cdot 10^3} V_{wind}^2(\xi) d\xi, \quad (7)$$

где  $V_{wind}^2(\xi)$  — профиль скорости ветра. Это и стало физической основой модели — скорость ветра контролирует силу турбулентности с высотой через фактор  $v^2$ . Первоначально модель Хафнагеля состояла из двух частей:

$$C_n^2(\xi) = B \left[ \left( \frac{v}{27} \right)^2 2,2 \cdot 10^{-53} \cdot \xi^{10} \exp\left(-\frac{\xi}{1000}\right) + \right. \\ \left. + 1 \cdot 10^{-16} \exp\left(-\frac{\xi}{1500}\right) \right]. \quad (8)$$

Параметр  $B$  модели был введен как функция высоты и времени мелкомасштабной структуры турбулентности:  $B = \exp\{r(h, t)\}$ , где  $r$  — гауссова величина с нулевым средним,  $t$  — время. В результате в среднем  $B = e = 2,7$ . Первоначально  $v^2$  (7) определялась следующей моделью профиля ветра  $V_{wind}(\xi)$ :

$$V_{wind}^2(\xi) = \left[ 8 + 30 \exp\left\{-\left(\frac{\xi \sin(\alpha) - 9400}{4800}\right)^2\right\} \right]^2. \quad (9)$$

Данную модель часто называют моделью скорости ветра Бафтона, в то время как впервые она опубликована в работе [8], и поэтому правильнее называть ее моделью Гринвуда. Данные для этой модели скорости ветра были собраны в течение двадцати лет на о. Кауаи (Kauai) и Хило (Hilo) (Гавайские острова), где высота тропопаузы 9400 м. Поэтому модель HV лучше описывает эмпирические данные для средних широт, предполагая низкую тропопаузу.

Наилучшим образом модель Хафнагеля (8) работает начиная с 3 км, где имеют место основные различия между дневной и ночной турбулентностью и локальные вариации турбулентности в связи с нагревом земной поверхности солнечным излучением, и до высоты 24 км.

С появлением аддитивных оптических систем двойного назначения, которые должны работать при любых атмосферных условиях, был предложен дополнительный член, ответственный за приземный слой атмосферы, и добавлена третья часть, куда входит коэффициент  $A$ .

Результирующая модель, где последний член отвечает за пограничный турбулентный слой, выглядит следующим образом:

$$C_n^2(\xi) = B \left[ \left( \frac{v}{27} \right)^2 2,2 \cdot 10^{-53} \cdot \xi^{10} \exp\left(-\frac{\xi}{1000}\right) + \right. \\ \left. + 1 \cdot 10^{-16} \exp\left(-\frac{\xi}{1500}\right) \right] + A \exp\left(-\frac{\xi}{100}\right). \quad (10)$$

Модель получила название Хафнагеля–Волли. Рис. 1 показывает влияние параметра  $v$  на соответствующие слои в атмосфере.

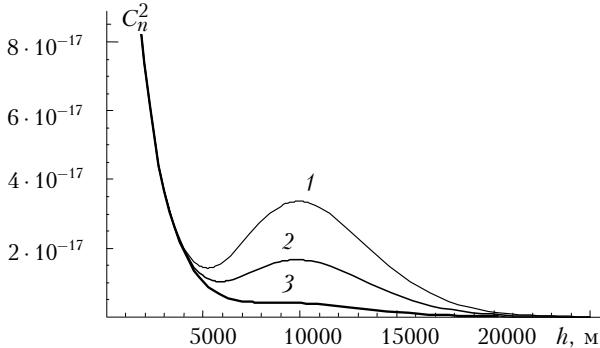


Рис. 1. Высотный ход структурной характеристики показателя преломления модели HV для разных значений  $v$ :  $v = 10$  (1), 21 (2), 30 м/с (3)

Таким образом, полуэмпирическая модель HV имеет два основных параметра:  $A$  – номинальное значение  $C_n^2(0)$  оптической турбулентности у Земли ( $\text{м}^{-2/3}$ ) и  $v$  – псевдоскорость ветра (м/с) (4). В связи с чем существуют различные модификации этой модели.

Для значений  $A = 1,7 \cdot 10^{-14} \text{ м}^{-2/3}$  и псевдоскорости ветра  $v = 21 \text{ м/с}$ :

$$C_n^2(\xi) = \left(\frac{21}{27}\right)^2 5,94 \cdot 10^{-53} \xi^{10} \exp\left(-\frac{\xi}{1000}\right) + 2,7 \cdot 10^{-16} \exp\left(-\frac{\xi}{1500}\right) + 1,7 \cdot 10^{-14} \exp\left(-\frac{\xi}{100}\right). \quad (11)$$

Эта модель известна как HV-21 или HV 5/7 модель из-за параметров, выбранных таким образом, что радиус когерентности равен 5 см, а изопланатический угол 7 мкрад на длине волны 0,5 мкм [10]. Обычно эту модель относят к моделям дневного времени и условиям, соответствующим обсерватории региона Альбукирки, Нью Мексико, США.

Модель Hufnagel–Valley Boundary – это еще одна модификация HV-модели, характеризующая средние условия для обсерватории Мауна Кеа (Mauna Kea), расположенной на острове Гавайи [11]:

$$C_n^2(\xi) = 1,5 \cdot 10^{-23} (\xi / 1000)^{10} \exp(-\xi / 1000) + 1,5 \cdot 10^{-16} \exp(-\xi / 1500) + 1,5 \cdot 10^{-15} \exp(-\xi / 100). \quad (12)$$

Скорость ветра моделируется как

$$V_{wind}^2(\xi) = a_1^2 + \left\{ a_2 \exp\left[-\frac{(\xi - \xi_2)}{2z_2^2}\right] \right\}^2 \quad (13)$$

со следующими параметрами:  $a_1 = 5 \text{ м/с}$ ,  $a_2 = 30 \text{ м/с}$ ,  $\xi_2 = 10 \text{ км}$ ,  $z_2 = 5 \text{ км}$ . Эта зависимость скорости ветра была построена на основе измерений, сделанных вблизи обсерватории Мауна Кеа, в аэропорту Хило.

Аналогичная модель Modified Hufnagel–Valley для ночного времени

$$C_n^2(\xi) = 8,16 \cdot 10^{-54} \xi^{10} (-\xi / 1000) + 3,02 \cdot 10^{-17} \exp(-\xi / 1500) + 1,9 \cdot 10^{-15} \exp(-\xi / 100) \quad (14)$$

получена путем сопоставления экспериментальных данных обсерватории AMOS на острове Мауи, Гавайские острова [12].

Ряд измерений показал отличное от модели HV поведение  $C_n^2(\xi)$  до высот 1–2 км. Поэтому модель была модифицирована с использованием модели для пограничного слоя, которая учитывает различное поведение на высотах 1–2 км в течение дневного времени. Моделирование пограничного (приземного) слоя основывается на теории подобия Монина–Обухова, предполагая экспоненциальную зависимость с высотой как  $-4/3$  в дневное время и  $-2/3$  для стабильных условий в ночное время.

В литературе эту модель часто также называют HV или НАР (Hufnagel–Andrews–Phillips) [13]:

$$C_n^2(\xi) = 0,00594 \left(\frac{v}{27}\right)^2 (10^{-5} \cdot \xi)^{10} \exp\left(-\frac{\xi}{1000}\right) + 2,7 \cdot 10^{-16} \exp\left(-\frac{\xi}{1500}\right) + C_n^2(\xi_0) \left(\frac{\xi_0}{\xi}\right)^{4/3}, \quad (15)$$

где  $\xi_0$  – высота стояния телескопа (инструмента). В дальнейшем было сделано обобщение НАР-модели:

$$C_n^2(\xi) = M \left[ 0,00594 \left(\frac{v}{27}\right)^2 (10^{-5} \cdot (\xi + h_s)^{10} \exp\left(-\frac{(\xi + h_s)}{1000}\right) + 2,7 \cdot 10^{-16} \exp\left(-\frac{(\xi + h_s)}{1500}\right) \right] + C_n^2(\xi_0) \left(\frac{\xi_0}{\xi}\right)^p, \quad (16)$$

где  $h_s$  – высота над уровнем моря,  $C_n^2(\xi_0)$  – усредненное значение структурной характеристики показателя преломления на высоте  $\xi_0$ , параметры  $M$  и  $p$  соответственно отвечают за среднюю фоновую приземную турбулентность около 1 км и зависимость от времени суток. Подробную методику определения  $M$  можно найти в работе [13]. Параметр  $p$  определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} p = & \\ = & \begin{cases} -0,11(12-TH)^2 + 1,83(12-TH) - 6,22, & 0,75 < TH < 3,5; \\ 1,45 - 0,02(TH - 6)^2, & 3,5 < TH < 8,5; \\ -0,048TH^2 + 0,68TH - 1,06, & 8,5 < TH < 11,25; \end{cases} \end{aligned} \quad (17)$$

$$TH = \frac{TIME - SUNRISE}{TP},$$

$$TP = \frac{SUNSET - SUNRISE}{12}.$$

В обобщенном виде модель иногда представляют как экспоненциальный полином, т.е. сумму экспоненциальных членов [14]:

$$C_n^2(\xi) = A \exp\left(-\frac{\xi}{H_A}\right) + B \exp\left(-\frac{\xi}{H_B}\right) + C \xi^{10} \exp\left(-\frac{\xi}{H_C}\right) + D \exp\left(-\frac{(h - H_D)^2}{2d^2}\right), \quad (18)$$

где  $A$  – коэффициент для приземной турбулентности;  $H_A$  – высота для  $1/e$ ;  $B, H_B$  – аналогично в тропосфере;  $C, H_C$  определяет тропопаузу, а последний член  $D$  отвечает за дополнительный слой толщиной  $d$  в тропосфере, который часто наблюдается экспериментально как на низких, так и на средних высотах.

Модель для Паранальской обсерватории, расположенной на высоте 2635 м над уровнем моря на вершине горы Серро-Параналь в пустыне Атакама (Чили) [15]:

$$C_n^2(z) = C_{n-b}(h) + 4 \cdot 10^{-14} \exp(-z / 550) + C_{nl}(h), \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} C_{nl}(h) &= 4,2 \cdot 10^{-18} \left( \frac{|h - 18500|}{h} \right)^{0.1}, \quad h < 18500; \\ C_{nl}(h) &= 5,3 \cdot 10^{-23} \left( \frac{h}{1000} \right)^{10} \exp\left(-\frac{h}{1000}\right), \quad h > 18500; \\ C_{n-b}(h) &= \left[ 4 \cdot 10^{-17} \exp\left[-\frac{(h - 4600)^2}{3000}\right] \right] + \\ &\quad + \left[ 4 \cdot 10^{-18} \exp\left[-\frac{(h - 5750)^2}{50000}\right] \right] + \\ &\quad + \left[ 2,3 \cdot 10^{-17} \exp\left[-\frac{(h - 7000)^2}{30000}\right] \right] + \\ &\quad + \left[ 4 \cdot 10^{-17} \exp\left[-\frac{(h - 10500)^2}{5000}\right] \right] + \\ &\quad + \left[ 3 \cdot 10^{-16} \exp\left[-\frac{(h - 11500)^2}{3000}\right] \right] + \\ &\quad + \left[ 1,2 \cdot 10^{-16} \exp\left[-\frac{(h - 8500)^2}{4000}\right] \right], \end{aligned}$$

разработана сотрудниками Европейской южной обсерватории для решения задач адаптивной оптики крупнейшего телескопа VLT. Модель представляет собой сумму экспоненциальных членов и является в некоторой степени модификацией HV-модели. Отметим, что Паранальская обсерватория характеризуется лучшими в мире условиями астрономических наблюдений с точки зрения астроклиматика.

## Модель структурного параметра показателя преломления атмосферы для Байкальской астрофизической обсерватории

Большой солнечный вакуумный телескоп БАО ИСЗФ СО РАН расположен на высоте около 280 м, именно эту высоту и будем считать нижним пределом интегрирования при дальнейших расчетах. Телескоп представляет собой гелиостат с плоским зеркалом диаметром 1 м, приемная апертура телескопа установлена на вертикальной колонне высотой 25 м, при этом вакуумная труба наклонена под углом  $52^\circ$  к горизонту. Задача создания модели обусловлена разработкой адаптивной оптической системы нового поколения для данного телескопа.

В общем случае при разработке модели можно выделить три этапа: выбор общего вида аналитической формулы; определение ее параметров; оценку правомерности описания. В качестве аналитической формулы мы предлагаем использовать экспоненциальный полином – модель HV (10), где псевдоскорость определяется выражением (7). Данный выбор обусловлен в первую очередь тем, что модель HV, по-видимому, – единственная полуэмпирическая модель, основанная на физических предпосылках.

В качестве модели скорости ветра мы предлагаем использовать обобщенную модель профиля ветра [16]. Предполагая, что скорость ветра определяется суммой постоянной составляющей, характерной для низких слоев атмосферы, и случайной составляющей с гауссовым распределением, которая соответствует влиянию потоков в атмосфере, модель записывается следующим образом:

$$V_{wind}^2(\xi) = \left[ v_G + v_T \exp\left\{-\left(\frac{\xi \sin(\alpha) - H_T}{L_T}\right)^2\right\} \right]^2, \quad (20)$$

где  $\xi$  – высота атмосферы в метрах;  $v_G$  – скорость ветра у земной поверхности;  $v_T$  – скорость ветра в тропосфере;  $\alpha$  – зенитный угол наблюдений;  $H_T$  – высота тропосферы;  $L_T$  – толщина тропосферы.

Отметим, что параметры тропосферы демонстрируют сезонные и суточные изменения в зависимости от широты; в частности, скорость ветра увеличивается летом и уменьшается зимой [3]. Поэтому остановимся, прежде всего, на оценке влияния входящих в (20) величин. Рис. 2 показывает эти зависимости и свидетельствует, что увеличение любого из параметров будет приводить к увеличению псевдоскорости (7).

Ограничим наши условия летним сезоном и дневным временем. Путем многократных метеорологических измерений оптической турбулентности в БАО был определен следующий диапазон приземных значений структурной характеристики показателя преломления:  $5 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3} \geq C_n^2(0) > 2 \cdot 10^{-16} \text{ см}^{-2/3}$  [17]. Наблюдения были выполнены с помощью ультразвуковой метеостанции, разработанной ИОА СО РАН,

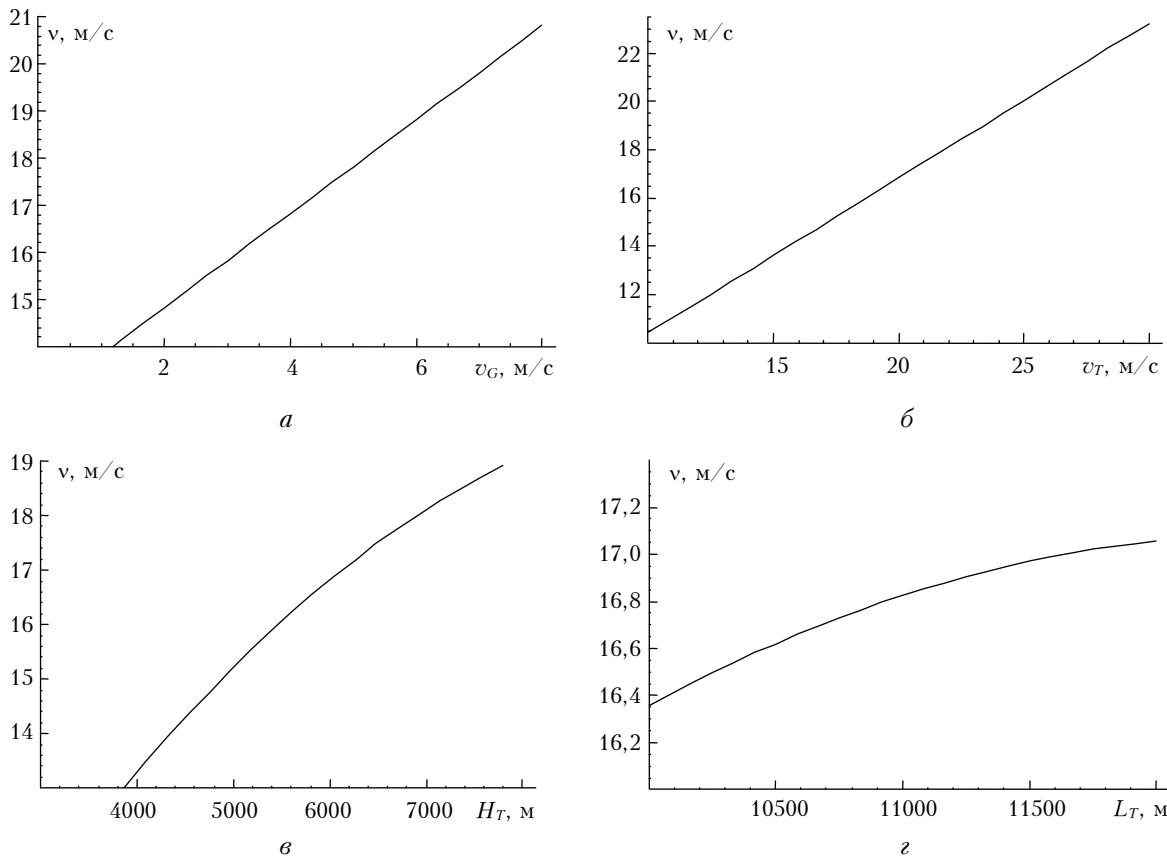


Рис. 2. Зависимость параметра псевдоскорости от скорости ветра (*a*, *b*), высоты (*c*) и толщины тропопаузы (*г*)

при ясном небе в дневные часы в летнее время при хорошо развитой турбулентности и средней скорости ветра 2 м/с.

В результате расчетов для псевдоскорости ветра было получено  $v = 19$  м/с. Тогда с учетом этого значения и экспериментальных данных  $C_n^2(0)$  получим, используя (10), следующее выражение:

$$C_n^2(\xi) = 2,7 \left[ \left( \frac{19}{27} \right)^2 2,2 \cdot 10^{-53} \cdot \xi^{10} \exp\left(-\frac{\xi}{1000}\right) + + 1 \cdot 10^{-16} \exp\left(-\frac{\xi}{1500}\right) \right] + 5 \cdot 10^{-15} \exp\left(-\frac{\xi}{100}\right). \quad (21)$$

Для сравнения предложенной аналитической модели мы использовали восстановленный высотный профиль атмосферной турбулентности из экспериментальных данных архива NCEP/NCAR Reanalysis [18]. Для оценки расхождения рассчитывалось среднеквадратичное отклонение  $\sigma$  экспериментальных данных от модельных по следующей формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n |y_i^e - y_i^m|^2}, \quad (22)$$

где  $y_i^e$  — экспериментальное значение,  $y_i^m$  — расчетное значение;  $n$  — число экспериментальных точек.

В результате на основе (7), (10), (20) путем варьирования величины приземного значения структурной характеристики показателя преломления и таких параметров атмосферы, как высота и ширина тропосферы и скорость ветра, появляется возможность создания моделей для определенных атмосферных условий. Отметим, что оптимальным для разработки моделей является знание реальных профилей ветра и структурной характеристики показателя преломления в точке расположения адаптивной оптической системы. Это означает, что предложенный подход является приближенным и ни в коем случае не отменяет необходимость экспериментальных измерений. В общем случае формула (22) может использоваться для оценки точности при наличии экспериментально измеренных профилей  $C_n^2$ . Качественные данные могут быть извлечены из климатической базы данных, например архива NCEP/NCAR.

### Расчет основных параметров для адаптивных оптических систем

Целесообразно проанализировать основные параметры, которые определяются высотным профилем структурной характеристики показателя преломления, используемые в адаптивной оптике. Рассчитаем их числовые значения для рассмотренных выше моделей и предложенной модели БАО.

Радиус когерентности плоской волны, или параметр Фрида

$$r_0 = (0,423 \cdot k^2 \sec \alpha \int_0^\infty d\xi C_n^2(\xi))^{-3/5}, \quad (23)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$ .

Угол изопланатизма атмосферы

$$\theta = (2,91 \cdot k^2 \int_0^\infty d\xi \xi^{5/3} C_n^2(\xi))^{-3/5}. \quad (24)$$

Кроме того, угол изопланатизма можно оценить по формуле через радиус когерентности и эффективную толщину:

$$\theta \approx 0,314 \frac{r_0}{h}, \quad (25)$$

где эффективная толщина турбулентной атмосферы  $h$  определяется через турбулентные моменты.

Для предложенной модели БАО получим радиус когерентности  $r_0 = 4,6$  см с учетом угла падения излучения летом. Это согласуется с экспериментальными значениями  $r_0 = 5,2 \pm 0,8$  см, измеренными с помощью корреляционного датчика волнового фронта адаптивной оптической системы БСВТ в летний период [19], а также со средним значением  $r_0 = 4,6$  см, восстановленным из данных архива NCEP/NCAR Reanalysis [18]. Угол изопланатизма по формуле (24) равен 7,6 мкрад, величина эффективной толщины  $h = 1810$  м, тогда для угла изопланатизма (25) получим 7,9 мкрад.

Рассчитанные значения параметров (23), (24) на длине волны 0,5 мкм для рассмотренных выше моделей суммируются в таблице. Поскольку эти параметры определяют работу адаптивных оптических систем и требования к их элементам, то данные таблицы могут быть полезны при выборе модели для использования в практических расчетах при проектировании адаптивных оптических систем.

#### Радиус когерентности и угол изопланатизма для рассматриваемых моделей

Модель высотной зависимости структурной характеристики показателя преломления	$r_0$ , см	$\theta$ , мкрад
Модель Гринвуда	13	13,7
Модель HV 5/7	5	7
Модель обсерватории Мауна Кеа	13,5	11,5
Модель обсерватории AMOS	18	17,5
Модель Паранальской обсерватории	16	8

Также приведем полезные для практических расчетов формулы для оценки параметра Штреля при адаптивной оптической коррекции на основе лазерного опорного источника и без коррекции через высотный профиль структурной постоянной показателя преломления, полученные в наших работах ранее [20]:

$$St \approx \left[ \frac{\int_0^x d\xi C_n^2(\xi) (\xi/x)^2 (2R)^{-1/3}}{1 + 4\pi^2 \frac{\int_0^\infty d\xi C_n^2(\xi) (2R)^{-1/3}}{(\lambda/2R)^2}} \right]^{-1}; \quad (26)$$

$$St \approx \left[ \frac{\int_0^\infty d\xi C_n^2(\xi) (2R)^{-1/3}}{1 + 4\pi^2 \frac{\int_0^\infty d\xi C_n^2(\xi) (2R)^{-1/3}}{(\lambda/2R)^2}} \right]^{-1}, \quad (27)$$

где  $R$  – радиус апертуры телескопа,  $x$  – высота формирования опорного источника.

#### Заключение

На основе полуэмпирического модельного профиля HV предложен простой подход к созданию аналитической модели высотной зависимости структурной постоянной показателя преломления атмосферы для места расположения оптико-электронной системы и показана его применимость на примере БСВТ Байкальской астрофизической обсерватории.

Подчеркнем, что модель имеет приближенный характер и может быть использована для расчета интегральных характеристик в задачах адаптивной оптики. При этом отметим, что результаты данной работы могут найти применение в других областях, связанных с атмосферной турбулентностью, например в климатических и экологических исследованиях.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 15-19-20013).

- Больбасова Л.А., Лукин В.П. Адаптивная коррекция атмосферных искажений оптических изображений на основе искусственного опорного источника. М.: Физматлит, 2012. 128 с.
- Лукин В.П., Антошкин Л.В., Ботыгина Н.Н., Григорьев В.М., Емалеев О.Н., Ковадло П.Г., Коняев П.А., Копылов Е.А., Скоморовский В.И., Трифонов В.Д., Чупраков С.А. Развитие элементов адаптивной оптики для солнечного телескопа // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 12. С. 1099–1104.
- Stull R.B. An Introduction to Boundary Layer Meteorology. Dordrecht; Boston; London: Kluwer Academic Publishers, 1988. 666 р.
- Гладких В.А., Мамышев В.П., Одинцов С.Л. Экспериментальные оценки структурной характеристики показателя преломления оптических волн в приземном слое атмосферы // Оптика атмосф. и океана. 2015. Т. 28, № 4. С. 309–318; Gladkikh V.A., Mamyshev V.P., Odintsov S.L. Experimental estimates of the structure parameter of the refractive index for optical waves in the surface air layer // Atmos. Ocean. Opt. 2015. V. 28, N 5. P. 426–435.
- Струнин М.А. Исследования пограничного слоя атмосферы с помощью самолетов-лабораторий // Мир измерений. 2008. № 8. С. 6–14.
- Гурвич А.С., Грачева М.Е. Простая модель для расчета турбулентных помех в оптических системах // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1980. Т. 16, № 10. С. 1107–1111.
- Beland R.R. Propagation through Atmospheric Optical Turbulence. The Infrared & Electro-Optical Systems Handbook. Bellingham: SPIE Press, 1993. 322 р.

8. Greenwood D.P. Bandwidth specification for adaptive optics systems // J. Opt. Soc. Amer. 1977. V. 67, N 3. P. 390–393.
9. Hufnagel R.E. Variations of atmospheric turbulence // Topical Meeting on Optical Propagation through Turbulence: Digest of Technical Papers. Washington, DC: OSA, 1974. P. WA1-1–WA1-4.
10. Megee P. A Toolbox for Atmospheric Propagation Modeling User's Guide Version 4.1.455. MZA Associates Corporation, 2007. 175 p.
11. Olivier S.S., Gavel D.T. Tip-tilt compensation for astronomical imaging // J. Opt. Soc. Amer. A. 1994. N 11. P. 368–378.
12. Parenti R.R., Sasiela R.J. Laser-guide-star for astronomical application // J. Opt. Soc. Amer. A. 1994. V. 11, N 1. P. 288–309.
13. Andrews L.C., Phillips R.L., Crabbs R., Wayne D., Leclerc T., Sauer P. Creating a  $C_n^2$  profile as a function of altitude using scintillation measurements along a slant path // Proc. SPIE. 2012. V. 8238. P. 82380F-1–82380F-12.
14. Hardy J.W. Adaptive optics for astronomical telescopes. N.Y.: Oxford University Press, 1998. 438 p.
15. Bonaccini D. Very Large telescope. The Paranal model atmosphere for adaptive optics // Doc. No. VLT-TRE-ESO-11630-1137. Iss. 1.0, 1996. 8 pp.
16. Roberts L.C., Bradford Jr.L. Improved models of upper-level wind for several astronomical observatories // Opt. Express. 2011. V. 19, N 2. P. 820–837.
17. Лукин В.П., Григорьев В.М., Антошкин Л.В., Ботыгина Н.Н., Емалеев О.Н., Коняев П.А., Ковадло П.Г., Носов В.В., Скоморовский В.И., Торгаев А.В. Возможности применения адаптивной оптики для солнечных телескопов // Оптика атмосф. и океана. 2009. Т. 22, № 5. С. 499–511; Lukin V.P., Grigor'ev V.M., Antoshkin L.V., Botygina N.N., Emaleev O.N., Konyaev P.A., Kovadlo P.G., Nosov V.V., Skomorovskii V.I., Torgaev A.V. Applicability of adaptive optics for solar telescopes // Atmos. Ocean Opt. 2009. V. 22, N 3. P. 370–382.
18. Botygina N.N., Kopylov E.A., Lukin V.P., Kovadlo P.G., Shihovcev A.Yu. Variability of the atmospheric turbulence in the region lake of Baykal // Proc. SPIE. 2015. V. 9680. P. 96806E.
19. Ботыгина Н.Н., Ковадло П.Г., Копылов Е.А., Лукин В.П., Туев М.В., Шиховцев А.Ю. Оценка качества астрономического видения в месте расположения Большого солнечного вакуумного телескопа по данным оптических и метеорологических измерений // Оптика атмосф. и океана. 2013. Т. 26, № 11. С. 942–947; Botygina N.N., Kovadlo P.G., Kopylov E.A., Lukin V.P., Tuev M.V., Shikhovtsev A.Yu. Estimation of the astronomical seeing at the large solar vacuum telescope site from optical and meteorological measurements // Atmos. Ocean Opt. 2014. V. 27, N 2. P. 142–146.
20. Больбасова Л.А., Лукин В.П. Лазерные опорные звезды и модели атмосферной турбулентности // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20, № 12. С. 1096–1104.

**L.A. Bolbasova, V.P. Lukin. Analytical models of vertical profile of the structure parameter of atmospheric refractive index for adaptive optics.**

The comparison of analytical models of vertical profile of the structure parameter of atmospheric refractive index is performed as one of the key points for the development and investigation of the effectiveness of adaptive optics systems. The possibilities of the development of the models are analyzed. The model of atmospheric turbulence profile for the Baikal Astrophysical Observatory is developed.