

А.М. Кочеткова, С.А. Шленов

**ИЗМЕНЕНИЕ ФОРМЫ И СПЕКТРА СУБПИКОСЕКУНДНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА ПРИ ФОКУСИРОВКЕ ПУЧКА В СРЕДЕ С КУБИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ**

Аналитически исследуется влияние самосжатия пучка при его фокусировке в однородной среде с кубичной нелинейностью на временную фазовую самомодуляцию и частотный спектр. Показано, что при сильной нелинейности частотный спектр может приобретать характерную особенность: глобальный максимум спектральной интенсивности смещается к несущей частоте импульса.

Создание мощных фемтосекундных лазерных систем позволило в последнее время выполнить ряд экспериментов по наблюдению уширения и деформации частотного спектра при фокусировке в воздухе лазерного излучения [1, 2]. Эксперименты показывают, что до возникновения сверхуширения основным механизмом деформации импульса является фазовая самомодуляция (ФСМ). Характерной особенностью субпикосекундных импульсов является то, что несмотря на высокие интенсивности ( $I \approx 10^{13} - 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>) лавинные процессы пробоя в канале пучка не успевают развиваться и возможно проявление кубичной нелинейности типа керровской с малым временем релаксации ( $\tau_n \approx 10^{-14}$  с) [3]. Нетрудно показать, что в однородной среде (в отличие, например, от волоконных световодов) характерная мощность ФСМ совпадает по порядку величины с критической мощностью самофокусировки и временные эффекты развиваются одновременно с пространственным самосжатием пучка. При этом если спектральные характеристики импульса при обычной ФСМ (в плоской волне или поперечной моде световода) хорошо изучены [4], то в однородной среде их поведение недостаточно ясное.

В настоящей статье определен характер изменения формы и спектра импульса при фокусировке пучка в однородной среде с безынерционной кубичной нелинейностью.

**Постановка задачи**

Для расчета спектральных характеристик импульса воспользуемся параболическим уравнением квазиоптики с кубичной нелинейностью, записанным для осесимметричного пучка [5]:

$$2ik \frac{\partial E}{\partial z} = \left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \right) E + \frac{2n_2}{n_0} k^2 |E|^2 E. \quad (1)$$

Будем рассматривать распространение в общем случае фокусированных пучков гауссовского профиля:

$$E(\rho, z=0) = \sqrt{I_0(t)} \exp(-\rho^2/2a_0^2 + ik\rho^2/2R_f). \quad (2)$$

Форма импульса на входе в нелинейную среду  $I_0(t)$  может быть произвольной функцией времени, однако при численных оценках мы предполагали гауссовскую огибающую:

$$I_0(t) = \exp(-t^2/\tau_0^2). \quad (3)$$

Уравнение (1) для нелинейной дифракции пучка записано без учета дисперсии импульса. Простые оценки показывают, что в воздухе вдали от резонансов дисперсионная длина 85 фс импульса на длине волны 628 нм составляет около  $L_d \approx 200$  м. В условиях сильной фокусировки дисперсионная длина, как правило, превышает расстояние до перетяжки пучка, где разыгрываются основные нелинейные эффекты.

Для получения спектра выходного излучения необходимо найти решение уравнения (1) с граничным условием (2) на выходе из нелинейной среды в различные моменты времени. Далее, используя преобразование Фурье, можно получить трансформированный временной спектр импульса.

**Решение пространственной задачи**

Для решения (1) воспользуемся модифицированным в сравнении с [6] безабберационным приближением. Перейдем к безразмерным переменным:

$$E' = E/E_0, \quad z' = z/ka_0^2, \quad \rho' = \rho/a_0, \quad t' = t/\tau_0 \quad (4)$$

и введем нормированный радиус фокусировки  $R_f' = R_f / ka_0^2$ . В этих переменных (опуская штрихи) уравнение (1) с граничным условием (2) имеет вид

$$2i \frac{\partial E}{\partial z} = \left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \right) E + R(t) |E|^2 E; \quad (5)$$

$$E(\rho, z=0) = \sqrt{I_0(t)} \exp(-\rho^2/2 + i\rho^2/2R_f). \quad (6)$$

Параметр  $R(t) = 2k_0^2 a_0^2 I_0(t) n_2 / n_0$  пропорционален текущей мощности импульса. Решение (5) ищем в виде

$$E(\rho, z, t) = \frac{\sqrt{I_0(t)}}{\omega(z, R(t))} \exp\left(\frac{-\rho^2}{2\omega^2(z, R(t))} + \frac{i\rho^2}{2} f(z, R(t)) + i\varphi(z, R(t))\right), \quad (7)$$

при этом  $\varphi(z, R(t))$  описывает ФСМ импульса с учетом самосжатия пучка. Для безразмерного радиуса пучка, используя метод моментов [7], получаем:

$$\omega^2(z, R(t)) = 1 - \frac{2z}{R_f} + \left(1 + \frac{1}{R_f^2} - R(t)\right) z^2, \quad (8)$$

где  $\tilde{R}(t) = R(t) / 4 = P(t) / P_{кр}$  — отношение текущей мощности к критической, при которой (в рамках безабберационного приближения) пучок схлопывается в геометрическом фокусе.

Решение для  $\varphi(z, R(t))$  в докритическом и закритическом режимах имеет вид

$$\varphi(z, \tilde{R}(t) < 1) = \frac{1 - 2\tilde{R}(t)}{\sqrt{1 - \tilde{R}(t)}} \left[ \arctg\left(\frac{(1 + R_f^2 - \tilde{R}(t))z - R_f^{-1}}{\sqrt{1 - \tilde{R}(t)}}\right) + \arctg\left(\frac{R_f^{-1}}{\sqrt{1 - \tilde{R}(t)}}\right) \right], \quad (9)$$

$$\varphi(z, \tilde{R}(t) > 1) = \frac{1 - 2\tilde{R}(t)}{2\sqrt{\tilde{R}(t) - 1}} \ln\left(\frac{\sqrt{\tilde{R}(t) - 1} - (1 - \tilde{R}(t))z}{\sqrt{\tilde{R}(t) - 1} + (1 - \tilde{R}(t))z}\right). \quad (10)$$

### Обсуждение результатов

Докритический режим. Рассмотрим распространение импульсов ограниченной интенсивности так, что для любого момента времени справедливо неравенство  $0 \leq \tilde{R}(t) < 1$  и фазовая самомодуляция описывается формулой (9).

В этом случае перетяжка фокусированного пучка может находиться внутри среды. Выполним анализ параметров импульса на оси пучка для двух предельных случаев:  $R_f^2 \ll 1$  — фокусированный пучок и  $R = \infty$  — коллимированный пучок.

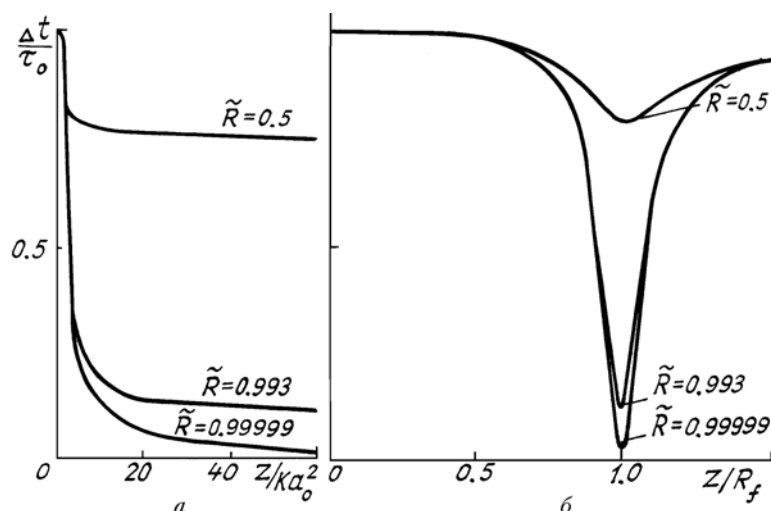


Рис. 1. Длительность импульса  $\Delta t$ , определяемая по уровню  $e^{-1}$  в первоначально коллимированном (а) и фокусированном (б,  $R_f = 0,2$ ) пучках в зависимости от пройденного в среде расстояния

*Длительность импульса.* Из рис. 1 видно, что в коллимированном пучке форма импульса меняется на расстояниях  $z > 1$ , если параметр  $\tilde{R}$  ( $t = 0$ ) не слишком мал. Причем на оси пучка длительность импульса остается неизменной по основанию и уменьшается на полувысоте (рис. 1, а) за счет «подчеркивания» центральных частей импульса.

В фокусированном пучке изменение формы импульса происходит в области линейной перетяжки (рис. 1, б). При этом до фокуса она уменьшается, а затем восстанавливает свое первоначальное значение.

*Фаза.* Фазовая модуляция на больших расстояниях в коллимированном ( $z \gg (1 - \tilde{R})^{-1/2}$ ) и фокусированном ( $z - R_f \gg R_f^2$ ) пучках имеет одинаковый вид. Однако в фокусированном пучке (при неизменной форме импульса) глубина фазовой модуляции в два раза больше, чем в коллимированном. Нелинейный набег фазы  $\varphi_n(t) = \varphi(t) - \varphi(t \rightarrow \infty)$  при небольших параметрах нелинейности повторяет форму входного импульса. С ростом нелинейности зависимость фазы от времени обостряется; в фокусированном пучке ширина функции  $\varphi_n(t)$  становится меньше длительности импульса, а форма отличной от гауссовской (рис. 2).

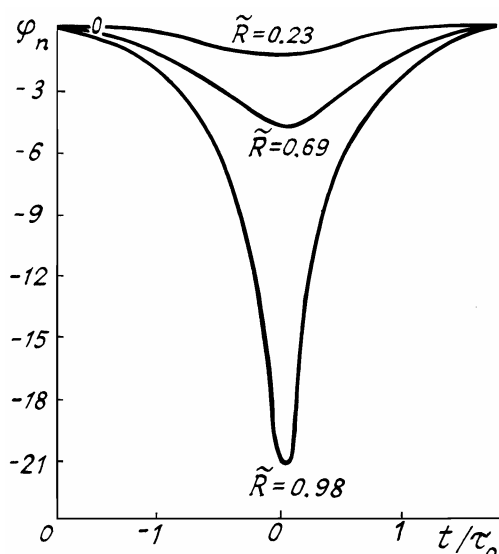


Рис. 2. Нелинейный набег фазы  $\varphi_n$  на оси первоначально фокусированного пучка ( $R_f = 0,333$ ,  $z \gg R_f$ )

*Частотный спектр.* Анализ частотного спектра удобно выполнить в сравнении с обычной (можно пренебречь самосжатием пучка) ФСМ в бездисперсионном режиме (рис. 3). Известно [4], что в этом случае при больших нелинейных набеге фазы глобальный максимум спектральной интенсивности находится на краях спектра.

В зависимости от нелинейного набеге фазы на вершине импульса  $\varphi_{\max}$  можно выделить две характерные области трансформации частотного спектра. В области умеренной нелинейности (условно  $\varphi_{\max} < 4\pi$ ) частотный спектр может испытывать сильное уширение, в нем появляется модуляционная структура. Однако такая трансформация спектра полностью соответствует изменению спектра при обычной ФСМ.

В области сильной нелинейности ( $\varphi_{\max} > 4\pi$ ) существенно меняется характер трансформации спектра: максимум в спектральной интенсивности смещается к центральной частоте (рис. 4) при одновременном уширении спектра. В коллимированном пучке модуляционная структура спектра оказывается сильно уширенной вследствие сокращения - длительности импульса.

**З а к р и т и ч е с к и й р е ж и м .** Будем говорить о закритическом режиме распространения импульса в том случае, когда для некоторого интервала времени справедливо неравенство  $\tilde{R}(t) > 1$ . В этом интервале ФСМ описывается формулой (10), в то время как на фронте и в хвосте импульса — формулой (9). Рассмотрим распространение первоначально коллимированных пучков до точки ближайшего нелинейного фокуса  $z_f$ . Прежде всего проанализируем ФСМ в широких пучках:  $a_0^2 \rightarrow \infty$ , т.е.  $R(t) \rightarrow \infty$  при  $z \rightarrow 0$ . Выражение (10) в этом предельном случае переходит в хорошо известное соотношение для ФСМ плоской волны в бездисперсионном режиме,  $\varphi = -1/2Rz$ , и частотный спектр излучения соответствует обычной фазовой самомодуляции.

Нелинейный набег фазы может быть получен также при небольшом превышении на вершине импульса параметром нелинейности критического значения. При этом существенные значения  $\varphi_{\max}$  достигаются в окрестности нелинейного фокуса  $z_f$ . Расчеты показывают, что для  $\tilde{R}(0) = 1,025$  при

$z/z_f = 0,99999$  нелинейный набег фазы на вершине импульса составляет  $\varphi_{\max} = 7,6\pi$ . При этом частотный спектр, сильно уширенный вследствие сокращения длительности импульса, обладает всеми особенностями спектра при обычной ФСМ, в частности глобальный максимум в спектральной интенсивности находится на краю спектра.

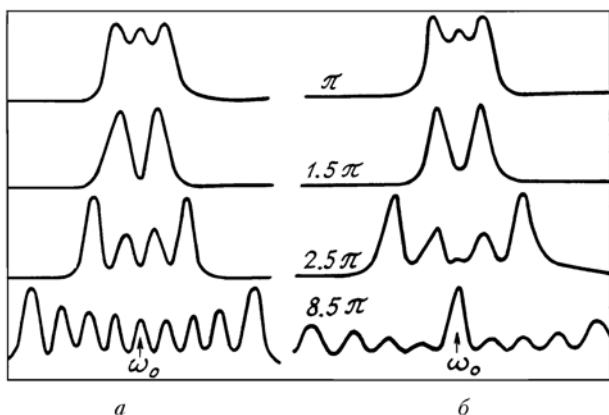


Рис. 3. Частотный спектр при обычной ФСМ (а) и после фокусировки ( $R_f = 0,333$ ) пучка в нелинейной среде (б). Параметр кривых — нелинейный набег фазы на вершине импульса,  $\omega_0$  — несущая частота импульса

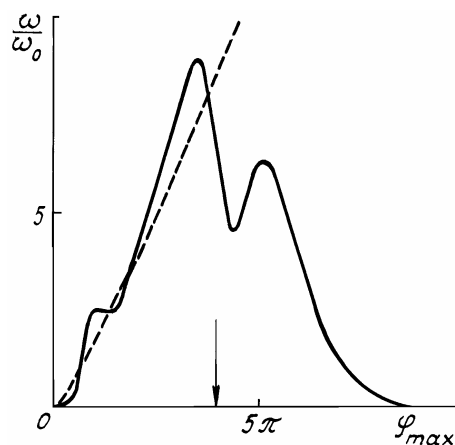


Рис. 4. Положение глобального максимума в частотном спектре импульса после фокусировки пучка в зависимости от нелинейного набег фазы на вершине импульса  $\varphi_{\max}$ . Штриховая линия — то же при обычной ФСМ. Стрелкой обозначена условная граница областей умеренной и сильной нелинейности

### Заключение.

Выполненные расчеты показали, что при фокусировке импульса в однородной среде с кубической нелинейностью частотный спектр в условиях сильной ФСМ в докритическом режиме может приобретать характерную особенность: глобальный максимум находится вблизи несущей частоты излучения. Этот вывод, полученный с использованием безабберационного приближения, должен быть проверен численно. Прямые численные эксперименты были выполнены в области умеренной нелинейности [8], где результаты качественно согласуются с полученными в настоящей статье.

1. Kuhlke D, Herpers U., von der Linde D. //Opt. Comm. 1987. V. 63. № 4. P. 275–277.
2. Ахманов С.А., Гордиенко В.М., Джиджоев М.С. и др. //Квантовая электроника. 1986. Т. 13. № 10. С. 1957–1958.
3. Зуев В.Е. Распространение лазерного излучения в атмосфере. М.: Радио и связь. 1981. 288 с.
4. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988 312 с.
5. Shimizu F. //IBM J. Res. and Dev. 1973. V. 17. № 4. P. 286–289.
6. Manassah J.T., Baldeck P.L., Alfano R.R. //Opt. Lett. 1988. V. 13. № 12. P. 1090–1092.
7. Власов С.Н., Петрищев В.А., Таланов В.И. //Изв. вузов. Радиофизика. 1971. Т. 14. № 9. С. 1351–1363.
8. Шленов С.А. //Известия АН СССР. Сер. Физическая. 1991. Т. 55. № 2. С. 363–367.

Московский госуниверситет им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию  
28 сентября 1991 г.

A.M. Kochetkova, S.A. Shlenov. Transformations of Shape and Spectrum of a Subpicosecond Pulse Focused onto a Homogeneous Kerr Medium.

Influence of the beam self-compression when it is focused onto a homogeneous Kerr medium on time dependent phase self-modulation and frequency spectrum is analytically studied. It is shown that at a strong nonlinearity the frequency spectrum can take a specific feature that the position of the main spectral maximum of the beam intensity shifts towards the carrier frequency of the pulse.