

**И.П. Лукин**

## **РАДИУС КОГЕРЕНТНОСТИ ОПТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА НАКЛОННЫХ ТРАССАХ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ**

Представлены результаты численных расчетов радиуса когерентности плоских и сферических оптических волн, распространяющихся в турбулентной атмосфере по наклонным трассам, для модели высотного хода структурного параметра атмосферной турбулентности, предложенной М.Е. Грачевой и А.С. Гурвичем. Для сферической волны рассмотрены случаи распространения оптического излучения в атмосфере сверху вниз и снизу вверх, для плоской – только сверху вниз.

Радиус когерентности является фундаментальным параметром оптической волны, распространяющейся в случайно-неоднородной среде [1]. От него зависят все основные характеристики оптических систем, работающих в атмосфере, например интегральное разрешение телескопа [2]. В [3] показана определяющая роль этого параметра при анализе эффективности применения адаптивной коррекции изображений объектов, наблюдаемых через турбулентную атмосферу, для улучшения качества изображения в телескопе. Там же отмечается важная роль радиуса когерентности как характеристики изображения в совокупном понятии <астроклимата>. В частности, для адаптивных телескопов с коррекцией случайных наклонов волнового фронта радиус когерентности определяет размер области изопланатизма [3]. В данной статье приведены результаты расчета радиуса когерентности оптических волн на наклонных трассах в турбулентной атмосфере.

Известно [1], что при анализе формирования изображения некогерентного источника, наблюдаемого через случайно-неоднородную среду, вводится понятие оптической передаточной функции (ОПФ). ОПФ – это Фурье-преобразование распределения интенсивности в пространстве изображения оптической системы, создаваемое точечным источником, находящимся в пространстве предмета. В [2] было показано, что оптическая передаточная функция турбулентной атмосферы  $M(\mathbf{p})$  при <очень длинных> выдержках совпадает с функцией взаимной когерентности оптического поля второго порядка, т. е.

$$M(\mathbf{p}) = \Gamma_2(x, \rho, \rho + \mathbf{p}), \quad (1)$$

где  $\Gamma_2(x, \rho_1, \rho_2) = \langle U(x, \rho_1) U^*(x, \rho_2) \rangle$  – функция взаимной когерентности второго порядка оптического поля  $U(x, \rho)$  в точке  $\{x, \rho_1\}$  и  $\{x, \rho_2\}$ ;  $\mathbf{p}$  – пространственный масштаб;  $x$  – продольная, а  $\rho = \{y, z\}$  – поперечная координаты относительно направления распространения оптической волны.

Оптическая волна, излучаемая точечным источником, находящимся внутри слоя случайно-неоднородной среды или вблизи него, является сферической. В том случае когда точечный источник удален на значительное расстояние от слоя случайных неоднородностей (например, наблюдение звезды наземным телескопом), излучаемая волна может рассматриваться как плоская. По этой причине расчеты проведем для двух случаев предельных типов волн: плоской и сферической.

Согласно [4, 5] для атмосферной турбулентности с колмогоровским спектром неоднородностей флуктуаций показателя преломления воздуха, при выполнении условия  $l_0 < p < L_0$  (где  $l_0$  и  $L_0$  – внутренний и внешний масштабы атмосферной турбулентности), оптическая передаточная функция случайно-неоднородной атмосферы (1) может быть представлена следующим образом:

$$M(\mathbf{p}) = M(0) \exp \left\{ - (p/\rho_0)^{5/3} \right\}, \quad (2)$$

где  $M(0)$  – значение оптической передаточной функции турбулентной атмосферы при  $p = 0$ ;  $\rho_c = (1,45 k^2 C_n^2 L)^{-3/5}$  – радиус когерентности оптической волны в турбулентной атмосфере;  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  – длина волны оптического излучения в вакууме;  $L$  – протяженность трассы распространения в слое случайно-неоднородной среды;  $C_n^2 = (1/L) \int_0^L dx C_n^2(h(x)) \phi(x)$  – эффективное значение структурного параметра атмосферной турбулентности;  $C_n^2(h(x))$  – высотный профиль структурной характеристики показателя преломления воздуха в атмосфере;  $h(x) = [x^2 + (R_3 + h_0)^2 + 2x(R_3 + h_0)\cos\theta]^{1/2} - R_3$  – высота текущей точки трассы распространения [5];  $R_3$  – радиус Земли;  $\theta$  – зенитный угол ( $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$ );  $h_0$  – минимальная высота трассы распространения над подстилающей поверхностью;  $\phi(x)$  – пространственная фильтрующая функция, определяющая относительный вклад различных участков трассы распространения в эффективное значение структурного параметра атмосферы. Для плоской волны  $\phi(x) = 1$ . В случае сферической волны  $\phi(x) = (x/L)^{5/3}$ , если источник расположен ниже точки наблюдения, и  $\phi(x) = (1 - x/L)^{5/3}$ , если выше. Высотный профиль структурной характеристики показателя преломления воздуха в атмосфере зададим на основе модели, предложенной в [6]. В модели предусматривается наличие двух предельных зависимостей:

1) при минимальном уровне турбулентности (<наилучшие> условия)

$$\lg(C_n^2(h) - 5,19 \cdot 10^{-16-0,00086h}) = -18,34 + 0,29 \cdot 10^{-3} h - 2,84 \cdot 10^{-8} h^2 + 7,43 \cdot 10^{-13} h^3; \quad (3)$$

2) при максимальном уровне турбулентности (<наихудшие> условия)

$$\lg(C_n^2(h) - 9,5 \cdot 10^{-14-0,00209h}) = -14,39 + 0,17 \cdot 10^{-3} h - 3,48 \cdot 10^{-8} h^2 + 9,59 \cdot 10^{-13} h^3 \quad (4)$$

для  $h \in [10 \text{ м}, 20 \text{ км}]$ . Значения высоты  $h$  в (3), (4) берутся в метрах, тогда  $C_n^2(h)$  имеет размерность в  $\text{м}^{-2/3}$ . Формулы (3), (4) соответствуют модели высотного профиля структурной характеристики показателя преломления воздуха в атмосфере для длины волны  $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ . Для произвольной длины волны оптического излучения в [6] рекомендуется использовать оценку

$$C_n^2(h, \lambda) = a(\lambda) C_n^2(h, \lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}), \quad (5)$$

где  $a(\lambda)$  – мультипликативный фактор, учитывающий спектральную зависимость  $C_n^2(h)$  сразу для всего профиля (предполагается, что зависимость  $a(\lambda)$  от  $h$  имеет меньший порядок малости). В спектральном интервале, который не содержит резонансных частот, с хорошей точностью можно пользоваться формулой Коши [1], т.е. считать, что

$$a(\lambda) = N^2(\lambda) / N^2(\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}), \quad (6)$$

где  $N(\lambda) = A [1 + B(\lambda_0/\lambda)^2]$ ;  $A = 273 \cdot 10^{-6}$ ;  $B = 3 \cdot 10^{10}$ ;  $\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

Таким образом, для расчета радиуса когерентности оптической волны на наклонных трассах необходимо использовать выражения (2)–(6). Анализ этих формул показывает, что радиус когерентности оптической волны  $\rho_c$  зависит от ее начальной геометрии, зенитного угла ( $\theta$ ), протяженности ( $L$ ) и ориентации трассы распространения, уровня турбулентности и параметров  $h_0$ ,  $\lambda$  и  $R_3$ . По условию задачи, как это уже обсуждалось выше, рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся сверху вниз, и сферическую волну для двух вариантов ориентации трассы распространения: сверху вниз и снизу вверх. Протяженность трассы в случае плоской волны равна всему слою атмосферы до приемника оптического излучения. Для сферической волны выберем значения  $L$  в интервале от 100 м до 100 км. Зенитный угол  $\theta$  в обоих случаях будет меняться от  $0^\circ$  (вертикальные трассы) до  $90^\circ$  (горизонтальные). Уровни турбулентности рассмотрим только предельные: максимальный и минимальный, предполагая что таким образом удастся задать границы области изменения значений искомой величины (радиуса когерентности оптического излучения). Минимальная высота трассы распространения  $h_0$  – высота расположения приемника при распространении оптической волны сверху вниз (плоской или сферической) и источника при распространении сферической волны снизу вверх.

Зададим конкретно значения  $h_0$  от 10 м до 10 км. Расчеты проведем для трех длин волн оптического излучения:  $\lambda_1 = 0,5$  (область максимальной чувствительности глаза),  $\lambda_2 = 1,06$  и  $\lambda_3 = 10,6$  мкм (длины волн наиболее часто применяемых лазеров ИК-диапазона) для сферической волны, и для одной длины волны  $\lambda_1 = 0,5$  мкм в случае плоской. В качестве значения радиуса Земли  $R_3$  возьмем его среднее значение, равное 6370 км.

Сначала рассмотрим распространение плоской волны в турбулентной атмосфере (соответствует наблюдению звезды телескопом наземного базирования), когда из (2) можно получить для радиуса когерентности следующую формулу:

$$\rho_{c,p} = [1,45 k^2 \int_0^\infty dx C_n^2(h(x))]^{-3/5}. \quad (7)$$

На рис. 1 представлены результаты расчета радиуса когерентности плоской волны по формуле (7) как функции зенитного угла  $\theta$  при различных значениях высоты приемника над подстилающей поверхностью  $h_0$ . Здесь  $h_0 = 10$  м; 1, 5 и 10 км. Сплошными линиями представлены результаты для <наихудших> условий (максимальный уровень турбулентности), штриховыми – для <наилучших> (минимальный уровень турбулентности). Как видно из рис. 1, зависимость  $\rho_{c,p}$  от зенитного угла  $\theta$  монотонна, причем большие изменения величины радиуса когерентности наблюдаются при углах  $\theta$  больше  $80^\circ$ . С увеличением высоты расположения приемника происходит уменьшение слоя случайно-неоднородной среды, что приводит к увеличению радиуса когерентности оптической волны. Увеличение радиуса когерентности плоской волны происходит на порядок при увеличении высоты  $h_0$  с 10 м до 10 км, т.е. можно говорить о том, что основное влияние на  $\rho_{c,p}$  оказывают случайные неоднородности, находящиеся у поверхности Земли в слое толщиной  $\approx 3 - 5$  км.

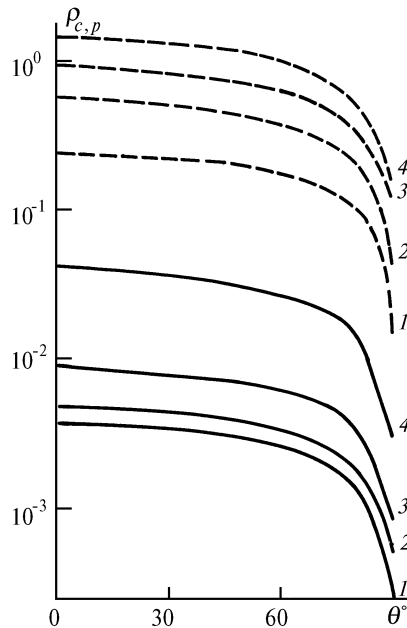


Рис. 1. Радиус когерентности плоской волны в турбулентной атмосфере на наклонной трассе при различных значениях высоты точки наблюдения  $h_0$ : кривая 1 –  $h_0 = 10$  м; 2 –  $h_0 = 1$  км; 3 –  $h_0 = 5$  км; 4 –  $h_0 = 10$  км. Сплошные линии – <наихудшие> условия распространения, штриховые – <наилучшие>

Результаты вычисления радиуса когерентности сферической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере на наклонных трассах, представлены на рис. 2 – 5. Сплошными линиями, так же как и для случая плоской волны, представлены результаты для <наихудших> условий распространения оптического излучения, штриховыми – для <наилучших>. На каждом из рис. 2 – 5 даны три значения радиуса когерентности  $\rho_{c,s}$ , соответственно для  $\lambda_1 = 0,5$ ,

$\lambda_2 = 1,06$  и  $\lambda_3 = 10,6$  мкм. Случаю расположения источника ниже точки наблюдения соответствует рис. 2, 4, обратному – рис. 3, 5.

На рис. 2 – 3 представлено поведение радиуса когерентности  $\rho_{c,s}$  от длины трассы распространения  $L$  при разных значениях зенитного угла  $\theta$ : кривая 1 –  $\theta=0^\circ$ ; 2 –  $\theta=60^\circ$ ; 3 –  $\theta=80^\circ$ ; 4 –  $\theta=90^\circ$ . Здесь  $h_0=10$  м, причем для случая, представленного на рис. 2,  $h_0$  – высота расположения источника оптического излучения, а на рис. 3 – высота точки наблюдения.

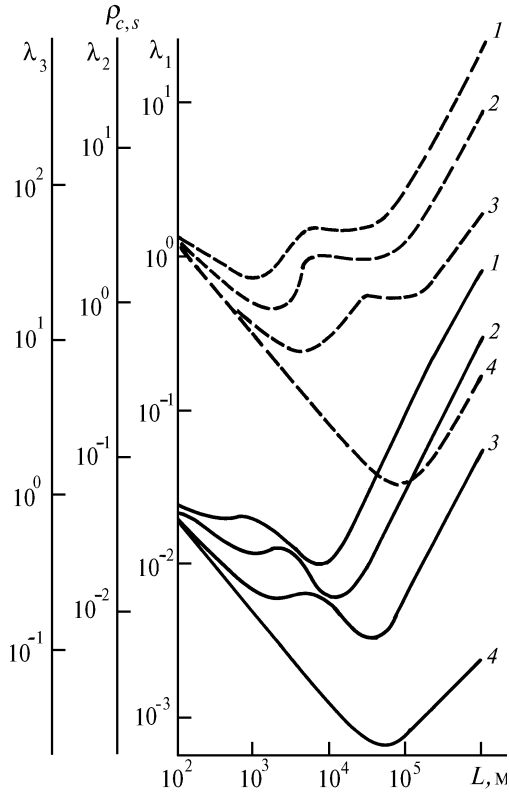


Рис. 2. Радиус когерентности сферической волны в турбулентной атмосфере на наклонной трассе при разных значениях зенитного угла  $\theta$ : кривая 1 –  $\theta=0^\circ$ ; 2 –  $\theta=60^\circ$ ; 3 –  $\theta=80^\circ$ ; 4 –  $\theta=90^\circ$ . Сплошные линии – <наихудшие> условия распространения, штриховые – <наилучшие>. Источник излучения расположен ниже точки наблюдения

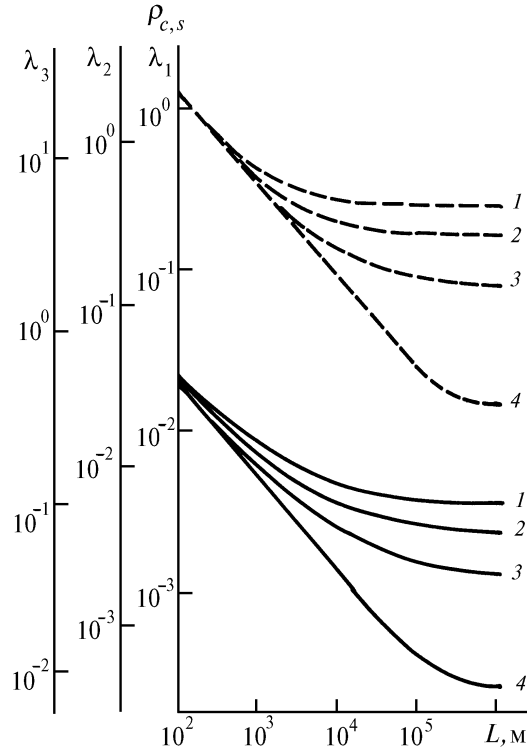


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но источник излучения расположен выше точки наблюдения

На рис. 4, 5 представлены значения  $\rho_{c,s}$ , рассчитанные для  $\theta=0^\circ$  (вертикальные трассы) при различной высоте расположения источника (рис. 4) или точки наблюдения (рис. 5) относительно подстилающей поверхности Земли: кривая 1 –  $h_0=10$  м; 2 –  $h_0=1$  км; 3 –  $h_0=5$  км; 4 –  $h_0=10$  км.

Анализ данных, приведенных на рис. 2, показывает, что для  $\lambda = 10,6$  мкм при расположении источника на поверхности Земли  $\rho_{c,s}$  приблизительно равно  $1 \div 20$  м при  $L = 100$  м;  $\sim 20$  см  $\div 10$  м при  $L = 1$  км и  $\sim 10$  см  $\div 5$  м при  $L = 5$  км. Нетрудно заметить, что уменьшение длины волны оптического излучения приводит к уменьшению радиуса когерентности. С увеличением высоты расположения источника над поверхностью Земли значения  $\rho_{c,s}$  возрастают (рис. 4). Аналогичный эффект наблюдается и в том случае, когда источник выше точки наблюдения (рис. 5).

В схеме с верхним расположением источника излучения (рис. 3, 5) зависимость радиуса когерентности сферической волны  $\rho_{c,s}$  от длины трассы распространения  $L$  монотонна, с ростом  $L$  значение  $\rho_{c,s}$  уменьшается. Причем зависимость имеет тенденцию к насыщению. Так, при  $\theta = 0^\circ$  (вертикальные трассы) оно наступает для  $L \geq 2 \cdot 10^4$  м, в то время как при  $\theta = 90^\circ$

(горизонтальные трассы) – для  $L \approx 10^6$  м. В схеме с нижним расположением источника излучения сферической волны зависимость  $\rho_{c,s}$  от  $L$  имеет один или два минимума (рис. 2, 4). Глобальный минимум в «наихудших» условиях для  $\theta = 0^\circ$  находится при  $L \approx 6 \cdot 10^3$  м, а для  $\theta = 90^\circ$  – при  $L \approx 5 \cdot 10^4$  м (рис. 2).

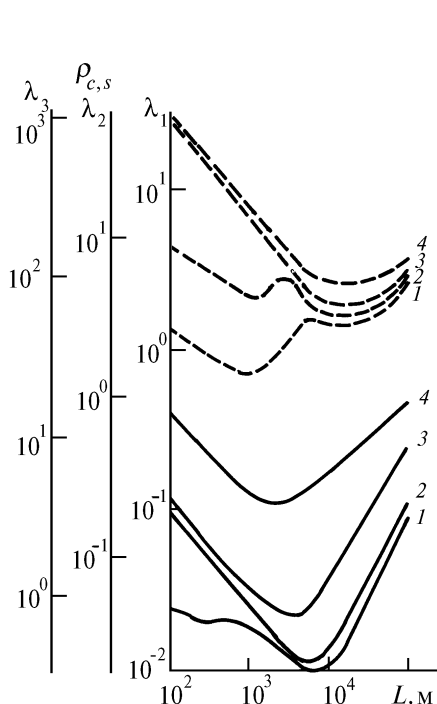


Рис. 4. Радиус когерентности сферической волны в турбулентной атмосфере на вертикальной трассе ( $\theta = 0^\circ$ ) при разных значениях  $h_0$ : кривая 1 –  $h_0 = 10$  м; 2 –  $h_0 = 1$  км; 3 –  $h_0 = 5$  км; 4 –  $h_0 = 10$  км. Сплошные линии – «наихудшие» условия распространения, штриховые – «наилучшие». Источник расположен ниже точки наблюдения,  $h_0$  – высота источника над подстилающей поверхностью

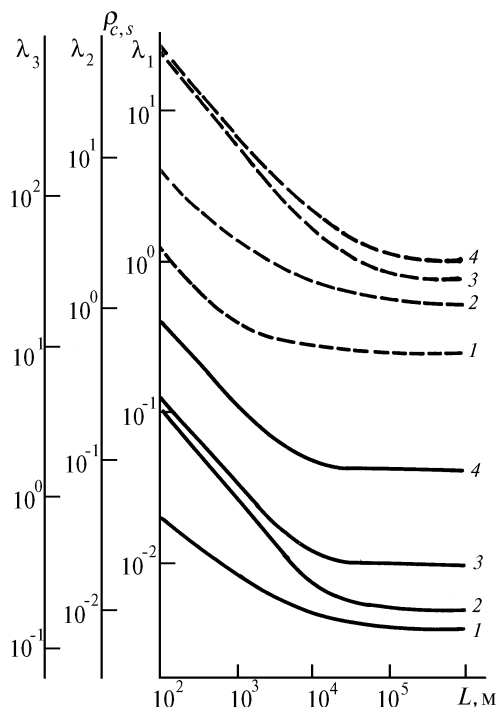


Рис. 5. То же, что и на рис. 4, но источник излучения расположен выше точки наблюдения, а  $h_0$  – высота точки наблюдения над подстилающей поверхностью

Наличие этого минимума обусловлено тем, что увеличение длины трассы распространения с одной стороны, приводит к уменьшению радиуса когерентности из-за увеличения оптической толщи турбулентной атмосферы. С другой стороны, наличие фильтрующей функции  $\phi(x) = (x/L)^{5/3}$  уменьшает вклад приземных слоев, где уровень турбулентности максимальный, в значение радиуса когерентности оптической волны. Наличие двух противоположных тенденций приводит к тому, что зависимость  $\rho_{c,s}$  от  $L$  не монотонна. Так как профили  $C_n^2(h)$  (3), (4) имеют разные законы спада с изменением высоты, то соответственно минимумы на кривых  $\rho_{c,s}(L)$  находятся при разных значениях  $L$ . Наличие второго (локального) минимума объясняется изменениями скорости спада  $C_n^2(h)$  с ростом высоты в моделях (3), (4).

В заключение отметим, что, используя формулу (6) и результаты, представленные на рис. 1 – 5, можно получить оценку радиуса когерентности оптического излучения для произвольной длины волны.

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
2. Fried D. L. // J. Opt. Soc. Amer. 1966. V. 56. №10. P. 1372.
3. Лукин В. П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 248 с.
4. Бельский М. С., Лукин В. П., Мионов В. Л., Покасов В. В. Когерентность лазерного излучения в атмосфере. Новосибирск: Наука, 1985. 176 с.
5. Мионов В. Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1981. 248 с.
6. Грачева М. Е., Гурвич А. С. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО, 1980, Т. 16, №10. С. 1107.

**I . P . L u k i n . Coherence Radius of Optical Wave at Slant Paths in Turbulent Atmosphere.**

The results of numerical calculations of coherence radius of plane and spherical waves propagating along slant paths in the turbulent atmosphere are presented for the model by M. E. Gracheva and A. S. Gurvich of height variations of atmospheric turbulence structural parameter. In the case of spherical wave the optical radiation distribution in the atmosphere from top down and from the bottom upwards and in the case of plane wave-from top down-are treated in the papers.