

С.А. Солдатенко, О.М. Соболевский

## РЕГИОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА КОНСЕРВАТИВНЫХ ПРИМЕСЕЙ В АТМОСФЕРЕ

Дано детальное описание математической модели переноса загрязнений в атмосфере в региональном масштабе. Основу модели составляет уравнение переноса консервативных примесей в турбулентной среде. Рассмотрены схемы параметризации влажного вымывания, седиментации и самоиндуцируемого вертикального подъема. Модель реализована численно на основе метода расщепления по физическим процессам. На этапе адвекции используется схема, не увеличивающая полную вариацию. Качество модели позволяет использовать ее в задачах региональной экологии.

Математические модели, описывающие распространение газовых и аэрозольных примесей в атмосфере, нашли широкое применение при решении задач физики атмосферы, охраны окружающей природной среды, прогнозирования уровня загрязнения атмосферного воздуха. Основу этих моделей, как правило, составляет полуэмпирическое уравнение турбулентной диффузии. Подавляющее большинство математических моделей переноса примесей суть модели кинематические, поскольку составляющие вектора скорости ветра и другие метеорологические характеристики, являющиеся параметрами моделей переноса, определяются либо по данным измерений, либо вычисляются посредством атмосферной прогностической модели. В связи с тем, что основное количество антропогенных примесей сосредоточено в нижнем двухкилометровом слое атмосферы, математические модели воздушного переноса примесей строятся, как правило, применительно к пограничному слою атмосферы. Однако если в атмосферу выбрасываются аэрозоли, которые интенсивно поглощают коротковолновую солнечную радиацию (дым, пыль, сажа), математические модели переноса должны описывать физические процессы, протекающие во всей толще тропосферы и нижней стратосферы. Это обусловлено тем, что сильнопоглощающий аэрозоль имеет тенденцию к самоиндуцируемому вертикальному подъему [1].

В данной статье описана трехмерная нестационарная региональная модель переноса примесей в атмосфере, представляющая собой один из блоков эколого-экономической модели региона. Примеси предполагаются многокомпонентными и химически пассивными.

**Постановка задачи.** Процессы распространения загрязняющих веществ в атмосфере описываются уравнением переноса с учетом турбулентного обмена, седиментации, влажного вымывания, обменных процессов между атмосферой и подстилающей поверхностью

$$\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} + \mathbf{U} \operatorname{grad} \mathbf{c} - \operatorname{div}_s (\mu \operatorname{grad}_s \mathbf{c}) - \frac{\partial}{\partial p} g^2 \rho^2 v \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial p} + \frac{1}{\Gamma} (\mathbf{I}_c + \mathbf{I}_c^*) = \mathbf{f}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{c} = \{c_i (i = \overline{1, N})\}$  – вектор удельных концентраций примеси;  $c_i$  – удельная концентрация одной из компонент;  $\mathbf{U} = (u, v, \omega)$  – вектор скорости ветра в системе координат  $(x, y, p)$ ;  $\mu, v$  – коэффициенты турбулентности по горизонтали и вертикали;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\rho$  – плотность воздуха;  $\mathbf{I}_c, \mathbf{I}_c^*$  – вектор-функции, учитывающие производство и сток аэрозолей за счет трансформационных процессов;  $\mathbf{f}$  – вектор-функция источника. Индексом  $s$  отмечены операторы градиента и дивергенции в горизонтальных направлениях.

Составляющие вектора скорости, коэффициенты турбулентного обмена, плотность воздуха относятся к числу входных параметров модели. Они или задаются на основе данных измерений, или рассчитываются с помощью какой-либо прогностической модели.

Верхней границей модели переноса для подавляющего большинства естественных и антропогенных аэрозолей можно считать тропопаузу – мощный задерживающий слой, и тогда соответствующее краевое условие записывается в виде [2]:

$$g \rho v \left. \frac{\partial c_i}{\partial p} \right|_{p=p_T} = k_{ci} (c_i \Big|_{p=p_T} - c_i^*), \quad i = \overline{1, N}, \quad (2)$$

где  $k_{ci} (i = \overline{1, N})$  – коэффициенты обмена;  $c_i^*$  – концентрация примеси  $i$ -й компоненты в стратосфере;  $p_T$  – изобарический уровень, условно принимаемый за уровень тропопаузы.

Выражение (2) в силу малости конвективного потока воздуха в окрестности тропопаузы является достаточно хорошим приближением для потока примесей в стратосферу.

Взаимодействие атмосферы с подстилающей поверхностью в формализованном виде можно описать формулой [3]:

$$g \rho v \left. \frac{\partial c_i}{\partial p} \right|_{p=p_s} = k_{si} (c_{si} - c_i \Big|_{p=p_s}) + Q_{si}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

где  $c_{si}$  – концентрация  $i$ -й примеси над подстилающей поверхностью, которая обеспечивает равновесное состояние в обменном процессе подстилающая поверхность – атмосфера;  $c_i \Big|_{p=p_s}$  – концентрация  $i$ -й примеси в воздухе над подстилающей поверхностью;  $k_{si}$  – коэффициенты обмена, зависящие от типа почвы, растительного покрова и от температуры;  $Q_{si}$  – источник  $i$ -й примеси на подстилающей поверхности.

Начальные условия для получения однозначного решения уравнения (1) формализуем следующим образом:

$$\mathbf{c}(x, y, p, 0) = \mathbf{c}_0(x, y, p), \quad (4)$$

где  $\mathbf{c}_0$  – заданная вектор-функция.

**Метод решения.** Уравнение переноса примеси (1) с заданными краевыми (2), (3) и начальными (4) условиями может быть решено с помощью численных методов, если заданы составляющие вектора скорости ветра, коэффициенты турбулентного обмена, стоки и источники аэрозоля.

Задача переноса примесей в атмосфере относится к классу задач, связанных с решением уравнений гиперболического типа, решение которых в определенный момент времени становится разрывным (либо решение гладкое, но имеет большие пространственные градиенты). Для решения уравнений, описывающих эволюцию положительных функций, используются так называемые монотонные численные схемы [4]. Однако монотонных схем с порядком аппроксимации по пространству выше первого не существует. Поэтому такие схемы обладают большой диффузией, профили искомых функций сильно размываются и точные решения могут быть получены лишь на чрезвычайно мелких сетках.

Повышение точности без потери строгого теоретического обоснования может быть достигнуто посредством замены условия сохранения монотонности условием неувеличения полной вариации [5]. Полная вариация численного решения, обозначаемая  $TV(c^n)$ , определяется следующим образом:

$$TV(c^n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} |c_{i+1}^n - c_i^n|, \quad (5)$$

где  $n$  – номер шага по времени;  $i$  – номер сеточного узла.

Поэтому численная схема будет  $TVD$ -схемой (схемой, не увеличивающей полную вариацию – *Total Variation Diminishing*), если

$$TV(c^{n+1}) \leq TV(c^n). \quad (6)$$

Схемы *TVD* не приводят к образованию нефизических осцилляций и с их помощью удается получить второй (и более) порядок точности в областях гладкого изменения решения.

Для одномерного уравнения

$$\partial c / \partial t + u (\partial c / \partial x) = 0$$

схема *TVD* может иметь следующий вид:

$$c_i^{n+1} = c_i^n - u \frac{\Delta t}{\Delta x} (c_i^n - c_{i-1}^n) - (f_{i+1/2}^n - f_{i-1/2}^n), \quad (7)$$

где  $f_{i+1/2}^n = \varphi(r_i) \left(u \frac{\Delta t}{2 \Delta x}\right) (1 - u \frac{\Delta t}{\Delta x}) (c_{i+1}^n - c_i^n)$  и аналогичному выражению равно  $f_{i-1/2}^n$ . Функция  $\varphi(r_i)$  называется ограничителем, и ее параметр  $r_i$  определяется отношением градиентов:

$$r_i = (c_i - c_{i-1}) / (c_{i+1} - c_i).$$

Ограничитель  $\varphi(r_i)$  выбирается таким образом, чтобы схема (7) удовлетворяла условиям (6). В [6] предложен следующий вид ограничителя:

$$\varphi(r) = \begin{cases} \min(2, r) & \text{при } r > 1, \\ \min(2r, 1) & \text{при } 0 < r \leq 1, \\ 0 & \text{при } r \leq 0. \end{cases} \quad (8)$$

Схема (7) является одношаговой (в отличие, например, от схем с коррекцией потоков), при этом функция-ограничитель имеет достаточно простую структуру, что обеспечивает экономичность численной схемы.

Уравнение (1) решается методом расщепления по физическим процессам. На первом этапе выполняется решение уравнения адвекции, на втором – уравнение турбулентной диффузии и на третьем этапе – уравнение, описывающее трансформационные процессы.

На этапе адвекции используется численная схема *TVD*, а на этапе турбулентного обмена – неявная схема.

Численная модель реализована на сетке, имеющей размеры по горизонтали 40×40 с шагом 100 км. По вертикали шаг сетки переменный: от 150 м в пограничном слое, до 500 м в свободной атмосфере.

Гидрометеорологический режим может быть получен либо по фактической информации из существующих банков данных, либо с помощью численной прогностической региональной модели атмосферы.

**Параметризация самоиндуцируемого вертикального подъема аэрозоля.** Известно, что аэрозоль, сильно поглощающий солнечную радиацию (дым, пыль, сажа), способен к самоиндуцируемому вертикальному подъему [1]. Оценить величину скорости вертикального самоиндуцируемого подъема, а значит, параметрически учесть этот механизм в модели можно путем рассмотрения стационарного процесса, связанного с объемным горизонтально-неоднородным тепловыделением во вращающейся стратифицированной среде. Ограничиваясь приближениями Буссинеска и гидростатики, систему уравнений гидродинамики, неразрывности и притока тепла запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \left( v \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \Delta \right) u + lv; & \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= \left( v \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \Delta \right) u - lv; \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} &= g\alpha^* \theta; & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0; & \Gamma w &= \left( v \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \Delta \right) \theta + Q, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $l$  – кориолисов параметр;  $\alpha^*$  – коэффициент теплового расширения;  $\theta$  – возмущение потенциальной температуры;  $\Phi = p'/\bar{p}$  – отношение возмущения давления к фоновой плотности;  $\Gamma$  – отличие градиента потенциальной температуры от равновесного;  $Q$  – заданная интенсивность тепловыделения.

Система уравнений (9) рассматривается внутри неограниченного по горизонтали слоя атмосферы  $0 < z < H$ , равномерно заполненного сильнопоглощающим солнечную радиацию аэрозолем.

Пусть оптическая плотность замутненного воздуха и высота Солнца позволяют источник тепла аппроксимировать выражением

$$Q = Q_0 \sin \frac{\pi}{H} z, \quad (10)$$

где  $Q_0$  – максимальное значение интенсивности тепловыделения при  $z = H/2$ . Заметим, что вид аппроксимирующего выражения на конечном результате не сказывается.

Рассмотрим один из предельных случаев, когда тепловыделение достаточно медленно изменяется по горизонтали, так что роль горизонтального турбулентного обмена оказывается существенной лишь вблизи боковых границ аэрозольного облака. Тогда исходная система уравнений принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + l v, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y} = v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - l v, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} = g \alpha^* \theta, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \quad \Gamma w = v \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + Q. \end{aligned} \quad (11)$$

Сформулируем краевые условия для решения системы уравнений (11). На нижней границе ( $z = 0$ ) все составляющие скорости обращаются в нуль, а температура считается фиксированной:  $\theta|_{z=0} = 0$ . На верхней границе ( $z = H$ ) горизонтальные составляющие скорости ограни-

чены, а отношение потенциальной температуры аппроксимируется выражением  $\left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{z=H} = q \theta$

( $q \geq 0$  – размерный параметр).

Как уже отмечалось, задача состоит в отыскании вертикальной скорости, которая может быть найдена в результате решения уравнения неразрывности:

$$w(z) = - \int_0^z \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz'. \quad (12)$$

При условии  $v = \text{const}$  первые два уравнения системы (11) позволяют получить экмановское решение:

$$\begin{aligned} u(z) = - \frac{1}{l} \frac{\partial \Phi}{\partial y} (1 - e^{-az} \cos az) - \frac{1}{l} \frac{\partial \Phi}{\partial x} e^{-az} \sin az; \\ v(z) = - \frac{1}{l} \frac{\partial \Phi}{\partial x} (1 - e^{-az} \cos az) - \frac{1}{l} \frac{\partial \Phi}{\partial y} e^{-az} \sin az, \end{aligned} \quad (13)$$

где параметр  $a = (f/2v)^{1/2}$ . С учетом соотношений (13) выражение (12) принимает вид

$$w(z) = \frac{1}{l} \int_0^z \Delta \Phi e^{-az'} \sin az' dz' \approx \frac{1}{l} \sqrt{\frac{v}{2l}} \Delta \Phi_0. \quad (14)$$

Здесь  $\Phi_0$  – значение функции  $\Phi$  при  $z = 0$ . Для того чтобы получить аналитическое выражение, которое в явном виде учитывает зависимость вертикальной скорости от интенсивности тепловыделения, проделаем следующие операции. Проинтегрируем по высоте уравнения притока тепла. С учетом краевых условий получим

$$\theta(z) = \frac{\Gamma w}{2\nu} z^2 - \frac{Q_0 H}{\pi \nu} \left( z - \frac{H}{\pi} \sin \frac{\pi z}{H} \right) + \frac{(1 - qH/2)(2Q_0 H/\pi - \Gamma H w)}{\nu(1 - qH)} z. \quad (15)$$

Результат интегрирования уравнения статики по высоте с учетом соотношения (15) имеет вид

$$\Phi(z) = \Phi_H - \frac{g\alpha^* \Gamma w}{6\nu} (H^3 - z^3) + \frac{g\alpha^* Q_0 H}{2\nu \pi} - \frac{(1 - qH/2)(2Q_0 H/\pi - \Gamma H w)}{1 - qH} (H^2 - z^2) + g\alpha^* \frac{Q_0 H^3}{\pi^3 \nu} (1 - \cos \frac{\pi z}{H}), \quad (16)$$

где  $\Phi_H$  – значение функции  $\Phi$  при  $z = H$ .

Введем следующие обозначения:

$$L_* = NH \left[ \frac{DH}{2\nu} \left( \frac{1 - qH/2}{1 - qH} - \frac{1}{3} \right) \right]^{1/2}, R_* = NH \left[ \frac{DH}{\pi \nu} \left( \frac{1 - qH/2}{1 - qH} - \frac{1}{2} \right) \right]^{1/2}, N = (\alpha^* g \Gamma)^{1/2}, D = \frac{1}{l} (\nu/2 l)^{1/2},$$

$$A = (L_*/R_*)^2.$$

Применяя к уравнению (10) оператор Лапласа и подставляя полученное выражение в (16), будем иметь следующее уравнение Гельмгольца для определения вертикальной скорости:

$$[\Delta(Q_0/A\Gamma) - w] - [(Q_0/A\Gamma - w)/L_*^2] = Q_0/(A\Gamma L_*^2) \quad (17)$$

Это уравнение получено при условии  $\Delta\Phi_H = 0$ , в частности, при постоянстве давления на верхнем уровне  $z = H$ . Заметим, что если возмущение давления при  $z = H$  отсутствует, тогда в гидростатической атмосфере (а именно такая модель нами рассматривается) изменение давления на нижней границе будет определяться нагреванием столба атмосферы, заключенного уровнями  $z = 0$  и  $z = H$ , т.е. источником тепла  $Q_0$ .

Решение уравнения (11) выражается через функцию Грина, которая в данном случае является цилиндрической функцией Макдональда  $K_0$ :

$$w = \frac{Q_0}{A\Gamma} - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q_0}{A\Gamma L_*^2} K_0 \left[ \frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{L_*^2} \right] dx dy. \quad (18)$$

Величина  $L_*$  имеет смысл характерного горизонтального масштаба и для случая  $q \approx 0$  (турбулентный поток тепла на верхней границе рассматриваемого слоя достаточно мал)

$$L_* = NH \left( \frac{DH}{3\nu} \right) \approx 150 \text{ км.}$$

При этом принято  $\alpha^* = 3 \cdot 10^{-3}$  град $^{-1}$ ;  $H = 10^3$  м;  $\Gamma = 3 \cdot 10^{-3}$  град/м;  $l = 10^{-4}$  с $^{-1}$ ;  $\nu = 1$  м $^2$ /с. Тогда частота Брента-Вейсяля  $N = 10^{-2}$  с $^{-1}$ , а параметр  $A \approx 2,1$ . Если задача двумерна ( $\partial/\partial x \approx 0$ ) и тепловыделение локализовано в области  $|y| \leq y_0$ , то

$$w = \frac{Q_0}{A\Gamma} \begin{cases} \exp(-y_0/L_*) \operatorname{ch}(y/L_*) & \text{при } |y| < y_0, \\ \exp(-|y_0|/L_*) \operatorname{sh}(y/L_*) & > |y| > y_0. \end{cases} \quad (19)$$

С помощью формул (19) можно оценить величину вертикальной скорости, обусловленной источником  $Q_0$ . В частности, если  $y_0 \ll L_*$  (дымовое облако имеет вид шлейфа), то

$$w \approx \frac{Q_0}{A\Gamma} \begin{cases} 1 & \text{при } |y| < y_0, \\ -\frac{y_0}{L_*} \exp(-\frac{y_0}{L_*}) & > |y| > y_0. \end{cases} \quad (20)$$

Пусть поток солнечного излучения  $I_0$ , падающий на аэрозольное облако, составляет 340 Вт/м<sup>2</sup> и полностью поглощается аэрозолем. Тогда  $Q_0 \approx I_0/(\rho c_p H) \approx 0,26 \cdot 10^{-3}$  град/с. При  $|y| < y_0$  получаем оценку  $w \approx 4$  см/с.

Поскольку с течением времени происходит уменьшение оптической толщины дымового облака, будет происходить и уменьшение количества поглощенной солнечной радиации, а значит, и уменьшение вертикальной скорости, с которой мелкодисперсная фракция дымового облака поднимается вверх.

**Учет полидисперсности аэрозоля.** Для учета полидисперсности аэрозоля распределение его частиц по размерам разбивается на отдельные фракции, в каждой из которых частицы считаются монодисперсными, и уравнение переноса аэрозоля интегрируется численно для каждой фракции.

Масса частиц  $m(r_p, r_{i+1})$ , радиусы которых принадлежат интервалу  $r_a \in [r_p, r_{i+1}]$ , определяется следующим образом. Для интегральной массы  $M_n$  справедлива формула [7]:

$$M_n = \frac{4}{3} \pi \rho_a N \int_0^{\infty} r_a^3 f(r_a) dr_a = \frac{4}{3} \pi \rho_a N r_0^3 \exp(9 \sigma_a^2/2), \quad (21)$$

где  $\rho_a$  – плотность дымовых частиц аэрозоля;  $N$  – число частиц аэрозоля;  $f(r_a)$  – функция распределения частиц аэрозоля по размерам (эта функция описывается логнормальным законом [7]);  $r_0$  – среднее геометрическое радиусов частиц;  $\sigma_a^2$  – дисперсия логарифма  $r_a$ .

В свою очередь, для массы  $m(r_p, r_{i+1})$  можно записать выражения:

$$m(r_p, r_{i+1}) = \frac{4}{3} \pi \rho_a n(r_p, r_{i+1}) \int_{r_i}^{r_{i+1}} r_a^3 f(r_a) dr_a, \quad (22)$$

где  $n(r_p, r_{i+1})$  – число частиц дыма, радиусы которых заключены в интервале  $r_a \in [r_p, r_{i+1}]$ .

Из сопоставления (21) и (22) следует, что

$$m(r_p, r_{i+1}) = \frac{M_n}{r_0^3 \exp(9\sigma_a^2/2)} \int_{r_i}^{r_{i+1}} f(r) dr \int_{r_i}^{r_{i+1}} r^3 f(r) dr. \quad (23)$$

Таким образом, чтобы определить массу частиц аэрозоля, радиусы которых принадлежат интервалу от  $r_i$  до  $r_{i+1}$ , необходимо задать интегральную массу  $M_n$  и параметры его микроструктуры – модальный радиус  $r_m$  и дисперсию  $\sigma_a^2$ , поскольку  $r_0 = r_m \exp(\sigma_a^2)$  [7].

**Параметризация вымывания.** Концентрация аэрозоля в атмосфере существенно изменяется под влиянием естественных облаков, туманов и осадков. При этом важную роль играют микрофизические характеристики и количество облачности, интенсивность осадков, состав и морфология аэрозольных частиц, а также динамические факторы. Интенсивность вымывания опосредованно зависит и от высоты нахождения аэрозоля в атмосфере (верхняя тропосфера значительно более сухая, чем нижняя). Заметим, что минимум вымывания приходится на так называемый разрыв Гринфилда ( $0,1 \leq r_a \leq 1,0$  мкм). Этот минимум связан с тем, что здесь влияние броуновской диффузии на осаждение частиц уже достаточно мало, а влияние зацеп-

ления еще недостаточно эффективно. Именно поэтому частицы аэрозолей, размеры которых попадают в разрыв Гринфилда, имеют наибольшее время жизни в атмосфере.

При решении задач математического моделирования аэрозольных образований целесообразно использовать подход, основанный на изучении двухкомпонентных стохастических систем, состоящих из облачных (дождевых) частиц и аэрозолей. В этом случае возможно решение задачи о коагуляции в соответствии с [8]:

$$dn_i/dt = -K(r_i, R_k) n_i N_k, \quad (24)$$

где  $n_i N_k$  – соответственно число частиц примеси и капель (дождя, облака, тумана) радиусом  $r_i$  и  $R_k$  в единице объема;  $K(r_i, R_k)$  – коэффициент пропорциональности, который выражается через коэффициент захвата [7].

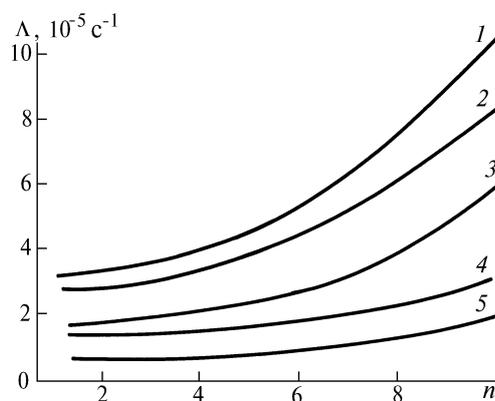
Интегрирование уравнения (24) при условии, что  $N_k$  постоянно, позволяет найти общий закон уменьшения концентрации частиц аэрозоля во времени:

$$n_i(t) = n_i(0) \exp[-K(r_i, R_k) N_k t]. \quad (25)$$

Отсюда постоянная удаления частиц аэрозоля за счет вымывания определяется выражением

$$\Lambda_i = K(r_i, R_k) N_k.$$

Проблема параметризации вымывания, таким образом, сводится к определению постоянной вымывания  $\Lambda_i$ . В результате обработки статистического материала нами построены зависимости постоянной вымывания от балла облачности для различных изобарических уровней (рисунок). Эти зависимости используются в процессе численного моделирования эволюции аэрозольных образований в атмосфере.



Зависимость коэффициента вымывания от балла облачности на различных изобарических уровнях. Не в разрыве Гринфилда: кривые 1, 2, 4 при  $p = 850, 700$  и  $500$  гПа соответственно, и в разрыве: кривые 3 при  $p = 850$  и  $700$  гПа, 5 –  $500$  гПа

**Параметризация седиментации.** Действующая на аэрозольные частицы сила тяжести вызывает их осаждение со скоростью, зависящей, в первую очередь, от плотности и размеров частиц. При расчете скорости седиментации частиц, имеющих сферическую форму, используются следующие соотношения. Если частицы имеют диаметр более 150 мкм, то их осаждение описывается формулой Ньютона:

$$w_s = 174 \left( g \frac{\rho_a - \rho}{\rho} d_a \right)^{1/2}, \quad (26)$$

где  $w_s$  – скорость падения частицы, имеющей плотность  $\rho_a$ .

В том случае когда размер аэрозольных частиц принадлежит интервалу от 3 до 150 мкм, скорость  $w_s$  оценивается по известной формуле Стокса:

$$w_s = \frac{g(\rho_a - \rho)}{18 \eta} d_a^2, \quad (27)$$

где  $\eta$  – коэффициент молекулярной вязкости.

Для мелких частиц ( $d_a < 3$  мкм) формула Стокса уточняется за счет безразмерного коэффициента Куннингема:

$$w_s = w'_s [1 - a(\lambda_m/d_a)], \quad (28)$$

где  $w'_s$  – стоксова скорость падения;  $\lambda_m$  – длина свободного пробега молекул воздуха;  $a \in [1,3; 2,3]$  – константа.

Соотношения (26) – (28) позволяют рассчитать сток массы аэрозоля из аэрозольных облаков под действием силы тяжести.

**Заключение.** В настоящей статье рассмотрена региональная модель переноса загрязнений в атмосфере, алгоритмически оформленная в виде самостоятельного отдельного блока. Апробация модели осуществлялась на примере решения задачи о распространении в атмосфере дымовых облаков [9]. Возможности и качество модели позволяют использовать ее в задачах региональной экологии.

1. Будыко М.И., Голицын Г.С., Израэль Ю.А. Глобальные климатические катастрофы. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 158 с.
2. Newell R.F. // J. Geophys. Res. 1977. V. 82. P. 1449–1450.
3. Broecker W.S., Peng T.H. // Tellus. 1974. V. 26. P. 21–35.
4. Дымников В.П. Моделирование динамики влажной атмосферы. М.: Изд. ОВМ АН СССР, 1984. 76 с.
5. Harten A. // J. Comput. Phys. 1983. V. 49. N 3. P. 357–394.
6. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2. М.: Мир, 1991. 552 с.
7. Матвеев Л.Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1965. 869 с.
8. Стыро Б.И. Самоочищение атмосферы от радиоактивных загрязнений. Л.: Гидрометеиздат, 1968. 288 с.
9. Солдатенко С.А. // Изв. РАН. Сер. Физика атмосферы и океана. 1992. Т. 28. N 2. С. 104 – 115.

Военная инженерно-космическая академия им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург

Поступила в редакцию  
15 ноября 1994 г.

S.A. Soldatenko, O.M. Sobolevskii. **Regional Model of Conservative Contaminants Transportation in the Atmosphere.**

This paper presents a detailed description of a mathematical model of air pollutions transport in the atmosphere on a regional scale. This model is based on the equation of a conservative contaminants transportation in a turbulent medium. Schemes of parametrization of the processes of humid washing, sedimentation, and self-induced ascent of the contaminants are analyzed in this paper. The model has been operated numerically using the technique of separation of the physical processes. For describing the advection stage, a scheme that doesn't increase the total variation was used by us. The quality of the proposed model is quite adequate for its use in the problems on regional ecology.