# РАССЕЯНИЕ И ПЕРЕНОС ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

# Д.Н. Ромашов, Р.Ф. Рахимов

УДК 551.510.42

285

# ВЛИЯНИЕ ОРИЕНТИРОВАННОСТИ ВЫТЯНУТЫХ ЛЕДЯНЫХ ЧАСТИЦ ОТНОСИТЕЛЬНО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ СВЕТОРАССЕЯНИЯ

Анализируется влияние фактора преимущественной ориентации осесимметричных вытянутых частиц (ОВЧ) относительно горизонтальной плоскости на формирование матрицы рассеяния света (МРС). На основе анализа соотношений между элементами МРС показана возможность диагностики угла и степени преимущественной ориентации ОВЧ.

#### 1. Метод расчета

Исследование закономерностей светорассеяния несферическими частицами представляют интерес не только для специалистов по теории переноса излучения в атмосфере, но и актуальны в целях совершенствования методов оптического мониторинга атмосферы, в частности, при поляризационном зондировании облаков смешанного состава.

Наиболее распространенной формой ледяных частиц в облаках смешанного состава являются гексагональные кристаллы как столбчатой, так и пластинчатой формы с размерами от нескольких до сотен микрон. Как известно [1], их ориентация при оседании в спокойной атмосфере зависит от формы частицы и значения числа Рейнольдса Re = l u/v, где l – характерный размер частицы, u – скорость ее оседания, v – кинематическая вязкость среды. В частности, при оседании частицы с  $\text{Re} \le 0,1$  сохраняют то положение, при котором начинали свое движение. С увеличением Re частицы начинают ориентироваться таким образом, чтобы их сопротивление движению было максимальным.

Так, например, согласно данным [2] для кристаллов пластинчатой и столбчатой форм наблюдается строгая ориентация при  $\text{Re} \leq 100$ , а заметные колебания при свободном падении можно ожидать лишь для очень больших кристаллов с Re > 100. Но атмосфера – далеко не стабильная система, и ясно, что интенсивное турбулентное перемешивание может приводить к колебаниям осей кристаллов даже при небольших числах Рейнольдса. Вопрос о роли турбулизированных воздушных потоков в формировании состояния ориентированности частиц является малоизученным.

Данная статья посвящена анализу влияния величины угла отклонения оси столбчатых частиц от горизонтальной плоскости на элементы матрицы рассеяния света (MPC).

Необходимо отметить, что для ансамбля произвольно ориентированных гексагональных ледяных кристаллов в общем случае требуется проводить усреднение характеристик светорассеяния отдельной частицы и по совокупности ориентаций, определяемых вращением столбика вокруг его главной оси. Ясно, что при равномерном распределении имеющиеся особенности светорассеяния, обусловленные тонкой геометрической структурой кристалла (наличием граней), существенно сглаживаются, что позволяет их интерпретировать как круговые цилиндры конечной длины (КЦКД).

Приближенное решение задачи рассеяния электромагнитных волн на однородном круговом цилиндре конечной длины в терминах амплитудных функций дано в [1]. В теории рассеянное поле выражается в системе координатх' y' z' (рис. 1), связанной с цилиндром, у которого ось симметрии совпадает с осью z', а волновой вектор  $\mathbf{k}^{(i)}$  падающего излучения лежит в плоскости x'z' и составляет угол  $\beta$  с осью z'. Вектор  $\mathbf{k}^{(s)}$  рассеянного поля имеет произвольное направление, задаваемое полярными углами  $\theta'$ ,  $\phi'$ . Тогда в этой системе координат выражение для амплитудных функций записывается в виде



Рис. 1. Геометрия рассеяния произвольно ориентированного кругового цилиндра

$$S_{i}(\varphi',\,\theta',\,\beta,\,r,\,l) = \frac{k\,l}{\pi} E\left[-\frac{k\,l}{2}\left(\cos\,\theta' - \cos\,\beta\right)\right] T_{i}(\varphi',\,\beta,\,r),\tag{1}$$

где  $T_i(\phi', \beta, r)$  – элементы амплитудной матрицы для бесконечного цилиндра [3], i = 1, 2, 3, 4; $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число; l – длина цилиндра; r – радиус цилиндра;  $E(x) = \sin(x)/x$  – функция Котельникова. Элементы матрицы рассеяния F<sub>ii</sub> выражаются через амплитудные функции S<sub>i</sub> стандартным образом (i, j = 1, 2, 3, 4) [4].

Для того чтобы вычислить суммарную МРС на ансамбле случайно ориентированных цилиндрических частиц, удобно ввести другую систему координат x y z, у которой ось z совпадает с  $\mathbf{k}^{(i)}$ . Ориентация цилиндра, т.е. направление его оси симметрии, задается полярными углами ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) в системе координат *x y z*. Состояние поляризации падающего света будем задавать относительно плоскости  $\phi = \phi_0$ .

Тогда согласно [5] (МРС) одного произвольно ориентированного цилиндра в системе координат *x y z* относительно плоскости  $\phi = \phi_0$  будет иметь вид

$$\mathbf{Z}(\theta, \phi_0, \alpha, \beta, r, l) = \mathbf{L}(\pi - \gamma) \mathbf{F}(\theta', \phi', r, l) \mathbf{L}(-\gamma),$$
(2)

где  $L(-\gamma)$  – матрица преобразования параметров Стокса при вращении плоскости референции на угол к по часовой стрелке, если смотреть вдоль направления распространения волны:

$$\mathbf{L}(-\gamma) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos 2\gamma & -\sin 2\gamma & 0\\ 0 & \sin 2\gamma & \cos 2\gamma & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
(3)

 $\mathbf{F}(\theta', \phi', r, l)$  – матрица преобразования параметров Стокса в системе координат x'y'z'.

Для данной ориентации ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) цилиндра углы  $\theta'$ ,  $\phi'$ ,  $\beta$  в уравнении (2) могут быть выражены через углы  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\alpha - \varphi_0$ :

(4)

 $\cos \theta' = \cos \theta \cos \beta + \sin \theta \sin \beta \cos (\alpha - \phi_0);$ 

$$\cos \varphi' = [\cos \theta \sin \beta - \sin \theta \cos \beta \cos (\alpha - \varphi_0)] / \pm \sin \theta';$$

 $\cos \gamma = [\cos \beta \sin \theta - \sin \beta \cos \theta \cos (\alpha - \phi_0)] / \pm \sin \theta',$ 

где в последних двух случаях знак плюс берется при  $0 < \alpha - \phi_0 < \pi$ , а минус – при  $\pi < \alpha - \phi_0 < 2\pi$ .

Рассмотрим МРС для полидисперсного ансамбля цилиндров, равномерно ориентированных по углу  $\alpha$  и симметрично ориентированных относительно оси *z* по углу  $\beta$ . В этом случае рассеянное поле не зависит от азимутального угла фо. Поэтому мы можем выбрать плоскость х z в качестве плоскости рассеяния. Параметры Стокса для рассеянного излучения от всех случайно ориентированных частиц представляют сумму параметров Стокса от каждой части-

цы. Поэтому усредненная MPC  $\overline{\mathbf{F}}(\theta)$  для случая произвольно ориентированных частиц может быть получена интегрированием элементов МРС по всем ориентациям и размерам: 286

Ромашов Д.Н., Рахимов Р.Ф.

$$\overline{\mathbf{F}}(\theta) = \frac{1}{4\pi} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} \int_{l_1}^{l_2} \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{Z}(\theta, 0, \alpha, \beta, r, l) g(\beta) n(r, l) \sin \beta \, d\beta \, d\alpha \, dr \, dl,$$
(5)

где  $g(\beta)$  и n(r, l) – функции плотности распределения цилиндров по углу  $\beta$  и размерам.

Ввиду перечисленных выше условий ориентированности частиц по углам α и β, а также с

учетом того, что цилиндрические частицы имеют плоскость зеркальной симметрии, MPC  $F(\theta)$  является функцией только угла рассеяния  $\theta$  и состоит из шести независимых элементов.

$$\overline{\mathbf{F}}(\theta) = \begin{pmatrix} \overline{f}_{11} & \overline{f}_{12} & 0 & 0\\ \overline{f}_{12} & \overline{f}_{22} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \overline{f}_{33} & -\overline{f}_{43}\\ 0 & 0 & \overline{f}_{43} & \overline{f}_{44} \end{pmatrix}.$$
(6)

Этот характерный вид матрицы использовался нами для проверки точности интегрирования (5). Исходя из того, что цилиндр имеет плоскость симметрии, перпендикулярную его оси, интегрирование по углу  $\alpha$  в (5) можно брать в пределах от 0 до  $\pi$ .

Для дальнейшего анализа полученных результатов удобно использовать нормированную MPC.

$$\mathbf{P}(\theta) = \frac{4\pi}{k^2 \, \overline{C}_s} \,\overline{\mathbf{F}}(\theta),\tag{7}$$

где  $\overline{C}_s$  –усредненное по ансамблю сечение рассеяния; k – волновое число.

#### 2. Результаты расчетов

Вычисления значений элементов MPC (5) проводились по схеме, изложенной в [6], т.е. с использованием метода Монте-Карло. Сходимость интеграла оценивалась на основе численных оценок и проверки свойства (6). Распределение по радиусу поперечного сечения моделировалось логнормальным со среднегеометрическими радиусами  $r_m = 1$  (рис. 2), 5 мкм (рис. 3) и стандартным отклонением  $\sigma = 0.5$ .

Длина цилиндра вычислялась по формуле[1]

$$l = A (2 r)^{\epsilon}, \tag{8}$$

где A = 2,07;  $\varepsilon = 1,079$ . Распределение по углу  $\alpha$  моделировалось равномерным. Распределение же по углу  $\beta$ , характеризующее разброс осей цилиндрических частиц от горизонтальной плоскости, моделировалось равномерным в интервале  $\pi/2 - \Delta \beta < \beta < \pi/2 + \Delta \beta$ . Для обоих характерных размеров было рассмотрено пять типов ориентаций по углу  $\beta$ :  $\Delta \beta$  равно 0 (кривая *I*), 3° (*2*), 10° (*3*), 20° (*4*), при равномерном  $\beta$  (кривая *5*). Все расчеты выполнены для длины волны падающего излучения  $\lambda = 1,06$  и показателя преломления для льда [7]  $n = 1,299 - i \cdot 10^{-6}$ .

Анализ углового поведения элементов МРС проведем одновременно в зависимости как от состояния ориентированности ансамбля КЦКД, так и от характерного размера входящих в него частиц. Основное внимание уделим сравнению хода кривых 1 и 5, соответствующих ансамблям горизонтально и равномерно ориентированных частиц (ГОЧ, РОЧ).

а) Элемент  $P_{11}$  представляет нормированную фазовую функцию. Как видно на рис. 2,*a* и 3,*a*, для аналогичных состояний ориентированности  $P_{11}$  ведет себя одинаковым образом для обоих рассматриваемых характерных размеров. Таким образом, определяющим для него является состояние ориентированности. При углах рассеяния  $\theta < 120^\circ$  рассеяние на РОЧ силь-

нее, чем на ГОЧ. При  $\theta > 120^{\circ}$  наоборот, причем обратное рассеяние на ГОЧ в 50–100 раз сильнее, чем на РОЧ. Отметим, что в случае РОЧ  $P_{11}$  имеет довольно плоское угловое распределение с небольшим возрастанием при приближении к 180°.



Рис. 2. Угловая зависимость нормированных элементов матрицы рассеяния для ансамблей круговых цилиндров с  $r_m = 1$  мкм и различной степенью ориентированности их осей относительно горизонтальной плоскости

б) Величина  $p = P_{12}/P_{11}$ , определяющая степень линейной поляризации для однократно рассеянного неполяризованного падающего света, для ГОЧ с  $r_m = 1$  мкм (кривая *l*, рис. 2, $\delta$ ) характеризуется ярко выраженным пиком вблизи угла рассеяния  $\theta = 150^{\circ}$ , а с  $r_m = 5$  мкм (кривая *l*, рис. 3, $\delta$ ) около  $\theta = 140^{\circ}$ , причем в последнем случае пик является более узким. Для ГОЧ независимо от характерного размера значение *p* в основном больше нуля. Для РОЧ с  $r_m = 1$  мкм (кривая

Ромашов Д.Н., Рахимов Р.Ф.

5, рис. 2,6) и  $r_m = 5$  мкм (кривая 5, рис. 3,6) p принимает как положительные, так и отрицательные значения и имеет также положительные пики вблизи тех же углов, что и для ГОЧ, но в два раза меньшие. Колебания p около нулевого значения при  $r_m = 5$  мкм более частые, чем при  $r_m = 1$  мкм.

в) Угловое поведение приведенного элемента  $P_{43}/P_{11}$  МРС для ГОЧ с  $r_m = 1$  и 5 мкм (рис. 2,6 и 3,6) характеризуется наличием ярко выраженного отрицательного минимума около  $\theta = 130^{\circ}$ . Для РОЧ значения  $P_{43}/P_{11}$  с  $r_m = 1$  и 5 мкм в меньшей степени отклоняются от нуля и имеют менее ярко выраженные отрицательные минимумы, чем для ГОЧ. При  $r_m = 5$  мкм следует отметить очень частые осцилляции этого элемента в интервале  $160^{\circ} < \theta < 180^{\circ}$ .



Рис. 3. То же, что и на рис. 2, при  $r_m = 5$  мкм

Влияние ориентированности вытянутых ледяных частиц

289

г) Величина  $\Delta = (1 - P_{22}/P_{11})$  представляет отношение деполяризации для полной интенсивности и, поскольку для однородных сфер  $\Delta = 0$ , является мерой несферичности частиц. Угловое поведение элемента  $P_{22}/P_{11}$  является наиболее чувствительным к состоянию ориентированности ансамбля частиц и слабо зависит от характерного размера частиц, за исключением углов, близких к 180°. Для ГОЧ с  $r_m = 1$  мкм (кривая *1*, рис. 2,*г*) значения этого элемента близки к единице при  $\theta < 170^\circ$ , в то время как для РОЧ (кривая *5*, рис. 2,*г*) они существенно отличаются от единицы на этом же интервале. На отрезке  $170 \le \theta \le 180^\circ$  значения  $P_{22}/P_{11}$  для обоих типов ориентаций практически совпадают и при этом существенно отличаются от единицы. Аналогичные рассуждения можно привести для обоих состояний ориентаций с  $r_m = 5$  мкм, только интервал совпадения в этом случае более узкий, чем при  $r_m = 1$  мкм, а значения элемента в меньшей степени отличаются от единицы. Таким образом, можно сделать вывод о том, что деполяризация рассеянного под углом  $\theta = 180^\circ$  света не зависит от состояния ориентации ансамбля частиц и уменьшается с ростом характерного размера частиц.

д) Угловое поведение элемента  $P_{33}/P_{11}$  (рис. 2, $\partial$ , 3, $\partial$ ) также является достаточно чувствительным к состоянию ориентации ансамбля частиц. Для ГОЧ с  $r_m = 1$  и 5 мкм значения этого элемента близки к единице, как это и наблюдается для случая сферических частиц, в то время как для РОЧ они существенно отличаются от единицы. Как и для  $P_{22}/P_{11}$ , здесь имеется интервал вблизи 180°, на котором значения элемента  $P_{33}/P_{11}$  для обоих состояний ориентаций совпадают, только при  $r_m = 5$  мкм он значительно уже, чем при  $r_m = 1$  мкм.

е) Угловое поведение элемента  $P_{44}/P_{11}$  (рис. 2,е и 3,е) обнаруживает слабую зависимость от состояния ориентации ансамбля частиц.

Таким образом, даже при нормально падающем (относительно горизонтальной плоскости) излучении имеется существенное различие в оптических характеристиках рассеяния на горизонтально ориентированных и равномерно ориентированных цилиндрических частицах. Особенно ярко эти различия проявляются вблизи углов рассеяния  $\theta = 90$  и 140°. Так, при рассеянии на РОЧ падающее поляризованное излучение испытывает существенно большую деполяризацию, чем на ГОЧ. В свою очередь, при рассеянии на ГОЧ, во-первых, наблюдается резкое увеличение значений фазовой функции для  $\theta = 180^\circ$ , во-вторых, происходит поляризация неполяризованного падающего излучения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-05-9376).

- 2. Zikmunda J., Vali G. //J. Atm. Sci. 1972. V. 29. N. 7. P. 1334–1347.
- 3. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир. 1986. 662 с.
- 4. В а н $\,$ де $\,$  Хюлст $\,$  Г. Рассеяние света малыми частицами. М.: ИЛ, 1961. 536 с.
- 5. A s a n o S., S a t o M. // Appl. Opt. 1980. V. 19. N. 6. P. 962–974.
- 6. Рахимов Р. Ф., Ромашов Д. Н. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. N. 7.С. 686-690.
- 7. Warren S. G. // J. Appl. Opt. 1984. V.23. N. 8. P. 1206–1225.

Институт оптики атмосферы СО РАН, Томск

Поступила в редакцию 2 ноября 1993 г.

 $D.N.\ Romashov,\ R.F.\ Rakhimov.\ Influence\ of\ Orientation\ of\ Elongated\ Ice\ Particles\ with\ Respect\ to\ a\ Horizontal\ Plane\ on\ Their\ Light\ Scattering\ Properties.$ 

In this paper we analyse the influence of preferred orientation of axially symmetric elongated particles (ASEP) with respect to a horizontal plane on the formation of scattering phase matricies (SPM) of the ensemble. Analysis of the relationships between the elements of a SPM allowed us to reveal a possibility of determining the angle and the degree of preferred orientation of the ensemble of ASEP.

<sup>1.</sup> Волковицкий О.Н., Павлов Л.Н., Петрушин А.Г. Оптические свойства кристаллических облаков. Л.: Гидрометеоиздат, 1984. 200 с.