

## ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧКИ ОПТИКИ АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

УДК 681.742 : 621.373

**В.Н. Ситников, Л.К. Чистякова**

### **ТОМОГРАФИЧЕСКОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ**

Приводится томографический алгоритм восстановления профиля оптического излучения по данным линейных болометрических измерителей энергии. Алгоритм основан на использовании дискретного преобразования Фурье (ДПФ). При восстановлении значений ДПФ для проведения линейной интерполяции применялся растр в виде концентрических квадратов, что существенно уменьшает ошибки восстановления и снижает объем вычислений. Методом компьютерного эксперимента проведены оценки точности метода и определено оптимальное число проекций. Алгоритм применялся для восстановления функции распределения интенсивности в реальных экспериментах. Результаты сравнивались с прямыми измерениями.

Показано, что предложенный алгоритм позволяет быстрее восстанавливать пространственно-энергетическую структуру оптического импульса, не уступая в точности восстановления другим алгоритмам для данных, полученных при уровне шумов до 20%.

Применение лазерной техники при решении задач атмосферной оптики обусловило необходимость измерений распределения энергии излучения по сечению пучка в различных участках трассы его распространения, так как искажения волнового фронта пучка определяются оптическими и метеорологическими параметрами атмосферы. Оперативные данные об энергетических профилях излучения могут быть также использованы в системах адаптивной коррекции искажений, возникающих при распространении лазерных пучков в приземной атмосфере.

Для измерения интенсивности излучения по сечению пучка последнее время стали находить применение томографические методы [1–5], использующие при получении проекций, необходимых для восстановления распределения, как контактные методы измерений, связанные с введением в пучек матричных или болометрических приемников [1, 2], так и дистанционные, в которых регистрируются эффекты, сопровождающие прохождение лазерного излучения в атмосфере, например, рассеяние на аэрозолях [3, 4], звуковые волны [5].

Следует отметить, что несмотря на особенности, присущие разным методам регистрации проекций, все они на этапе восстановления изображения в основном применяют либо методы, использующие прямое и обратное преобразование Фурье, либо итерационные методы.

Достоинства алгоритма Фурье обусловлены прежде всего возможностью использования широко известной схемы быстрого преобразования Фурье, которая легко может быть реализована в аналоговом виде. Кроме того, алгоритм позволяет эффективно использовать априорную информацию, касающуюся симметрии объекта, это является немаловажным, учитывая тот фактор, что распределение интенсивности в поперечных сечениях для различных лазерных пучков принадлежит к классу целых функций конечной степени или экспоненциального типа [6, 7].

Томографические алгоритмы, в которых в отличие от Фурье-метода все операции по восстановлению структуры исследуемого объекта производятся непосредственно в пространстве сигналов (итерационные методы [8, 9], методы с использованием инверсии Радона [10]), также не лишены достоинств и позволяют добиться хорошего качества восстановления в условиях ограниченного числа исходных проекций, хотя и требуют повышенных затрат машинного времени.

Конкретный выбор алгоритма реконструкции изображения определяется как требованиями к самому методу (быстродействию, разрешающей способности, количеству необходимых проекций и т.п.), так и к способам их экспериментальной реализации, в том числе к типам применяемых регистрирующих элементов.

В данной статье приводится алгоритм томографического восстановления изображения лазерного пучка в поперечном сечении для болометрических измерителей излучения, приемные элементы которых представляют собой параллельно расположенные проволоочки с сопротивлением, изменяющимся пропорционально величине поглощенной ими энергии в определенном диапазоне интенсивностей излучения.

Впервые такая задача решалась в [1], где автор применил метод восстановления, использующий прямое и обратное преобразование Фурье. Алгоритм показал хорошие результаты лишь для данных, получаемых с шумами, близкими к 0, в то время как уровень шумов приемных элементов болометров может достигать 10–20%. Применение алгоритма, реализующего обратное преобразование Радона с аппроксимацией проекций сглаживающими сплайнами [11], позволяет добиться результатов восстановления с ошибкой 20–30% при уровне шумов до 5%. Использование в этом же алгоритме полиномов третьей степени для аппроксимации дискретных рядов получаемых проекций приводит к восстановлению изображения с такой же точностью при уровне шумов, достигающих 20%.

В общем виде задача восстановления неизвестной функции  $X(u_1, u_2)$ , задающей структуру объекта, облучаемого при помощи коллимированного источника, описывается следующим образом. Имеется заданный континуум проекций объекта для различных углов  $\theta$  в диапазоне  $0 \leq \theta \leq \pi$ . Проекции для заданного  $\theta$  можно получить путем размещения источника излучения к исследуемому объекту под этим углом либо поворотом объекта относительно излучения на  $\theta$ . Если взять ортогональную систему  $(u_1, u_2)$ , направить источник излучения перпендикулярно линии, составляющей угол  $\theta$  с осью  $u_1$ , и определить новую систему координат  $(\hat{u}_1, \hat{u}_2)$ , повернутую относительно первоначальной:

$$\begin{aligned}\hat{u}_1 &= u_1 \cos\theta + u_2 \sin\theta, \\ \hat{u}_2 &= -u_1 \sin\theta + u_2 \cos\theta,\end{aligned}\tag{1}$$

то проекция функции  $X(\hat{u}_1, \hat{u}_2)$  на ось  $u_1$  под углом  $\theta$  определяется выражением

$$P_\theta(\hat{u}_1) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\hat{u}_1 \cos\theta - u_2 \sin\theta, u_1 \sin\theta + u_2 \cos\theta) d\hat{u}_2.\tag{2}$$

Оно соответствует семейству линейных интегралов, взятых вдоль ряда линий, параллельных пучку и друг другу. Задача восстановления сводится к решению конечного числа уравнений вида (2) при различных значениях угла  $\theta$  для получения оценки  $X(u_1, u_2)$ . Многомерное дискретное преобразование Фурье является одновременно точным представлением преобразования Фурье для последовательности конечной протяженности, а также разложением в ряд Фурье многомерной периодической последовательности. Из этой двойственности природы преобразования вытекают многие важные свойства дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Одно из них выражено в теореме о проекционном срезе, согласно которой, если искомая функция  $X(u_1, u_2)$  имеет спектр Фурье  $X(\omega_1, \omega_2)$ , то существует одномерный спектр Фурье функции  $P_{x_\theta}(u_1)$ , причем спектр Фурье проекции, полученной под углом  $\theta$ , является сечением двумерного преобразования Фурье  $X(u_1, u_2)$ . Из теоремы следует, что значения нескольких проекций объекта обеспечивают значения преобразования Фурье вдоль выбранных радиальных линий в плоскости Фурье. Таким образом, задача восстановления оценки  $X(u_1, u_2)$  эквивалентна задаче интерполяции преобразования Фурье в целом на основе этих радиальных сечений.

В соответствии с приведенными выше соображениями построим алгоритм восстановления распределения интенсивности излучения в поперечном сечении пучка для заданной плоскости измерений. Зададим распределение энергии в плоскости измерений двумерной  $P(x, y)$ , тогда сигнал, измеряемый каждым болометрическим датчиком, можно сопоставить с интегралом от этой функции. Определим ось распространения оптического излучения как  $OZ$  в системе координат  $(X, Y, Z)$ , связанной с источником излучения. Тогда совокупность измеряемых болометрами решетки сигналов будет определять проекцию функции  $P(x, y)$  на ось  $OY$  под углом  $\theta$ , относительно оси  $OZ$ . А расположенные в плоскости измерений  $Z = Z'$   $M$  решеток, соответственно ориентированные по углам  $\theta_j = \pi j/M$ , где  $j = 0, 1, \dots, M-1$ , будут определять  $M$  дискретных аналогов проекции функции  $P(x, y)$  на ось  $OY$ . По этим проекциям восстановим непосредственно функцию  $P(x, y)$ .

Ориентацию решеток в пространстве будем задавать при помощи системы координат  $\{X_j, Y_j, Z_j\}$ . Тогда проекция  $P(x, y)$  на ось  $OY_j$  согласно (2) будет определяться выражением:

$$A Y_j(X_j) = \gamma \int_{-\infty}^{\infty} P [X(X_j, Y_j), Y(X_j, Y_j)] d Y_j, \quad (3)$$

где  $j$  – коэффициент пропорциональности;  $A Y_j(x_j)$  – функция непрерывной переменной  $x_j$ .

В качестве  $A Y_j(X_j)$  имеем их дискретные аналоги – последовательности сигналов всех болометров каждой решетки. Выполним дискретное преобразование Фурье для каждой последовательности, определяемое выражением

$$G(\omega_j^k) = \frac{1}{N} \sum_{i=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} A(X_j^i) \exp \left[ -i \frac{2\pi k i}{N} \right], \quad (4)$$

где  $N$  – число болометрических приемников одной решетки,  $(N-1)/2 \leq k \leq (N-1)/2$  и  $0 \leq j \leq M$ .

Полученные в результате преобразования (4) значения ДПФ можно рассматривать как отсчеты преобразования Фурье по регулярному полярному растру, показанному на рис. 1. Так как  $P(x, y)$  имеет конечную область  $R$  и обладает ограниченным частотным диапазоном, она может быть представлена  $(N \times N)$  точечным дискретным преобразованием Фурье.

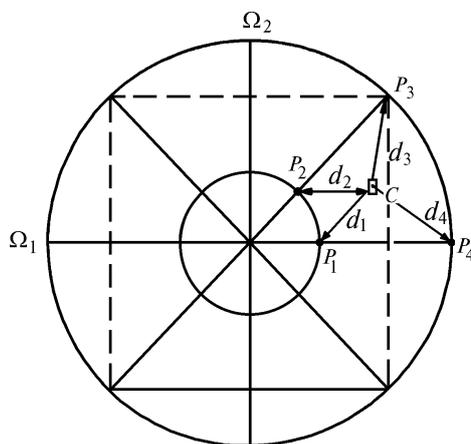


Рис. 1. Иллюстрация интерполяции значений Фурье-образа искомого распределения в узлы декартовой сетки:  $C$  – отсчет декартовой сетки;  $P_1, P_2, P_3, P_4$  – ближайшие к  $C$  отсчеты полярного раstra;  $d_1, d_2, d_3, d_4$  – расстояние от  $C$  до  $P_1, P_2, P_3, P_4$  соответственно

Для восстановления  $(N \times N)$  значений ДПФ в отличие от применяемого в [1] метода линейной интерполяции для полярного раstra по двум ближайшим к декартову отсчету значениям полярных координат, определяемых окружностями меньшего и большего радиусов, в данном алгоритме при проведении интерполяции предлагается применение раstra в виде концентрических квадратов. Такой растр можно получить изменением частоты дискретизации в зависимости от угла  $\theta$ . Шаг между отсчетами определяется следующей формулой:

$$h = 1 / \max(|\cos\theta|, |\sin\theta|). \quad (5)$$

В этом случае каждый отсчет ДПФ вычисляется как взвешенное среднее значение четырех ближайших полярных выборок, вес которых меняется обратно пропорционально евклидову расстоянию между точками (см. рис. 1):

$$c = p_1 d_1 + p_2 d_2 + p_3 d_3 + p_4 d_4, \quad (6)$$

где  $d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = 1$ .

При таком растре интерполяция производится по строкам и столбцам прямоугольной решетки ДПФ и является, таким образом, одномерной. Это не только снижает объем вычислений, но и существенно уменьшает ошибки восстановления искомой функции [13]. Значения неизвестной функции  $P(x, y)$  определяется из ее спектра Фурье  $P(\omega_1, \omega_2)$  с помощью обратного преобразования Фурье

$$P(X, Y) = \sum_{\omega_1, \omega_2=-(N-1)/2}^{\omega_1, \omega_2=(N-1)/2} G(\omega_1, \omega_2) \exp \left[ i \frac{2\pi}{N} (\omega_1 X + \omega_2 Y) \right]. \quad (7)$$

Описанный алгоритм применялся для восстановления функции распределения интенсивности по экспериментальным данным, полученным в результате измерений в плоскости сечения пучка шестью болометрическими решетками, состоящими из 64-х приемных элементов каждая. Решетки размещались в плоскости, перпендикулярной направлению распространения пучка, а приемные элементы были ориентированы на углы  $\theta_j = \pi j/6$ , где  $j = 1, \dots, 5$ , относительно оси распространения излучения. Распределения интегральных значений энергии по болометрам для каждой решетки показаны на рис. 2, а на рис. 3, а приведен график восстановленной двумерной функции. В пределах ошибки прямых измерений распределения энергии о достоверности восстановления формы исследуемого сигнала можно судить по степени почернения фотоматериала, находившегося во время проведения эксперимента практически в одной плоскости с болометрическими измерителями. Контур потемнения показан на рис. 3, б. Из сравнения рис. 3, а и б видно, что если взять горизонтальную проекцию восстановленного в пространстве оптического пучка, то ее контур хорошо согласуется с контуром теплового ожога, полученного материалом, находившимся в плоскости измерений. Это же можно сказать и об общих размерах сравниваемых профилей относительно осей  $X, Y$  и об их деталях.

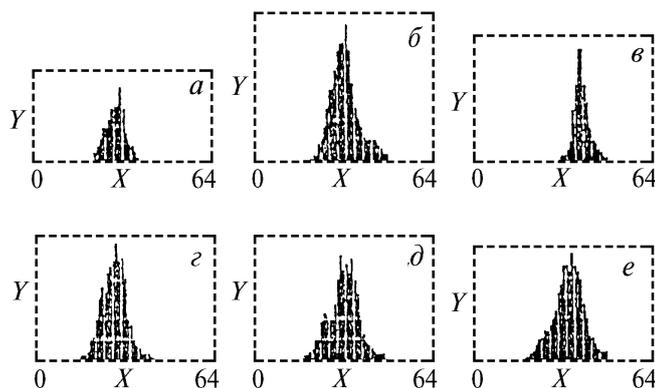


Рис. 2. Исходные графики дискретных аналогов проекций восстанавливаемой функции для углов:  $a - \theta = 0^\circ$ ,  $b - 30^\circ$ ;  $c - 60^\circ$ ;  $d - 120^\circ$ ;  $e - 150^\circ$

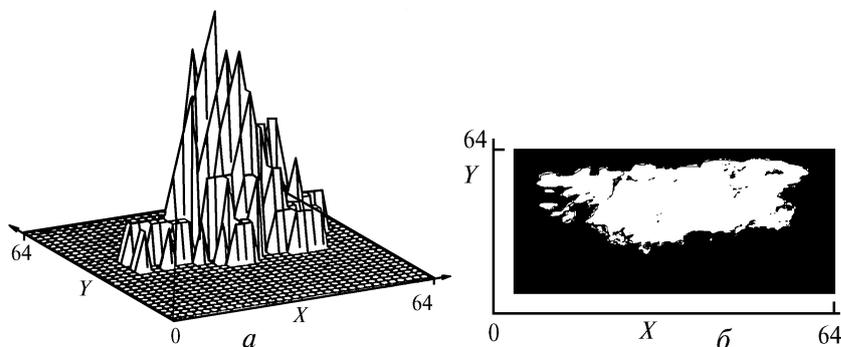


Рис. 3. Восстановленная картина пространственно-энергетического профиля измеряемого импульса (а) по данным рис. 2; контур потемнения фотоматериала в плоскости измерений исследуемого излучения (б)

Проведенная методом компьютерного эксперимента оценка точности метода для модельной матрицы (64×64), описывающей гауссово распределение и восстанавливаемой по шести проекциям, показала, что величина относительной ошибки, усредненной по всей сетке, вычисляемой по формуле

$$\delta = \frac{1}{NM} \frac{1}{f_{\max}} \left[ \sum_{X=1}^N \sum_{Y=1}^N (f(X, Y) - f'(X, Y)) \right], \quad (8)$$

где  $f(X, Y)$  – исходные значения распределения;  $f'(X, Y)$  – восстановленные значения распределения, составляет 3%. Для оценки точности алгоритма восстановления в условиях измерения исходных данных при определенных уровнях шумов, ошибки измерения значений  $f(X, Y)$  были заданы формулой

$$A'(X_j^i) = A X_j^i (1 - R \alpha_j^i), \quad (9)$$

где  $\alpha_j^i$  – нормально распределенные случайные числа в интервале между  $-1$  и  $1$ ;  $R$  – число, определяющее точность измерений. Так, при  $R = 0,2$  средняя относительная погрешность каждого значения восстановленной функции распределения составила 24–26%. В задачах, где требование к временному параметру восстановления искомого распределения не является очень критичным, к исходным данным могут быть применены алгоритмы предварительной фильтрации [14], что повышает точность восстановления на 5–6%.

Методом компьютерного эксперимента также установлено, что использование шести проекций (в случае 64-х приемных элементов на решетке) является наиболее оптимальным для достаточно корректного восстановления исходной функции  $f(X, Y)$ . Уменьшение числа проекций ведет к резкому росту погрешности восстановления, а увеличение существенно не меняет восстанавливаемой картины, но связано с большим увеличением объема вычислений. Данный вывод хорошо согласуется с теоретическими исследованиями, приведенными в [15].

Учитывая все вышесказанное, можно сделать вывод, что из всех имеющихся томографических алгоритмов предложенный алгоритм позволяет наиболее быстро с помощью оптимального сочетания числа исходных проекций и количества отсчетов для каждой из них восстанавливать пространственно-энергетическую структуру оптического импульса, не уступая в точности восстановления структуры оптического излучения для данных, полученных при уровне шумов до 20%, и может быть рекомендован к применению в оптических информационно-измерительных системах.

1. Ефременко В.В. Диагностика оптических свойств области взаимодействия мощного лазерного излучения с атмосферой: Дис... канд. физ.-мат. наук. М., 1982.
2. Воробьев В.В., Грачева М.Е., Гурвич А.С. // Акустический журнал. 1986. Т. 32. Вып. 4. С. 457–461.
3. Аксенов В.П., Пикалов В.В. // Квантовая электроника. 1990. Т. 17. N 2. С. 167–172.
4. Ангелов М.П., Афонин М.А., Бочков Д.С., Донченко В.А. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. N 5. С. 469–473.
5. Воробьев В.В., Грачева М.Е., Гурвич А.С., Мякинин В.А. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. N 7. С. 723–727.
6. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т. 2. М.: Наука, 1968. 624 с.
7. Ефграфов М.А. Асимптотические оценки и целые функции. М.: Наука. 1979. 320 с.
8. Мельникова Т.С., Пикалов В.В. // ТВТ. 1984. Т. 22. С. 625.
9. Шафер Р.В., Мерсеро Р.М., Ричардс М.А. // ТИИЭР. 1881. N 4. С. 34–35.
10. Hogn В.К.Р. // Proceeding of the IEEE. 1979. V. 67. N 12. P. 1616–1623.
11. Пикалов В.В., Преображенский Н.Г. Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы. Новосибирск: Наука, 1987.
12. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям. Основы реконструктивной томографии. М.; Мир: 1988. 488 с.
13. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов. М.: Мир, 1988. 625 с.
14. Kaiser J.F., Reead W.A. Data Smoothing Using Low, Pass Digital Filters., Rew. Sci. Instrum. 1977. N 11. P. 1447–1455.
15. Котюк А.Д., Райцин А.М., Уланский М.В. // Измерительная техника. 1987. N 11. С. 52–55.

Институт оптики атмосферы  
СО РАН, Томск

Поступила в редакцию  
22 декабря 1992 г.

V.N. Sitnikov, L.K. Chistyakova. **Tomographic Reconstruction of the Energy Profile of an Optical Beam.**

We propose in this paper a tomographic algorithm for reconstructing energy profile of an optical beam from linear bolometric measurement data. This algorithm is based on a discrete Fourier transform (DFT). When reconstructing the DFT values and making linear interpolation we used a screen of concentric squares what provided an essential decrease of the error of reconstruction and saved a computation time. In a computer experiment we have estimated the accuracy of the reconstruction method and determined the optimal number of projections. The proposed algorithm has been successfully used for reconstructing the beam intensity distribution functions based on experimental data. The results of reconstruction are compared with the data of direct measurements. It is shown in the paper that the proposed algorithm allows most rapid and quite accurate reconstruction of spatial energy structure of an optical pulse to be done based on data with the noise up to 20 per cent.