

**А.Г. Жиглинский**, И.А. Жувикина, Е.В. Новиков

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОНКУРЕНЦИИ МОД СПЛОШНОГО СПЕКТРА ПРИ ГЕНЕРАЦИИ ИМПУЛЬСНОГО СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО ЛАЗЕРА НА КРАСИТЕЛЕ С ТОЧЕЧНО-ОТБРАЖАЮЩИМ РЕЗОНАТОРОМ

На основе балансных уравнений рассмотрены особенности многоканальной генерации сплошного спектра в лазере на красителе с нарушенной конкуренцией мод в стационарном режиме. Дана классификация типов спектра. В ряде случаев получены аналитические решения.

В предлагаемой статье рассматривается лазер с точечно-отображающим резонатором, оптическая схема которого приведена на рис. 1. Лучи света, вышедшие из опорной плоскости (ОП), при обходе резонатора через один или два прохода возвращаются обратно в точку, из которой были выпущены. Опорную плоскость мы называем плоскостью точечного отображения. Введение в резонатор дифракционной решетки приводит к зависимости координат точек ОП от длины волны, которая определяется длиной волны светового луча, отразившегося автоколлимационно от решетки и проходящего через заданную точку активной среды.

В [5] был рассмотрен случай генерации лазера с нарушенной конкуренцией мод в стационарном режиме при накачке двух участков. Целью наших исследований является решение прямой и обратной задачи формирования определенного типа спектра при накачке широкого участка активной среды.

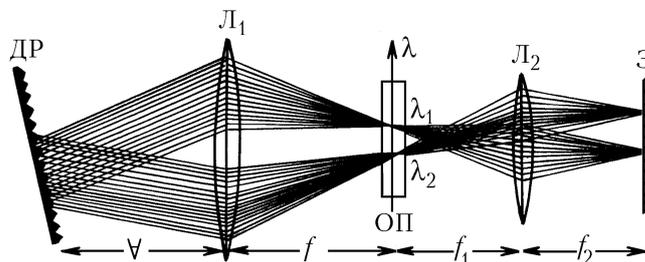


Рис. 1

Прямая задача состоит в том, чтобы по заданным параметрам резонатора, среды и накачки найти спектр генерации. Обратная – по заданному типу спектра и распределению интенсивности в нем определить параметры, необходимые для его формирования. Полагаем, что протяженность накачанного участка в направлении, перпендикулярном оптической оси резонатора, много больше разрешающей способности внутррезонаторного спектрального прибора в плоскости активной среды, поэтому для описания процесса генерации используем непрерывные переменные, относящиеся к точке активной среды.

Распространение излучения в резонаторе рассматриваем в рамках геометрической оптики [1, 4].

Назовем каналом генерации совокупность лучей, выходящих из точки плоскости точечного отображения и приходящих обратно в эту точку. Для определения канала генерации используем координаты точек пересечения лучей с активной средой  $\lambda'$  и  $\lambda''$ , выраженных в длинах волн. При  $\lambda' = \lambda''$  лучи света отражаются автоколлимационно от дифракционной решетки, канал называем автоколлимационным, в противном случае – круговым. По параметрам  $\lambda'$  и  $\lambda''$  введем параметры  $\lambda$  (длина волны канала) и  $\mu$ :

$$\lambda = (\lambda' + \lambda'')/2, \quad \mu = (\lambda' - \lambda'')/2.$$

Дальнейшее рассмотрение целесообразно проводить в переменных  $x$  и  $y$ , которые связаны с переменными  $\lambda$  и  $\mu$  преобразованием поворота на  $\pi/4$ ,

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ \mu \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} \lambda \\ \mu \end{pmatrix} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Тогда из определения  $\lambda$ ,  $\mu$  и  $x$ ,  $y$  следует:

$$x = \lambda'/\sqrt{2}; \quad y = \lambda''/\sqrt{2}.$$

Схематично будем изображать круговые каналы замкнутой овальной линией. Для автоколлимационного канала овал вырождается в прямую (см. таблицу).

Рассмотрим плоскость переменных  $(x, y)$ . На плоскости переменных  $(x, y)$  каждой точке соответствует канал генерации. Совокупность всевозможных каналов, которые могут существовать в резонаторе, образует треугольную область (рис. 2, 3). Множество точек в треугольнике, которые лежат на прямой  $y = x$ , изображает автоколлимационные каналы. Вершина треугольника, лежащая при прямом угле, соответствует каналу, который имеет максимальное расстояние между точками пересечения в среде, равное либо размеру активной среды в направлении, перпендикулярном оптической оси резонатора, либо диаметру зрачка в резонаторе в плоскости точечного отображения.

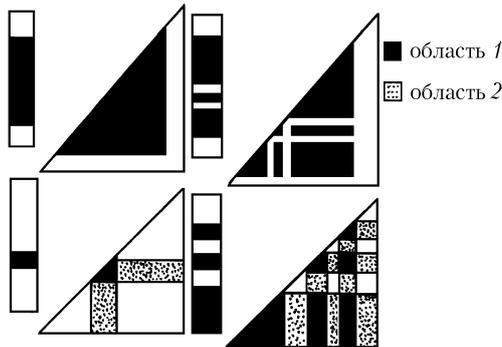


Рис. 2

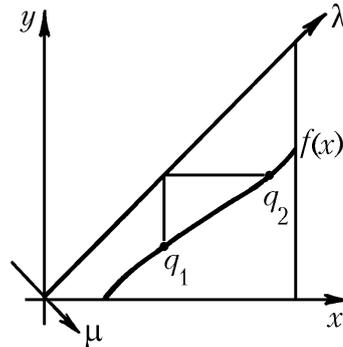


Рис. 3

При накачке широкого участка активной среды возможно образование каналов, обе координаты которых лежат внутри накачанного участка. Этой совокупности каналов соответствует область, которую мы называем треугольником накачки. Также возможно образование каналов, которые имеют только одну координату внутри накачанного участка. На рис. 2 приведено соответствие между накачкой в среде и изображениями каналов. Дважды накачанные каналы лежат в областях 1, один раз накачанные – в областях 2.

В стационарном режиме генерации выживает не вся совокупность каналов, а лишь множество, которое является линией. Мы называем ее кривой зажженных каналов. В том, что множество точек зажженных каналов является линией, а не двумерной областью, можно убедиться, совершив предельный переход от дискретного случая накачки. При этом наличие двумерных областей исключается требованием, что в стационарном режиме генерирует не больше чем  $N$  каналов ( $N$  – число разбиений среды).

На треугольнике накачки кривую зажженных каналов описываем функцией  $y = f(x)$ .

Типы возможных конфигураций каналов по способу их пересечения в среде приведены в таблице. Если лучи не пересекаются, конфигурация определяет развязанные каналы генерации. Это могут быть вложенные каналы 1, автоколлимационные 2, вывернутая конфигурация каналов 3. Если все каналы пересекаются друг с другом только в одной точке, случай называем фокусировкой 4. Если все каналы завязаны по типу бесконечной цепи, то случай называем полностью связанным 5. Если цепь не бесконечная, а имеет два, три звена, то говорим о завязке дважды, трижды и т.д., случаи 6, 7. Возможны различные комбинации этих конфигураций.

N	Тип спектра	Конфигурация каналов	Ширина спектра
1			
2			
3			
4			
5		Указаны не все каналы 	
6			
7			

Полная система балансных уравнений, описывающих генерацию сплошного спектра, имеет вид

$$\frac{dn(x, t)}{dt} = b_{01}(n - n(x, t)) W(x) - \left[ \int b(x, y) \epsilon q(x, y, t) dy + \frac{1}{t} \right] n(x, t); \quad (1)$$

$$dq(x, y, t)/(dt) = F(x, y, t) q(x, y, t), \quad (2)$$

где  $F(x, y, t) = (\epsilon/2) b(x, y) [n(x, t) + n(y, t)] - 1/[\tau(x, y)]$ ;  $b_{01}$  – вероятность поглощения, приходящаяся на один квант накачки;  $n - n(x, t)$  – плотность молекул красителя в основном состоянии;  $W(x)$  – плотность квантов накачки, приходящих в единицу времени в точку среды с координатой, соответствующей  $x$ ;  $b(x, y)$  – вероятность вынужденного перехода вниз, приходящаяся на один фотон в канале  $(x, y)$ ;  $\tau(x, y)$  – среднее время жизни фотона в канале  $(x, y)$ ;  $\epsilon$  – коэффициент заполнения среды излучением;  $n(x, t)$  – число молекул красителя на верхнем лазерном уровне, также инверсная заселенность ввиду того, что нижний лазерный уровень опустошается быстро;  $q(x, y, t)$  – плотность числа фотонов в среде для канала  $(x, y)$ .

Система уравнений (1), (2) определяет эволюцию функции  $q(x, y, t)$ . Она допускает только численное решение.

В стационарном режиме

$$d/dt \equiv 0; \quad n(x, t) = n(x); \quad q(x, y, t) \equiv q(x, y).$$

Из уравнения (2) следует, что для генерирующих каналов

$$F^r(x, y) = 0 \quad \text{или} \quad n(x) + n(y) = \frac{2}{\varepsilon b(x, y) t(x, y)} = \frac{2}{\varepsilon} \Gamma(x, y). \quad (3)$$

Пороговое условие имеет вид

$$q^r(x, y) > 0. \quad (4)$$

Равенство (3) можно рассматривать как условие на вид кривой  $f(x)$ , т.к. именно для генерирующих каналов на этой кривой

$$F^r = F(x, f(x)) \equiv 0 \quad \text{и} \quad q(x, f(x)) > 0.$$

Для каналов, не генерирующих в стационаре, выполняется

$$q^h(x, y) = 0, \quad y \neq f(x)$$

и условие отрицательности инкремента

$$F^h(x, y) < 0, \quad y \neq f(x). \quad (5)$$

С учетом того, что инверсную заселенность снимают только фотоны генерирующих каналов, уравнение (1) преобразуется:

$$b_{01}(n - n(x)) W(x) - \left[ \sum_l \varepsilon b(x, f(x)) q_f(x, f(x)) - \frac{1}{\tau} \right] n(x) = 0. \quad (6)$$

Сумма в уравнении (6) берется по каналам, которые пересекают активную среду в точке  $x \cdot \sqrt{2}$  (их может быть одна или две в зависимости от вида кривой  $f(x)$ , см. рис. 3). Если  $f(x) \equiv 0$  на  $[0, a]$  (случай фокусировки), то сумма превращается в интеграл.

Ниже приведены примеры аналитических типов спектра, где предполагается, что зажженные каналы проходят накачанный участок активной среды два раза. С помощью доопределения функции накачки нулем возможно обобщение на случаи, когда каналы генерации пересекают один раз накачанный участок, накачивается несколько широких полос (см. рис. 2).

*Полносвязанный случай*

Кривая зажженных каналов имеет вид

$$f(0) = 0, \quad 0 < f(x) < a, \quad f'(x) \neq 0, \quad x \in [0, a].$$

Случай невырожденный, так как балансные уравнения для чисел фотонов и инверсных населенностей могут быть разрешены независимо. Анализ решения показывает, что для выполнения порогового условия необходимо возрастание накачки до бесконечности в точке  $(0, 0)$ .

*Автоколлимационные каналы.  $y = x$*

Решение системы балансных уравнений имеет вид

$$q(x, x) = \frac{b_{01} n W(x)}{b(x, x) \Gamma(x, x)} - \frac{1}{\varepsilon \tau b(x, x)}. \quad (7)$$

Условия для реализации типа спектра:

$$\Gamma(x, x) + \Gamma(x', x') < 2 \Gamma(x, x') \quad W(x) > \frac{\Gamma(x, x)}{b_{01} \tau \varepsilon n}$$

или

$$\Gamma(x, x) < \Gamma(x, x'), \quad \Gamma(x', x') < \Gamma(x, x'). \quad (8)$$

Случай является невырожденным. Условие на отрицательность инкремента не содержит накачки, и перераспределение ее по активной среде не изменит типа спектра.

*Вложенная и вывернутая развязки.*  $y = f(x)$

Решение системы балансных уравнений имеет вид

$$q(x, f(x)) = \frac{n b_{01} W(x) + W(f(x))}{b(x, f(x)) \Gamma(x, f(x))} - \frac{2}{\varepsilon \tau b(x, f(x))}. \quad (9)$$

Условия для реализации типа спектра:

$$B(x, f(x)) W(x) + B(x', f(x')) W(f(x')) < B(x, f(x')) [W(x) + W(x')];$$

$$W(x) + W(f(x)) > \frac{2 \Gamma(x, f(x))}{n b_{01} \tau \varepsilon}; \quad (10)$$

$$B(x, f(x)) < B(x, f(x')), \quad B(x', f(x')) < B(x, f(x')). \quad (10a)$$

Здесь введена функция

$$B(x, y) = \Gamma(x, y) / [W(x) + W(y)].$$

Неравенства (10a) являются достаточными для обеспечения отрицательности инкремента. Они равносильны существованию плоского стационарного минимума на кривой  $f(x)$  на треугольнике накачки, т.е. выживают каналы, имеющие максимальное время жизни, усиление и накачку. При отсутствии плоского минимума необходимо пользоваться точным неравенством. Случай является вырожденным, в условие на отрицательность инкремента входит накачка, перераспределение которой может вызывать изменение типа спектра.

*Фокусировка каналов.*  $f(x) \equiv 0$

Случай является вырожденным, т.е. считаем, что каналы не пересекаются, а расположены близко в пределах физически бесконечно малого участка активной среды. Решение получаем предельным переходом от предыдущего случая:

$$q(x, 0) = n b_{01} \frac{W(x) + W(0)}{2 \Gamma(x, 0) b(x, 0)} - \frac{1}{\tau \varepsilon b(x, 0)}. \quad (11)$$

Условия для реализации типа спектра имеют вид, аналогичный предыдущим, но ввиду того что  $f(x)$  расположена на краю треугольника накачки, достаточные условия требуют существования краевого минимума функции

$$B(x, 0) W(x) + B(x', 0) W(x') < B(x, x') [W(x) + W(x')];$$

$$W(x) + W(0) > \frac{2 \Gamma(x, 0)}{n b_{01} \tau \varepsilon}; \quad B(x, 0) < B(x, x'), \quad B(x', 0) < B(x, x'). \quad (12)$$

Если протяженность области, где выполняются неравенства, не охватывает всего треугольника, можно сформировать комбинированный спектр: в разных областях накачки выполняются условия для разных типов спектра. В этих случаях кривая зажженных каналов будет либо ломаной, либо разрывной.

### Завязанные каналы

Анализ решения на условие возникновения данного типа спектра возможен только численным решением функциональных неравенств. В качестве примера приведем вид балансных уравнений для дважды завязанных каналов (см. 6-ю строку в таблице). Для более высоких степеней завязки происходит эскалация числа уравнений в системе:

$$\begin{aligned}
 b_{01} \frac{n}{n(x)} W(x) - \left[ \frac{\varepsilon}{2} b q(x, f(x)) + \frac{1}{\tau} \right] &= 0; \\
 b_{01} \frac{n}{n(f(x))} W(f(x)) - \left[ \frac{\varepsilon}{2} b q(x, f(x)) + \frac{\varepsilon}{2} b q(f(x), f(f(x))) \right] &= 0; \\
 b_{01} \frac{n}{n(f(f(x)))} W(f(f(x))) - \left[ \frac{\varepsilon}{2} b q(f(x), f(f(x))) + \frac{1}{\tau} \right] &= 0; \quad (13) \\
 n(x) + n(f(x)) = \frac{2 \Gamma(x, f(x))}{\varepsilon}, \quad n(f(x)) + n(f(f(x))) = \frac{2 \Gamma(f(x), f(f(x)))}{\varepsilon}.
 \end{aligned}$$

Уравнения на числа фотонов и инверсные заселенности размещаются совместно относительно переменных  $n(x)$ ,  $n(f(x))$ ,  $q(x, f(x))$ ,  $q(f(x), f(f(x)))$ . Случай вырожденный. Система уравнений сводится к кубическому уравнению. При увеличении степени завязки степень алгебраических уравнений возрастает пропорционально числу пересечений каналов.

Во всех случаях генерации поверхность инкремента, которая устанавливается в стационарном режиме, непременно имеет плоский нулевой максимум на кривой зажженных каналов, в соответствии с тем, что для каналов, лежащих на  $f(x)$ , достигается равенство усиления и потерь:

$$\left. \frac{\partial}{\partial x} F(x, y) \right|_{f(x)} \equiv \left. \frac{\partial}{\partial y} F(x, y) \right|_{f(x)} \equiv 0.$$

Таким образом, в работе предложен подход для анализа многоканальной генерации. Сформулирована система балансных уравнений. В ряде важных случаев получены аналитические решения системы уравнений, описывающие спектр выходного излучения, а также условия на их реализацию. При этом решение прямой и обратной задачи возможно в области параметров, которые определяются неравенствами (8), (10), (12).

1. Izmailov A.M., Novikov E.V., Smirnova (Zhuvikina) I.A., Zhiglinskiy A.G. Investigation of novel resonator for multicolour dye lasers emitting in SPIE Proc. 1994. V. 2115. P. 148–158.
2. Zhiglinskiy A.G., Izmailov A.M., Kund G.G., Stuklov I.G., Smirnova (Zhuvikina) I.A., Vorotnev P.A. New type of dye lasers: Polychromatic super broad band laser // J. de Physic. 1991. IV. C7. P. 342–435.
3. Жиглинский А.Г., Измайлов А.М., Воротнев П.А., Смирнова (Жувикина) И.А. // Вестник ЛГУ. 1991. Сер. 4. N 11. С. 8–12.
4. Жиглинский А.Г., Измайлов А.М., Смирнова (Жувикина) И.А. // Вестник ЛГУ. 1991. Сер. 4. N 25. С. 15–20.
5. Воротнев П.А., Жиглинский А.Г., Измайлов А.М., Лютиков А.П., Озол В.А. // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. N 11. С. 1683–1686.

Научно-исследовательский институт физики  
при Санкт-Петербургском государственном университете

Поступила в редакцию  
26 июля 1995 г.

**A.G. Zhiglinskiy, I.A. Zhuvikina, E.V. Novikov. Investigation of Modes Competition in Continuum at Superbroad Band Dye Laser Pulse Generation with Self-reconstructed Points Cavity.**

On the basis of the balance equations, the continuum multichannel stationary generation in dye laser with broken modes competition is investigated. Spectrum types classification has been proposed. In several specific cases the analytical solutions have been obtained.