

**А.И. Бородулин, Б.М. Десятков, С.Р. Сарманаев**

## **СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПИСАНИЯ ПЕРЕНОСА АЭРОЗОЛЕЙ В ТЕРМИЧЕСКИ СТРАТИФИЦИРОВАННОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ**

Рассматривается точное аналитическое решение уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова для функции распределения концентрации аэрозолей в пограничном слое атмосферы, которое учитывает наличие эффекта перемежаемости концентрации. Обсуждаются вопросы практического применения полученных результатов. Для варианта распространения аэрозольных загрязнений над г. Новосибирском приводится ряд примеров практического использования функций распределения концентрации.

Теоретическое изучение процесса переноса аэрозолей в атмосфере, проводимое традиционными методами, в основном позволяет получать лишь математические ожидания концентрации примесей. Поскольку распространение аэрозолей происходит в турбулентной атмосфере, то этих данных явно недостаточно для решения широкого круга практических задач. В общем случае требуется знание функций распределения концентрации, т.е. статистическое описание процесса распространения. В настоящее время для решения данной проблемы применяются только эмпирические функции плотности вероятности, основанные на результатах натуральных наблюдений [1]. Наиболее широко используется гипотеза о логарифмически нормальном распределении концентрации аэрозольных примесей в заданной точке пространства. Удовлетворительное подтверждение данной гипотезы, например, получено Г.П. Жуковым по результатам натуральных экспериментов изучения рассеяния примесей в приземном слое атмосферы [2].

Однако практическое применение этих результатов в широком диапазоне метеорологических условий весьма затруднительно из-за неопределенности ряда параметров эмпирической функции распределения концентрации. Наиболее глубоко проблема определения функций плотности вероятности разработана в смежной области – теории турбулентного горения (см. [3]). К сожалению, эти данные вследствие сложности и громоздкости теоретических методов почти невозможно эффективно использовать для расчетов рассеяния примесей в реальном пограничном слое атмосферы.

В связи с этим нами было предпринято детальное теоретическое изучение статистической природы процесса распространения аэрозольных загрязнений в атмосфере, основанное на полуэмпирическом подходе к описанию рассеяния примесей и предположении о том, что процесс изменения концентрации аэрозолей в заданной точке пространства можно считать марковским случайным [4].

Согласно [4] точное аналитическое решение уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова для односточной функции плотности вероятности концентрации  $C$  аэрозольных загрязнений (в точке с координатами  $x, y, z$  в данный момент времени  $t$ ), которую будем обозначать  $f(C, t)$ , имеет вид

$$f(C, t) = (1 - \gamma) \delta(C) + f^{(1)}(C, t), \quad (1)$$

$$f^{(1)}(C, t) = \frac{1}{\pi^{1/2} \beta} \left\{ \exp \left[ - \left( \frac{C - \bar{C}}{\beta} \right)^2 \right] - \exp \left[ - \left( \frac{C + \bar{C}}{\beta} \right)^2 \right] \right\},$$

где  $\gamma$  – перемежаемость концентрации, являющаяся вероятностью того, что концентрация примесей в данной точке пространства больше нуля;  $\delta(\dots)$  – дельта-функция Дирака;  $\bar{C}$  – ма-

тематическое ожидание концентрации аэрозолей;  $f^{(1)}$  – непрерывная часть функции плотности вероятности;  $\beta$  – второй параметр функции распределения.

Мы видим, что функция плотности вероятности зависит только от двух параметров:  $\bar{C}$  и  $\beta$ . Вследствие этого при моделировании процесса распространения для практического применения плотности вероятности (1) необходимо и достаточно задать два любых момента концентрации. Математическое ожидание концентрации можно получить из решения полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии, а второй параметр,  $\beta$  достаточно легко связать с дисперсией концентрации аэрозолей  $\sigma^2$ , которая находится решением аналогичного уравнения (см., например, [5]). Выкладки приводят к соотношению [4]

$$\frac{\sigma^2}{\bar{C}^2} = \frac{\gamma}{2\beta_0^2} - (1 - \gamma) + \frac{1}{\pi^{1/2}\beta_0} \exp(-\beta_0^2), \quad (\beta_0 = \frac{\bar{C}}{\beta}). \quad (2)$$

Таким образом, для применения функции плотности вероятности концентрации (1) необходимо и достаточно иметь модель распространения аэрозольных примесей, позволяющую определять математическое ожидание концентрации и ее дисперсию.

Соотношение (1) было проверено нами в экспериментах, проводившихся на аэродинамической трубе НИИ аэриологии [4], а также сравнивалось с данными натурного изучения рассеяния примесей в пограничном слое атмосферы [2]. Анализ полученной информации с привлечением наиболее общих свойств функции распределения концентрации показал удовлетворительное соответствие полученных теоретических результатов данным экспериментов [4].

Для решения полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии и соответствующего уравнения относительно дисперсии концентрации в пределах пограничного слоя атмосферы необходимо задавать поля средних значений скорости ветра и набор коэффициентов турбулентной диффузии. В настоящей статье суточное изменение первой величины в пограничном слое определялось нами с помощью численно-аналитической модели [6], а коэффициенты диффузии определялись на основании гипотезы о пропорциональности последних соответствующим компонентам тензора вязких напряжений Рейнольдса [5]. Они, а также ряд сопутствующих параметров задавались с помощью алгебраической модели для турбулентных потоков и напряжений [7]. Гипотеза о пропорциональности коэффициентов диффузии компонентам тензора вязких напряжений Рейнольдса в приземном слое атмосферы подтверждена данными экспериментальных исследований (см. [4]).

Для иллюстрации особенностей распространения газовых выбросов ТЭС г. Новосибирска и в целях практического применения предложенных алгоритмов вычисления характеристик загрязнения была проведена серия расчетов с точечными стационарными источниками, которые моделируют устье газоотводящих труб ТЭС. Расчеты были проведены для сезонов зима и лето, для ночного и дневного времени суток и для различных значений скорости ветра и направления. Учитывались реальная высота зданий жилых районов, различные типы подстилающей поверхности (городская застройка, парки и лесные массивы, р. Обь и др.) и реальный рельеф местности. В дальнейшем рассмотрим только две электростанции – ТЭС-2 и ТЭС-3, расположенные практически в одном месте и имеющие по три трубы. Высоты труб находились в диапазоне 60–120 м. Эффективная высота источников определялась по известным формулам [8]. Моделировалось распространение двуокиси азота и сернистого ангидрида.

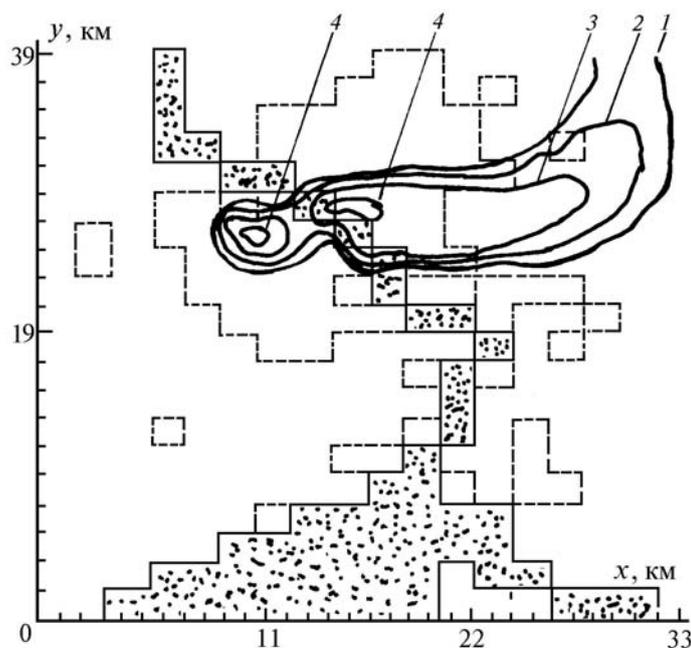
Часть полученных результатов, соответствующих распространению двуокиси азота (ПДК =  $0,85 \cdot 10^{-4}$  г/м<sup>3</sup>) и относящихся к летнему сезону, приведена в табл. 1 и на рисунке. Все расчетные характеристики относятся к высоте 2 м.

В табл. 1 использованы следующие обозначения:  $t$  – момент времени, на который вычислялась концентрация;  $v$  – скорость ветра;  $C_1, C_2, D_1, D_2$  – соответственно малые и большие значения концентрации и стандартного отклонения;  $S_{v_1}$  и  $S_{v_2}$  – рассчитанные вероятностным методом площади, на которых концентрация превышает некоторое предельное значение  $C_0$  (например, ПДК) для малых значений  $C_0$  и близких к максимальным значениям соответственно;  $S_{s_1}$  и  $S_{s_2}$  – те же площади, но вычисленные традиционным методом;  $D_1, D_2$  – стандартные отклонения площадей, соответствующие малым и большим значениям  $C_0$ .

Результаты расчетов распространения двуокиси азота от ТЭС-2 и ТЭС-3

$t$ , ч	$v$ , м/с	$C_1, C_2$ , г/м <sup>3</sup>	$D_1, D_2$ , г/м <sup>3</sup>	$Sv_1, Sv_2$ , м <sup>2</sup>	$Ss_1, Ss_2$ , м <sup>2</sup>	$S_v/S_s$	$Ds_1, Ds_2$ , м <sup>2</sup>	$D_v/S_v$
4	2	$1,3 \cdot 10^{-7}$	$7,0 \cdot 10^{-8}$	$9,3 \cdot 10^7$	$1,2 \cdot 10^8$	0,80	$4,8 \cdot 10^7$	0,50
		$1,1 \cdot 10^{-5}$	$5,6 \cdot 10^{-6}$	$2,9 \cdot 10^7$	$2,2 \cdot 10^7$	1,32	$1,4 \cdot 10^7$	0,48
4	5	$5,5 \cdot 10^{-7}$	$9,9 \cdot 10^{-8}$	$1,6 \cdot 10^8$	$1,6 \cdot 10^8$	1,00	$3,8 \cdot 10^7$	0,24
		$4,4 \cdot 10^{-5}$	$7,9 \cdot 10^{-6}$	$4,6 \cdot 10^7$	$4,0 \cdot 10^7$	1,15	$8,7 \cdot 10^6$	0,19
4	7	$5,0 \cdot 10^{-7}$	$6,7 \cdot 10^{-8}$	$1,7 \cdot 10^8$	$1,7 \cdot 10^8$	1,01	$2,6 \cdot 10^7$	0,15
		$4,0 \cdot 10^{-5}$	$5,3 \cdot 10^{-6}$	$4,9 \cdot 10^7$	$3,9 \cdot 10^7$	1,26	$7,9 \cdot 10^6$	0,16
15	2	$3,5 \cdot 10^{-6}$	$2,6 \cdot 10^{-7}$	$1,5 \cdot 10^8$	$1,5 \cdot 10^8$	1,03	$2,6 \cdot 10^7$	0,17
		$2,8 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^7$	$6,0 \cdot 10^6$	1,48	$5,0 \cdot 10^6$	0,45
15	5	$2,4 \cdot 10^{-6}$	$2,6 \cdot 10^{-7}$	$1,7 \cdot 10^8$	$1,7 \cdot 10^8$	1,00	$3,1 \cdot 10^7$	0,18
		$1,9 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$	$5,0 \cdot 10^6$	$4,0 \cdot 10^6$	1,25	$1,8 \cdot 10^6$	0,36
15	7	$1,5 \cdot 10^{-6}$	$1,5 \cdot 10^{-7}$	$1,8 \cdot 10^8$	$1,8 \cdot 10^8$	1,00	$2,9 \cdot 10^7$	0,15
		$1,2 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-5}$	$6,5 \cdot 10^6$	$4,0 \cdot 10^6$	1,60	$2,9 \cdot 10^6$	0,43

Видно, что максимальные значения концентрации сильно зависят от метеорологических условий. В целом днем концентрация больше, чем ночью. При увеличении скорости ветра днем концентрация монотонно убывает, а ночью наблюдается экстремум в районе примерно 5 м/с. Опасная скорость, при которой наблюдается максимальная концентрация, равна примерно 5 м/с ночью и 2 м/с днем.



Изолинии концентрации примеси (г/м<sup>3</sup>): 1 –  $6,9 \cdot 10^{-6}$ ; 2 –  $1,7 \cdot 10^{-5}$ ; 3 –  $3,5 \cdot 10^{-5}$ ; 4 –  $2,8 \cdot 10^{-4}$ ; область, покрытая точками, – р. Обь и водохранилище; граница города обведена штриховой линией

Коэффициент вариации концентрации  $K = D/C$  уменьшается от 0,5 при малых значениях концентрации и устойчивой стратификации при  $t = 4$  ч до 0,09 при  $t = 15$  ч и скорости ветра равной 7 м/с. Аналогичная тенденция наблюдается и для коэффициента вариации площади, на которой концентрация превышает некоторое предельное значение  $C_0$ . При устойчивой стратификации этот коэффициент равен примерно 0,5 и уменьшается до 0,15 при смене стратификации на неустойчивую. Необходимо заметить, что используемый нами алгоритм вычисления дисперсии площади дает оценку ее снизу. В действительности она должна быть больше.

Отношение площадей  $S_v$  и  $S_s$  близко к единице для малых значений  $C_0$  и увеличивается с ростом  $C_0$ , достигая в некоторых случаях 1,5–1,6.

На рисунке представлены изолинии концентрации, рассчитанные для момента времени  $t = 15$  ч и скорости ветра 2 м/с. Наблюдаемые существенное смещение и деформация области с большими значениями концентрации происходят в результате влияния перепада высот подстилающей поверхности внутри города от 13 до 230 м. В ночных условиях и при увеличении скорости ветра влияние рельефа уменьшается, а область распространения вытягивается вдоль невозмущенного вектора скорости ветра, направленного под углом  $45^\circ$  к горизонтальной оси.

Для получения более подробной информации о поведении характеристик  $P$ ,  $\beta_0$  и  $\gamma$  были проведены дополнительные расчеты этих величин для типичных значений  $C$  и  $D$ , близких к ПДК. Результаты этих расчетов приведены в табл. 2. При  $C$  больше ПДК  $= 0,84 \cdot 10^{-4}$  г/м<sup>3</sup> увеличение коэффициента вариации  $K = D/C$  приводит к уменьшению вероятности превышения ПДК. При  $C$  меньше ПДК эта зависимость обратная: с увеличением  $K$  вероятность возрастает. Значения перемежаемости  $\gamma$  и параметра  $\beta_0$  всегда уменьшаются при увеличении дисперсии.

Таблица 2

Вероятность превышения ПДК  $= 8,5 \cdot 10^{-5}$  г/м<sup>3</sup> для различных значений концентрации и коэффициента вариации  $K = D/C$

$C$	$K = 0,25$	$K = 0,50$	$K = 1,00$	$K = 1,25$	$K = 1,50$
	$\gamma = 0,99$ $\beta_0 = 2,83$	$\gamma = 0,95$ $\beta_0 = 1,41$	$\gamma = 0,63$ $\beta_0 = 0,64$	$\gamma = 0,49$ $\beta_0 = 0,47$	$\gamma = 0,39$ $\beta_0 = 0,36$
$8,4 \cdot 10^{-4}$	0,99	0,95	0,63	0,49	0,39
$4,2 \cdot 10^{-4}$	0,99	0,94	0,62	0,49	0,30
$2,1 \cdot 10^{-4}$	0,99	0,88	0,60	0,48	0,38
$1,0 \cdot 10^{-4}$	0,73	0,62	0,51	0,43	0,36
$8,5 \cdot 10^{-5}$	0,50	0,50	0,46	0,41	0,35
$8,0 \cdot 10^{-5}$	0,40	0,45	0,45	0,40	0,34
$7,0 \cdot 10^{-5}$	0,19	0,33	0,40	0,37	0,33
$6,5 \cdot 10^{-5}$	0,10	0,27	0,37	0,36	0,32
$6,6 \cdot 10^{-5}$	0,05	0,20	0,34	0,34	0,31
$5,5 \cdot 10^{-5}$	0,01	0,13	0,30	0,31	0,29
$4,0 \cdot 10^{-5}$	0,00	0,01	0,15	0,21	0,23
$3,5 \cdot 10^{-5}$	0,00	0,00	0,10	0,16	0,19
$3,0 \cdot 10^{-5}$	0,00	0,00	0,05	0,10	0,15
$2,5 \cdot 10^{-5}$	0,00	0,00	0,01	0,05	0,10
$2,0 \cdot 10^{-5}$	0,00	0,00	0,00	0,01	0,04
$1,5 \cdot 10^{-5}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01

Таким образом, из анализа результатов расчетов можно сделать следующие основные выводы. Для типичных значений концентрации двуоксида азота, наблюдаемой в атмосфере г. Новосибирска, статистические характеристики загрязнения, рассчитанные на основе найденной функции плотности вероятности, являются вполне разумными. Знание функции плотности вероятности и основанный на этом статистический метод вычисления дисперсии концентрации и дисперсии площади, на которой наблюдается превышение некоторого значения концентрации  $C_0$ , а также вероятность превышения ПДК позволяют более точно определить рассмотренные характеристики распространения газовых примесей в приземном слое атмосферы. При моделировании распространения загрязняющих примесей необходимо учитывать реальные топографические и термические неоднородности подстилающей поверхности. Неучет отмеченных фактов может привести к грубым ошибкам при оценке основных характеристик загрязнения атмосферы.

1. Бызова Н. Г., Гаргер Е. К., Иванов В. Н. Экспериментальные исследования атмосферной диффузии и расчеты рассеяния примеси. Л.: Гидрометеиздат, 1991. 280 с.
2. Жуков Г. П. // Труды Института экспериментальной метеорологии. Л.: Гидрометеиздат, 1988. Вып. 46. С. 96–106.
3. Кузнецов В. Р., Сабельников В. А. Турбулентность и горение. М.: Наука, 1986. 288 с.
4. Бородулин А. И., Майстренко Г. М., Чалдин Б. М. Статистическое описание распространения аэрозолей в атмосфере. Метод и приложения. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1992. 124 с.
5. Роди В. // Методы расчета турбулентных течений. М.: Мир, 1984. С. 227–322.
6. Десятков Б. М. // Труды Западно-Сибирского регионального научно-исследовательского института. 1986. Вып. 77. С. 68–75.
7. Теверовский Е. Н., Дмитриев Е. С. Перенос аэрозольных частиц турбулентными потоками. М.: Энергоатомиздат, 1988. 160 с.

8. Берлянд М. Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1975. 448 с.

ГНЦ ВБ «Вектор», НИИ аэробиологии,  
Новосибирская область

Поступила в редакцию  
26 января 1996 г.

**A. I. Borodulin, B. M. Desyatkov, S. R. Sarmanaev. Statistical Method of Description of Aerosol Transfer in Thermally Stratified Atmospheric Boundary Layer.**

The paper deals with a precise analytical solution of the Fokker–Plank–Kolmogorov equation for the aerosol concentration distribution function in the atmospheric boundary layer, which takes into account the effect of concentration alternation. Practical application of the results obtained is discussed. As regards the aerosol pollution spreading in the air of Novosibirsk, some examples of the practical application of the concentration distribution functions are reported.