

А.А. Ковалев, Х.М. Хассан

### АКТИВНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ В УСЛОВИЯХ МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫХ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫХ ИСКАЖЕНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СПЕКТРА СИГНАЛОВ

Предложено обобщение метода активного восстановления изображений на случай не только фазовых, но и амплитудно-фазовых искажений пространственного спектра сигналов. Полученные результаты иллюстрируются с помощью математического моделирования.

В работах [1, 2, 3] предложен и исследован метод подавления фазовых искажений пространственного спектра сигналов. Природа подобного рода фазовых искажений может быть различна при значительной общности используемых при этом математических моделей. Так, в оптическом диапазоне длин волн фазовые флуктуации пространственного спектра сигналов обусловлены, например, турбулентностью среды распространения, в частности атмосферы. В антенной технике к фазовым искажениям приводят помимо атмосферных явлений и неоднородности элементов антенно-фидерного тракта. Последние, как правило, имеют существенно большее время корреляции, нежели искажения за счет турбулентной атмосферы, тем не менее удобно в ряде случаев не акцентировать внимание на подобного рода особенности, а решать задачу с возможно большей общностью постановки.

Между тем стремление к обобщению позволяет заметить, что мультипликативная помеха отнюдь не сводится только к фазовым искажениям, а предполагает также и мультипликативные амплитудные шумы. В совокупности своей мультипликативные амплитудно-фазовые искажения затрудняют решение многих задач, ухудшая, в частности, угловое разрешение. Таким образом, целесообразно изыскивать пути и средства компенсации не только фазовых искажений, но и амплитудных.

В настоящей статье, следуя идеологии и обозначениям работ [1, 2, 3], предлагается метод активного восстановления изображений в условиях не только мультипликативных фазовых [1, 2, 3], но и мультипликативных амплитудных искажений пространственного спектра сигналов, не предполагающий наличие или формирование опорного источника в картинной плоскости цели.

Пусть на излучающей апертуре в плоскости  $\rho$  сформировано пространственно-временное амплитудно-фазовое распределение поля вида

$$\epsilon_{3,c} = \phi(\rho, t), \quad (1)$$

на которое накладывается условие ортогональности вида

$$\int dt \phi(\rho_1, t) \phi^*(\rho_2, t) = \delta(\rho_1 - \rho_2), \quad (2)$$

где  $\delta(\rho_1 - \rho_2)$  – дельта-функция Дирака.

Полагая, что цель расположена в дальней зоне, запишем с точностью до несущественных для последующего рассмотрения сомножителей распределение зондирующего сигнала в картинной плоскости цели с использованием интеграла Кирхгофа в приближении Фраунгофера:

$$E_{3,c}(r, t) = \int d\rho \exp [j 2\pi r \rho / (\lambda R)] \phi(\rho, t) \exp (j \varphi_1(\rho)) A_1(\rho), \quad (3)$$

где  $\varphi_1(\rho)$  и  $A_1(\rho)$  – соответственно фазовые и амплитудные искажения, вносимые искажающей субстанцией (применительно к оптической постановке задачи – турбулентной атмосферой) «на передачу»;  $R$  – дальность до объекта.

Далее, как и ранее [1, 2, 3], под изображением цели  $E(r)$  будем понимать векторное пространственно-временное амплитудно-фазовое распределение сигнала в картинной плоскости цели после облучения цели плоской волной, ориентированной по линии визирования.

После облучения цели, изображение которой  $E(r)$ , в картинной плоскости цели сформируется пространственно-временная структура вида

$$E_c(r, t) = E(r) E_{a,c}(r, t), \quad (4)$$

которая трансформируется в следующее амплитудно-фазовое распределение на раскрыве апертуры при приеме:

$$\varepsilon(\rho, t) = \exp(j \varphi_{a2}(\rho)) A_2(\rho) \int dr \exp(-j 2\pi r \rho / \lambda R) E_c(r, t). \quad (5)$$

Здесь  $A_{a2}(\rho)$ ,  $\varphi_{a2}(\rho)$  – соответственно амплитудные и фазовые искажения пространственного спектра сигнала при приеме. Как и ранее [1, 2, 3], – относительно фазовых флуктуаций, так и теперь – применительно и к амплитудным, и к фазовым искажениям, предполагается неизменность их пространственной структуры за время действия (условие «замороженности» атмосферы, по принятой в задачах распространения волн в случайно-неоднородных средах терминологии). Однако в общем случае

$$A_{1}(\rho) \neq A_{2}(\rho); \quad \varphi_{a1}(\rho) \neq \varphi_{a2}(\rho), \quad (6)$$

что означает допустимость различных искажений на прием и на передачу.

Следуя подходу, развитому в [1, 2, 3], умножим выражение (5) на  $\phi^*(\rho, t)$ , результат проинтегрируем по времени и получим

$$\varepsilon_{обр}(\rho, \rho_1) = \int dt \varepsilon_c(\rho, t) \phi^*(\rho_1, t), \quad (7)$$

которое с учетом (3), (4) и (5) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \varepsilon_{обр}(\rho, \rho_1) &= \int dt \phi^*(\rho_1, t) \exp(j \varphi_{a2}(\rho)) A_2(\rho) \int dr \exp(-j 2\pi r \rho / \lambda R) E(r) \times \\ &\times \int d\rho' \exp[j 2\pi r \rho' / (\lambda R)] \phi(\rho', t) \exp(j \varphi_{a1}(\rho')) A_1(\rho'). \end{aligned} \quad (8)$$

Изменяя порядок интегрирования, имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_{обр}(\rho, \rho_1) &= \exp(j \varphi_{a2}(\rho)) A_2(\rho) \int dr \exp[-j 2\pi r \rho / (\lambda R)] E(r) \int d\rho' \exp[j 2\pi r \rho' / (\lambda R)] \exp(j \varphi_{a1}(\rho')) \times \\ &\times A_1(\rho') \int dt \phi^*(\rho_1, t) \phi(\rho', t). \end{aligned} \quad (9)$$

С учетом соотношения (2) и фильтрующего свойства  $\delta$ -функции последнее приводится к виду:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{обр}(\rho, \rho_1) &= \exp(j \varphi_{a2}(\rho)) A_2(\rho) \int dr \exp[-j 2\pi r \rho / (\lambda R)] E(r) \exp[j 2\pi r \rho_1 / (\lambda R)] \exp(j \varphi_{a1}(\rho_1)) A(\rho_1) = \\ &= \exp(j \varphi_{a2}(\rho)) A_2(\rho) \varepsilon(\rho - \rho_1) A_1(\rho_1) \exp[j \varphi_{a1}(\rho_1)]. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь

$$\varepsilon(\rho) = \int dr \exp[-j 2\pi r \rho / (\lambda R)] E(r) \quad (11)$$

– пространственный спектр восстанавливаемого изображения (полезный сигнал).

Умножая выражение (5) на  $\phi^*(\rho_2, t)$ , где  $\rho_2 \neq \rho_1$ , и интегрируя по времени, точно также можно получить

$$\varepsilon_{обр}(\rho, \rho_2) = A_2(\rho) \exp(j \varphi_{a2}(\rho)) \varepsilon(\rho - \rho_2) A_1(\rho_2) \exp(j \varphi_{a1}(\rho_2)). \quad (12)$$

В совокупности выражения (10) и (12) представляют собой систему уравнений, более общую, нежели аналогичная в [1, 2, 3], поскольку учитывают не только фазовые, но и мультипликативные амплитудные искажения.

Обратим внимание на то обстоятельство, что с точки зрения восстановления фазы ничего не изменилось, поскольку не изменилась фазовая структура составляющих системы.

В связи с этим целесообразно выписать уравнения относительно амплитуд, которые можно свести в систему вида

$$\left. \begin{aligned} |\varepsilon_{\text{оопр}}(\rho, \rho_1)| &= A_1(\rho_1) A_2(\rho) |\varepsilon(\rho - \rho_1)|, \\ |\varepsilon_{\text{оопр}}(\rho, \rho_2)| &= A_1(\rho_2) A_2(\rho) |\varepsilon(\rho - \rho_2)|, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

которую для частного случая  $\rho_1 = 0, \rho_2 = \Delta\rho$  можно переписать следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} |\varepsilon_{\text{оопр}}(\rho, 0)| &= A_1(0) A_2(\rho) |\varepsilon(\rho - 0)|, \\ |\varepsilon_{\text{оопр}}(\rho, \Delta\rho)| &= A_1(\Delta\rho) A_2(\rho) |\varepsilon(\rho - \Delta\rho)|. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Логарифмируя (14), получим

$$\left. \begin{aligned} \text{Ln} |\varepsilon_{\text{оопр}}(\rho, 0)| &= \text{Ln} A_1(0) + \text{Ln} A_2(\rho) + \text{Ln} |\varepsilon(\rho - 0)|, \\ \text{Ln} |\varepsilon_{\text{оопр}}(\rho, \Delta\rho)| &= \text{Ln} A_1(\Delta\rho) + \text{Ln} A_2(\rho) + \text{Ln} |\varepsilon(\rho - \Delta\rho)|. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Вычитая из второго уравнения системы (15) первое, находим

$$\text{Ln} |\varepsilon_{\text{оопр}}(\rho, \Delta\rho)| - \text{Ln} |\varepsilon_{\text{оопр}}(\rho, 0)| = \text{Ln} A_1(\Delta\rho) - \text{Ln} A_1(0) + \text{Ln} |\varepsilon(\rho - \Delta\rho)| - \text{Ln} |\varepsilon(\rho)|. \quad (16)$$

Разделив левую и правую части уравнения (16) на  $\Delta\rho$  и устремив  $\Delta\rho$  к нулю, с учетом определения производной получим

$$\frac{\partial \text{Ln} |\varepsilon_{\text{оопр}}(\rho, \Delta\rho)|}{\partial \Delta\rho} \Big|_{\Delta\rho=0} = \frac{\partial \text{Ln} A_1(\rho)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=0} - \frac{\partial \text{Ln} |\varepsilon(\rho)|}{\partial \rho}, \quad (17)$$

откуда и следует искомое решение

Именно:

$$|\varepsilon(\rho)| = \exp \left( - \int_0^\rho d\rho \frac{\partial \text{Ln} |\varepsilon_{\text{оопр}}(\rho, \Delta\rho)|}{\partial \Delta\rho} \Big|_{\Delta\rho=0} \right) \exp \left( \frac{\partial \text{Ln} A_1(\rho)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=0} \right). \quad (18)$$

Удобно при этом выбирать  $\Delta\rho$  настолько малым, чтобы  $A_1(\Delta\rho) \approx A_1(0)$ , что позволит оставить в стороне вопрос о негативном воздействии второй экспоненты в выражении (18).

Предложенный алгоритм иллюстрируется результатами математического моделирования (рис. 1–4).

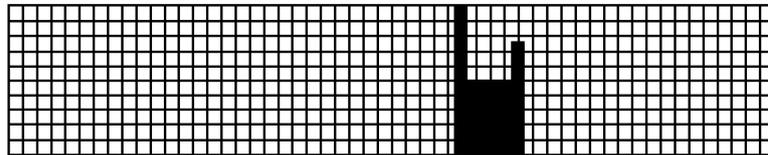


Рис. 1. Модуль исходного сигнала

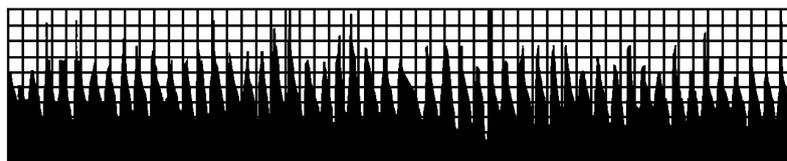


Рис. 2. Продифференцированный логарифм амплитудного спектра сигнала

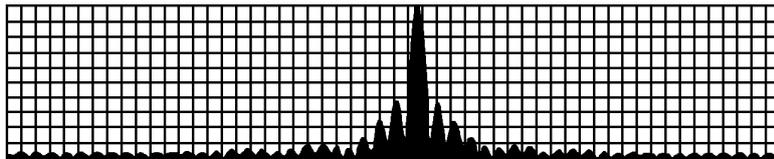


Рис. 3. Восстановленный амплитудный спектр сигнала

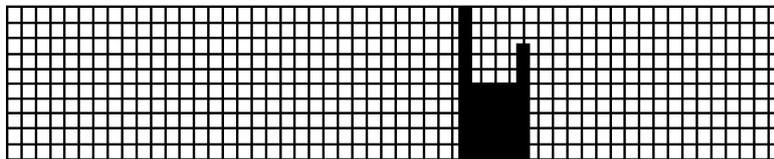


Рис. 4. Модуль восстановленного сигнала

Что же касается фазового спектра, то результаты его обработки не отличаются от результатов, приведенных в [1, 2, 3], поскольку предложенное в настоящей статье обобщение метода активного восстановления не предполагает изменения структуры алгоритма восстановления фазового спектра.

Таким образом, предложено и с помощью математической модели проиллюстрировано дальнейшее развитие ориентированного на задачи реального масштаба времени метода активного восстановления изображений применительно не только к фазовым, как ранее [1, 2, 3], но и к амплитудным искажениям пространственного спектра сигналов без наличия или формирования опорного источника сигнала в картинной плоскости цели.

1. Иргизов Р.С., Ковалев А.А., Никитин В.М. Активное восстановление когерентных изображений в условиях фазовых искажений сигналов // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. N 10, С. 1054–1060.
2. Иргизов Р.С., Ковалев А.А., Никитин В.М. Авторская заявка N 4947864 (22 053105) с приоритетом от 25.06.1991.
3. Ковалев А.А. Вариационный синтез сигналов в задаче активного восстановления изображений // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7. N 6. С. 780–785.

Военная академия ПВО  
им. Маршала Советского Союза Г.К. Жукова

Поступила в редакцию  
4 декабря 1995 г.

**A. A. Kovalev, Kh. M. Khassan. Active Image Restoration under Multiplicative Amplitudely - Phase Distortions of Signals Spatial Spectrum.**

The generalization of active image restoration method is proposed not only for the case of phase distortion of the signals spatial spectrum but for the amplitudely-phase distortions as well. The results obtained are illustrated by mathematical simulation.