

В.В. Носов

Отражательная способность малогабаритной оптики

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 18.08.2006 г.

Получены выражения для коэффициента отражения (отражательной способности) широко распространенной малогабаритной оптики (телекамеры, видеокамеры, фотоаппараты, бинокли и др.), в которой приемник выступает в роли отражателя. Установлена обобщенная формула Эйри, учитывающая набег фазы за счет искривления поверхностей. Показано, что основной вклад в коэффициент отражения малогабаритной оптики вносит передняя (входная) поверхность объектива. Эта поверхность обычно является границей «воздух – крон» с отражательной способностью около 4%. Коэффициент отражения такой оптики по форме совпадает с типичным начальным условием для гауссовского пучка. Показано, что плоская волна, падающая на малогабаритную оптику, отражается в виде сферической волны.

В связи с быстрым развитием оптических систем наблюдения становится интересным вопрос об отражательных свойствах самих наблюдающих устройств, когда фотоприемники рассматриваются как отражатели. В настоящей работе получены выражения для коэффициента отражения широко распространенной малогабаритной оптики (телекамеры, видеокамеры, фотоаппараты, бинокли и др.). Элементы такой оптики (объективы, окуляры, призмы и т.д.) обычно являются комбинацией крон-флинтовых стекол.

На основании результатов [1, 2] выполнен теоретический анализ выражений для коэффициента отражения реальных оптических систем, от которых возможно получение блика. Рассмотрены видимый диапазон и, как более интересная, ближняя ИК-область.

Дадим вначале некоторые определения и получим выражения для коэффициента отражения от одной границы раздела. Оценим значения коэффициента отражения от границы раздела типичных сред, используемых в традиционных оптических устройствах: «воздух – стекло» и «стекло – стекло». Затем рассмотрим выражения для коэффициента отражения многослойных сред. Такие среды содержат внутри себя много границ раздела. Получим численные оценки для коэффициента отражения широко распространенных оптических систем.

Известно, что если на границу двух однородных сред с разными оптическими свойствами падает оптическая волна, то она разделяется на две волны: проходящую во вторую среду (преломленную) и отраженную. Обозначим через θ_1 угол падения волны на границу раздела из первой среды (среды с номером 1, рис. 1). Угол падения – это угол между нормалью к фазовому фронту волны и нормалью к поверхности раздела. Плоскостью падения называется плоскость, проходящая через обе указанные нормали. Во второй среде волна распространяется под углом преломления θ_2 (углом между этими же нормалью, но в среде 2, рис. 1). Угол отражения лежит в плоскости падения и по величине равен углу

падения. Абсолютным показателем преломления n_k среды с номером k называется показатель преломления из вакуума в эту среду. Этот показатель равен отношению скорости света к фазовой скорости распространения волны в среде с номером k . Абсолютный показатель преломления n связан с диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями среды формулой Максвелла $n^2 = \epsilon\mu$. Для прозрачных сред магнитная проницаемость практически не отличается от единицы.

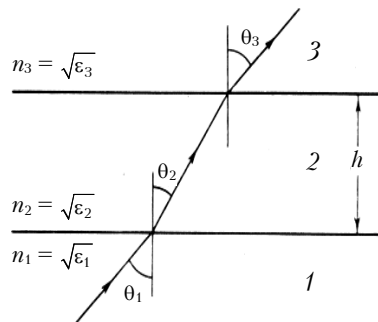


Рис. 1. Падение и преломление оптической волны на плоских границах раздела [2]

По законам геометрической оптики углы падения θ_1 и преломления θ_2 связаны законом преломления (или законом Снеллиуса): $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$, где n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления сред 1 и 2. Для небольших значений углов падения θ_1 (когда $\sin \theta_1 \approx \theta_1$) закон преломления упрощается: $n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$, при этом для многослойных сред $n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2 = \dots = n_k \theta_k$. Если $n_2 > n_1$, то говорят, что оптическая плотность второй среды больше оптической плотности первой. В этом случае из закона преломления имеем $\sin \theta_2 < \sin \theta_1$, так что для каждого угла падения θ_1 существует вещественный угол преломления θ_2 . Однако если вторая среда оптически менее плотна, чем первая ($n_2 < n_1$), то вещественное значение θ_2 мы получим лишь для таких углов падения

θ_1 , для которых $\sin\theta_1 < n_2/n_1$. Если, например, вторая среда – воздух или вакуум ($n_2 = 1$), а первая – стекло с типичным показателем преломления ($n_1 = 1,5$), то вещественное значение θ_2 получается для углов падения $\theta_1 \leq \theta_R = \arcsin(n_2/n_1) = 41,8^\circ$. Для больших значений углов θ_1 ($\theta_1 > \theta_R$) имеет место так называемое полное внутреннее отражение.

Рассмотрим выражения для коэффициента отражения от одной границы раздела. Электрический вектор поля падающей волны раскладывается на две компоненты: параллельную (индекс \parallel) и перпендикулярную (индекс \perp) плоскости падения. Тогда коэффициенты отражения по полю (для указанных двух компонент – соответственно r_{\parallel} и r_{\perp}) задаются формулами Френеля

$$r_{\parallel} = \frac{n_2 \cos\theta_1 - n_1 \cos\theta_2}{n_2 \cos\theta_1 + n_1 \cos\theta_2}, \quad r_{\perp} = \frac{n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2}. \quad (1)$$

В общем случае эти коэффициенты комплексны. Квадрат модуля коэффициента отражения является коэффициентом отражения по интенсивности излучения и обычно называется отражательной способностью. Следовательно, для каждой из двух компонент электрического вектора отражательные способности R_{\parallel} и R_{\perp} можно представить в виде $R_{\parallel} = |r_{\parallel}|^2$, $R_{\perp} = |r_{\perp}|^2$. Для нормального падения ($\theta_1 = \theta_2 = 0$) различие между параллельной и перпендикулярной компонентами исчезает, и из формул Френеля находим

$$R_{\parallel} = R_{\perp} = [(n_2 - n_1)/(n_2 + n_1)]^2. \quad (2)$$

Отсюда видно, что $R_{\parallel}, R_{\perp} \rightarrow 0$, когда $n_2 \rightarrow n_1$. Следовательно, чем меньше различие в оптической плотности обеих сред, тем меньше энергии уносится отраженной волной.

Используя закон преломления, формулы Френеля можно записать в другой форме:

$$r_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}(\theta_1 - \theta_2)}{\operatorname{tg}(\theta_1 + \theta_2)}, \quad r_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}. \quad (3)$$

Знаменатели в (3) конечны за исключением случая $\theta_1 + \theta_2 = \pi/2$. Тогда $\operatorname{tg}(\theta_1 + \theta_2) = \infty$ и, следовательно, $R_{\parallel} = 0$. В этом случае отраженный и преломленный лучи перпендикулярны друг другу, а из закона преломления вытекает (так как $\sin\theta_2 = \sin(\pi/2 - \theta_1) = \cos\theta_1$), что $\operatorname{tg}\theta_1 = n_2/n_1$. Угол, определяемый этим выражением, называется углом Брюстера, или углом полной поляризации. Если свет падает под этим углом, электрический вектор отраженной волны не имеет составляющей в плоскости падения ($R_{\parallel} = 0$).

На рис. 2 [2] показана зависимость отражательной способности границы раздела «воздух – типичное стекло» ($n_1 = 1, n_2 = 1,52$) от угла падения θ_1 (θ_2 – угол преломления). Нулевое значение R_{\parallel} на кривой 3 соответствует углу Брюстера $\theta_B = \operatorname{arctg}(1,52) = 56^\circ 40'$.

Если электрический вектор падающей волны образует с плоскостью падения угол α , то полная отражательная способность R границы раздела легко выражается через отражательные способности взаимно перпендикулярных компонент:

$$R = R_{\parallel} \cos^2\alpha + R_{\perp} \sin^2\alpha. \quad (4)$$

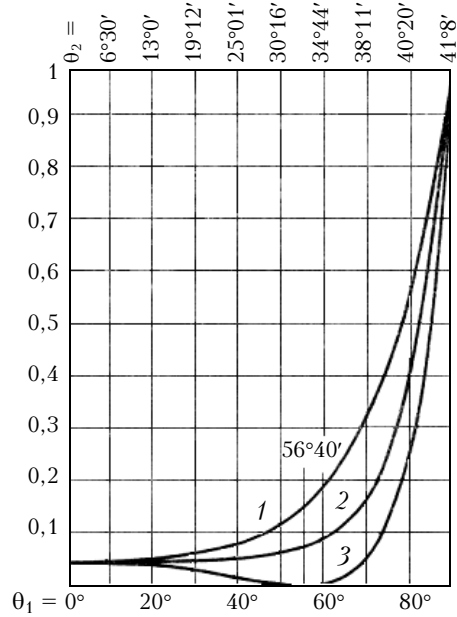


Рис. 2. Зависимость отражательной способности R стекла с показателем преломления 1,52 от угла падения θ_1 : 1 – R_{\perp} ; 2 – $R = (R_{\parallel} + R_{\perp})/2$; 3 – R_{\parallel}

Для естественного света, испускаемого нагретым телом, а также для лазерного излучения, которое обычно неполяризовано, направление колебаний в волне быстро изменяется беспорядочным, случайным образом. Соответствующую полную отражательную способность R можно получить путем усреднения по всем направлениям. Так как средние значения $\cos^2\alpha$ и $\sin^2\alpha$ равны $1/2$, то из (4) получаем $R = (R_{\parallel} + R_{\perp})/2$. Зависимость полной отражательной способности стекла от угла падения также приведена на рис. 2 (кривая 2). Как видно, полная отражательная способность стекла практически не зависит от угла падения на значительном интервале углов θ_1 ($R = 0,04$ в интервале от 0 до $40-50^\circ$). Этот интервал углов падения достаточен для оценок коэффициента отражения реальных оптических систем. Значения углов θ_1 больше $40-50^\circ$ можно не рассматривать вследствие равенства угла отражения углу падения (падение волны становится все более скользким). Данные рис. 2 позволяют оценить отражательную способность R одной границы раздела типичных сред. Для этого нужно использовать формулу (2) при конкретных значениях показателя преломления.

В таблице [3] и на рис. 3 [2] приведены значения показателя преломления различных оптических

Показатель преломления n оптических материалов в ближней ИК-области (для длин волн оптического излучения $\lambda = 0,80 \pm 1,1$ мкм)

Материал	n
Стекло:	
кроновое	1,46–1,61
флинтовое	1,61–1,73
кварцевое	1,449–1,452
Кристаллический кварц	1,53–1,54
Электрооптические материалы	1,51–1,52
Исландский шпат	1,64–1,65
Оптические кристаллы	1,4–2,4

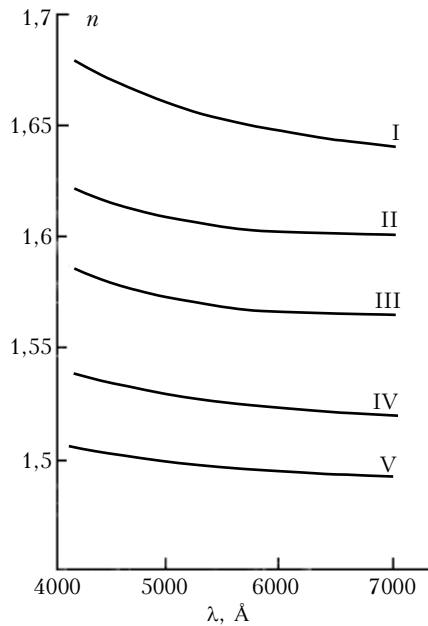


Рис. 3. Типичные дисперсионные кривые для стекол различных сортов: I – тяжелый флинт; II – тяжелый бариевый крон; III – легкий флинт; IV – тяжелый крон; V – боросиликатный крон

материалов в ближней ИК-области ($\lambda = 0,80 \div 1,1$ мкм). Имеющаяся у показателя преломления дисперсионная зависимость от длины волны, как видно из рис. 3, для обычно применяемых на практике широкополосных оптических приемников является слабой. В традиционных оптических устройствах наиболее широко используются кроновые и флинтовые стекла. Как следует из таблицы, показатель преломления у кроновых стекол в среднем меньше, чем у флинтовых. Среднее значение показателя преломления у кроновых стекол равно 1,53, у флинтовых – 1,67. Поэтому средняя отражающая способность R границы «воздух – стекло» для кроновых стекол составляет 4,4%, а для флинтовых – 6,3% (соответственно минимальная – 3,5 и 5,5%, максимальная – 5,5 и 7,2%). Отражающая способность границы «средний крон – средний флинт» равна 0,19%, «минимальный крон – максимальный крон» (или «минимальный крон – минимальный флинт») – 0,24%, «минимальный крон – максимальный флинт» – 0,72%. Хорошо видно, что отражающая способность границы «воздух – стекло» существенно выше, чем границы «стекло – стекло». Флинтные стекла являются в среднем более дорогими, чем кроновые. Поэтому в производстве распространенных оптических устройств флинт часто заменяют на крон.

Далее получим выражения для коэффициента отражения от многослойных сред. Такие среды содержат внутри себя много границ раздела и применяются в традиционных оптических системах. На практике наиболее широко распространены преломляющие оптические системы (рефракторы). Отражающие системы (рефлекторы) употребляются обычно в специализированных устройствах (например, в зеркальных телескопах) и встречаются реже.

Традиционные оптические системы обычно включают в себя: объективы, окуляры, конденсоры, призмы, делительные пластинки, диафрагмы и др. В свою очередь сами эти элементы часто являются составными. Например, объективы, как правило, изготавливаются в виде систем собирающих и рассеивающих линз. На рис. 4 и 5 приведены схемы изготовления наиболее типичных объективов [2].

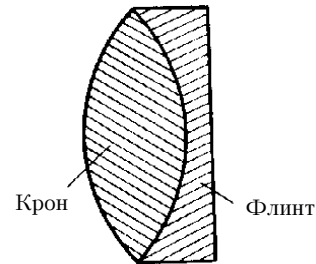


Рис. 4. Объектив – склеенный ахроматический дублет

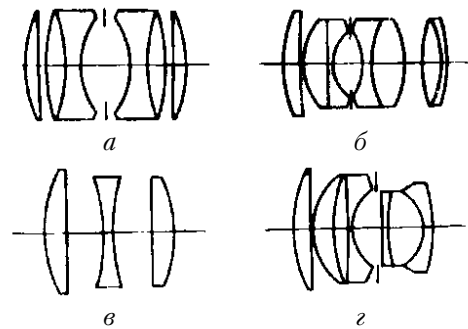


Рис. 5. Типы объективов: а – объектив Планар; б – биотар Цейса; в – триплет Кука; г – объектив Зоннар

Для повышения качества объектива специальным образом уменьшается его полная отражательная способность. Обычно это достигается напылением на входную поверхность тонких диэлектрических пленок (просветление оптики) или выбором нужной комбинации линз (часто не тонких), изготовленных из стекол с различными показателями преломления. Общее правило уменьшения отражательной способности объектива заключается в уменьшении резких скачков показателя преломления при переходе от передней границы объектива к его задней границе. Обе эти границы обычно контактируют с воздухом.

Скачок показателя преломления внутри объектива уменьшается, когда показатель преломления передней и задней линз меньше, чем у центральных линз. Поэтому передние и задние линзы часто изготавливаются из кроновых стекол, а центральные – из флинтных. В простых объективах (см. рис. 4) задние линзы могут отсутствовать. Элементы объектива, как правило, склеиваются специальным прозрачным клеем. Этим достигается устранение воздушных промежутков между ними. Объективы, в которых линзы разделены воздушным промежутком, имеют большую отражательную способность и, следовательно, более низкое качество (по отражению). Такие объективы применяются в случае, когда за счет разнесения линз достигается расширение поля зрения

или устраняются некоторые aberrации. Эти объективы обычно более специализированы по сравнению с традиционными и реже используются.

Характеристики отражения волн от сред, содержащих внутри себя много границ раздела, можно получить на основе результатов теории распространения волн в слоистых средах [1]. В этой теории обычно пользуются понятием импеданса среды (по определению, импеданс — это волновое сопротивление, являющееся отношением тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей). Так, если электрический вектор поля падающей волны перпендикулярен плоскости падения (индекс \perp), то импеданс Z_k среды с номером k дается выражением $Z_{k\perp} = 1/(n_k \cos \theta_k)$, θ_k — угол в k -среде (см. рис. 6, где $k = n$).

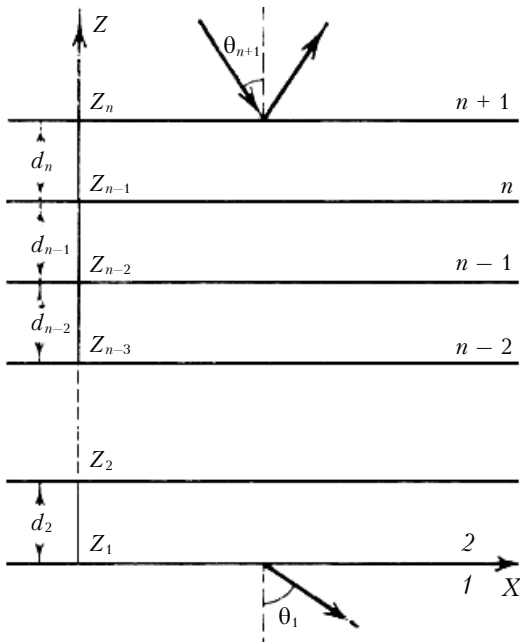


Рис. 6. Схема отражений и преломлений в системе плоских слоев

Если же электрический вектор параллелен плоскости падения (индекс \parallel), то $Z_{k\parallel} = \cos \theta_k / n_k$. При этом коэффициент отражения по полю границы раздела между средами с номерами $k+1$ и k (падение волны из среды $k+1$ в среду k) можно представить в виде

$$r_{k,k+1} = (Z_k - Z_{k+1}) / (Z_k + Z_{k+1}). \quad (5)$$

Полагая в (5) $k = 1$ (падение волны из среды 2 в среду 1), подставляя в это равенство указанные выражения для импедансов $Z_{k\perp}$ и $Z_{k\parallel}$ и учитывая противоположную нумерацию слоев на рис. 1 и рис. 6, получаем формулы Френеля (1), в которых $r = r_{1,2}$.

Понятие импеданса позволяет значительно упростить выражения, получающиеся для коэффициента отражения системы плоских слоев. Так, если имеется один отражающий слой ($n = 2$ на рис. 6; в общем случае $n+1$ — число всех сред, n — число границ раздела, $n-1$ — число отражающих слоев, среды 1 и $n+1$ простираются до бесконечности), то его коэффициент отражения по полю r_1^L выражается

через импеданс Z_3 и входной импеданс одного слоя $Z_{in}^{(2)}$:

$$r_1^L = \frac{Z_{in}^{(2)} - Z_3}{Z_{in}^{(2)} + Z_3}; \quad Z_{in}^{(2)} = \frac{Z_1 - iZ_2 \operatorname{tg} \beta_2}{Z_2 - iZ_1 \operatorname{tg} \beta_2} Z_2.$$

Здесь $\beta_2 = k_0 n_2 d_2 \cos \theta_2$, где $k_0 = 2\pi/\lambda$ — волновое число в вакууме; d_2 — толщина слоя (толщина второй среды, см. рис. 6); n_2 и θ_2 — показатель преломления и угол в среде 2. В случае, когда показатели преломления сред 1, 2 одинаковы ($Z_1 = Z_2$, $Z_{in}^{(2)} = Z_2$), слой, задаваемый средой 2, можно считать отсутствующим. Отсюда, в соответствии с определением (5), следует, что $r_1^L = r_{2,3}$, т.е. коэффициент отражения отсутствующего слоя совпадает с коэффициентом отражения одной границы. Уменьшая число границ на единицу ($n = 1$) и обозначая через r_0^L коэффициент отражения нулевого числа слоев, имеем $r_0^L = r_{1,2}$.

Коэффициент отражения от $n-1$ слоев r_{n-1}^L выражается через импеданс Z_{n+1} и входной импеданс $n-1$ слоев $Z_{in}^{(n)}$:

$$r_{n-1}^L = \frac{Z_{in}^{(n)} - Z_{n+1}}{Z_{in}^{(n)} + Z_{n+1}}; \quad Z_{in}^{(n)} = \frac{Z_{in}^{(n-1)} - iZ_n \operatorname{tg} \beta_n}{Z_n - iZ_{in}^{(n-1)} \operatorname{tg} \beta_n} Z_n, \quad (6)$$

где $\beta_n = k_0 n_n d_n \cos \theta_n$. По форме выражение (6) для коэффициента отражения $n-1$ слоев r_{n-1}^L совпадает с выражением (5) для коэффициента отражения границы $r_{n,n+1}$ между средами n и $n+1$, если в (5) импеданс Z_n заменить на входной импеданс $Z_{in}^{(n)}$. Применяя в формулах (6) равенство, следующее из определения tg , и учитывая (5), окончательно получаем

$$r_{n-1}^L = \frac{r_{n,n+1} + r_{n-2}^L \exp(i2\beta_n)}{1 + r_{n,n+1} r_{n-2}^L \exp(i2\beta_n)}. \quad (7)$$

Формула (7) называется формулой Эйри. Она является рекуррентным соотношением, позволяющим при известном коэффициенте отражения границы раздела между $n+1$ и n средами ($r_{n,n+1}$) выразить коэффициент отражения $n-1$ слоев (r_{n-1}^L) через коэффициент отражения меньшего на единицу количества слоев ($n-2$ слоев, r_{n-2}^L). К формуле Эйри следует присоединить начальное условие $r_0^L = r_{1,2}$, что соответствует $r_{-1}^L = 0$.

Отражательная способность системы $n-1$ слоев R_{n-1}^L (или коэффициент отражения по интенсивности), так же как и для одной границы, является квадратом модуля коэффициента отражения по полю. На основании формулы Эйри найдем отражательную способность одного слоя R_1^L . Полагая в (7) $n = 2$ и учитывая, что $r_0^L = r_{1,2}$, имеем

$$R_1^L = \frac{r_{1,2}^2 + r_{2,3}^2 + 2r_{1,2}r_{2,3} \cos(2\beta_2)}{1 + r_{1,2}^2 r_{2,3}^2 + 2r_{1,2}r_{2,3} \cos(2\beta_2)}. \quad (8)$$

Это соотношение соответствует какой-то одной составляющей электрического вектора поля (либо \perp , либо \parallel). Выбор конкретной составляющей определяется конкретным значением импедансов (либо $Z_{k\perp}$, либо $Z_{k\parallel}$).

Из выражения (8) виден осциллирующий характер отражательной способности слоя при изменении параметра $\beta_2 = k_0 n_2 d_2 \cos \theta_2$. Она является периодической функцией толщины слоя. Это явление подтверждено экспериментально и лежит в основе просветления оптики.

На рис. 7 [2] показана отражательная способность диэлектрической пленки (один слой с показателем преломления n_2 и толщиной $h = d_2$) в зависимости от ее оптической толщины $n_2 h$ при нормальном падении ($\theta_3 = \theta_2 = \theta_1 = 0$). Волна падает из воздуха, проходит через пленку и попадает в стекло с показателем преломления 1,5 (в соответствии с нумерацией, принятой на рис. 6, $n_3 = 1$, $n_1 = 1,5$).

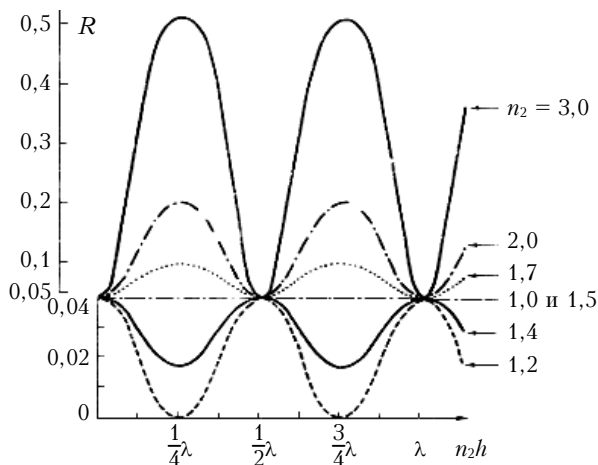


Рис. 7. Отражательная способность ($R = R_{\perp}^L$) диэлектрической пленки с показателем преломления n_2 как функция ее оптической толщины $n_2 h$: $\theta_3 = 0$, $n_3 = 1$, $n_1 = 1,5$

Из рис. 7 видно, что для пленки с оптической толщиной, равной $\lambda/4$, $3\lambda/4$, $5\lambda/4$, ..., отражательная способность достигает максимума или минимума в зависимости от того, превышает показатель преломления пленки показатель преломления последней среды или он меньше его. Для пленки с оптической толщиной, равной $\lambda/2$, $2\lambda/2$, $3\lambda/2$, ..., справедливо обратное. Четвертьволновая пленка (с $n_2 < n_1$) обычно используется в качестве просветляющей. На рис. 8 [1] приведена зависимость от длины волны (при нормальном падении, последняя среда — плоское стекло) отражательной способности типичных многослойных просветляющих покрытий. Как следует из рис. 8, отражательная способность просветляющих покрытий в видимом диапазоне ($\lambda = 0,45 \div 0,6$ мкм) минимальна. При переходе в ближнюю ИК-область ($\lambda > 0,6$ мкм) она растет (просветление исчезает). Однако даже при полной потере просветления отражательная способность на границе ИК-области ($\lambda = 0,7$ мкм) не превышает 4%. Наибольшее отражение хороших (двух- и трехслойных) просветляющих покрытий наблюдается на границе с УФ-областью ($\lambda < 0,43$ мкм). Поэтому, например, объективы качественных просветленных фотоаппаратов имеют фиолетовый оттенок.

Покажем, как можно использовать формулу Эйри (7) для простых оценок отражательной способности многослойных сред, содержащихся в традиционных

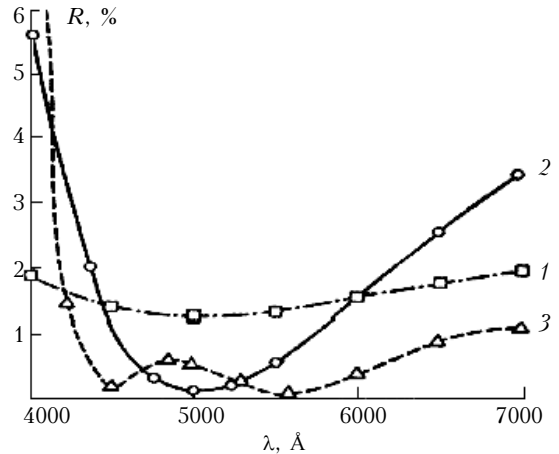


Рис. 8. Отражательная способность (коэффициент отражения по интенсивности) типичных просветляющих покрытий: 1, 2, 3 — одно-, двух-, трехслойное покрытие

оптических системах. Учитывая, что отражательная способность границ раздела «воздух — стекло» и «стекло — стекло», как было показано выше, составляет несколько процентов, а величина $r_{n-2}^L \exp(i2\beta_n)$ по модулю не превышает единицы, в формуле (7) знаменатель можно разложить в ряд по степеням величины $r_{n,n+1} r_{n-2}^L \exp(i2\beta_n)$. Ограничиваясь только первым членом разложения, получаем

$$r_{n-1}^L = r_{n,n+1} + r_{n-2}^L \exp(i2\beta_n) + O(r_{n-2}^L r_{n,n+1}^2) + O(r_{n,n+1} r_{n-2}^L^2). \quad (9)$$

Опускаемые слагаемые $O(r_{n,n+1} r_{n-2}^L^2)$ в (9), при $|r_{n-2}^L| \rightarrow 1$, могут иметь порядок первого удерживаемого в (9) члена $r_{n,n+1}$. В этом случае, однако, как видно из (9), величина $r_{n,n+1}$ сама играет роль малой поправки. Следовательно, слагаемые $O(r_{n,n+1} r_{n-2}^L^2)$ можно не учитывать.

Оценим отражательную способность реальных оптических систем на примере типичной модельной системы, содержащей объектив и окуляр. Рассматривая такую модельную систему, можно получить представление о характерных особенностях отражения, наблюдающихся во многих оптических устройствах.

Система, состоящая из объектива и окуляра, имеет минимум четыре отражающих слоя. Например, первые два слоя — объектив типа ахроматического дублета (см. рис. 4), третий — воздушный промежуток и четвертый — окуляр. В соответствии с рис. 4 показателем преломления первого слоя будем считать среднее значение показателя преломления для кроновых стекол (1,53), второго слоя — среднее значение для флинтových стекол (1,67). Четвертый слой (окуляр) будем считать кроном (1,53). Воздушные среды имеют единичный показатель преломления. В качестве толщин слоев (величины d_n в параметре $\beta_n = k_0 n_n d_n \cos \theta_n$) возьмем их типичные значения: $d_5 = 1$ см (крон в объективе), $d_4 = 2$ см (флинт в объективе), $d_3 = 15$ см (расстояние между объективом и окуляром), $d_2 = 1$ см (крон в окуляре).

Положим в (9) $n = 5$, что соответствует четырем отражающим слоям, пяти отражающим границам и шести средам. Среда, откуда падает излучение, — воздух. Согласно рис. 6 она имеет номер 6. Применяя последовательно рекуррентное соотношение (9) и учитывая, что $r_0^L = r_{1,2}$, имеем

$$r_4^L = r_{5,6} + r_{4,5} \exp[i2\beta_5] + r_{3,4} \exp[i2(\beta_4 + \beta_5)] + r_{2,3} \exp[i2(\beta_3 + \beta_4 + \beta_5)] + r_{1,2} \exp[i2(\beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \beta_5)]. \quad (10)$$

Таким образом, коэффициент отражения по полю для четырех отражающих плоских слоев выражается в виде суммы (умноженных на осциллирующие множители) коэффициентов отражения пяти границ раздела. Отражательная способность такой четырехслойной среды R_4^L (для какой-то одной из составляющих \perp, \parallel) в соответствии с формулой (10) записывается следующим образом:

$$R_4^L = R_{5,6} + R_{4,5} + R_{3,4} + R_{2,3} + R_{1,2} + 2A; \quad (11)$$

$$A = r_{5,6} r_{4,5} \cos(2\beta_5) + r_{4,5} r_{3,4} \cos(2\beta_4) + r_{3,4} r_{2,3} \cos(2\beta_3) + r_{2,3} r_{1,2} \cos(2\beta_2) + r_{5,6} r_{3,4} \cos[2(\beta_5 + \beta_4)] + r_{4,5} r_{2,3} \cos[2(\beta_4 + \beta_3)] + r_{3,4} r_{1,2} \cos[2(\beta_3 + \beta_2)] + r_{5,6} r_{2,3} \cos[2(\beta_5 + \beta_4 + \beta_3)] + r_{4,5} r_{1,2} \cos[2(\beta_4 + \beta_3 + \beta_2)] + r_{5,6} r_{1,2} \cos[2(\beta_5 + \beta_4 + \beta_3 + \beta_2)].$$

Здесь мы учли, что в отсутствие полного внутреннего отражения (когда величины углов θ_k , $k = 1, \dots, 6$, находятся обычно в интервале $0-40^\circ$) значения коэффициентов отражения границ раздела непоглощающих сред вещественны.

На рис. 9 и 10 показана рассчитанная по формуле (11) полная отражательная способность рассматриваемой модельной оптической системы в ближнем ИК-диапазоне.

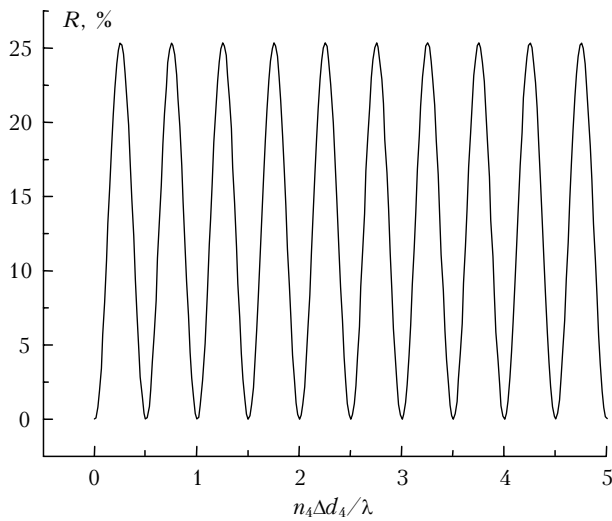


Рис. 9. Отражательная способность модельной оптической системы при нормальном падении: $\lambda = 1$ мкм; $n_6 = n_3 = n_1 = 1$, $n_5 = n_2 = 1,53$, $n_4 = 1,67$; $d_2 = d_5 = 1$ см, $d_3 = 15$ см, $d_4 = 2$ см; Δd_4 — отклонение толщины четвертого слоя d_4

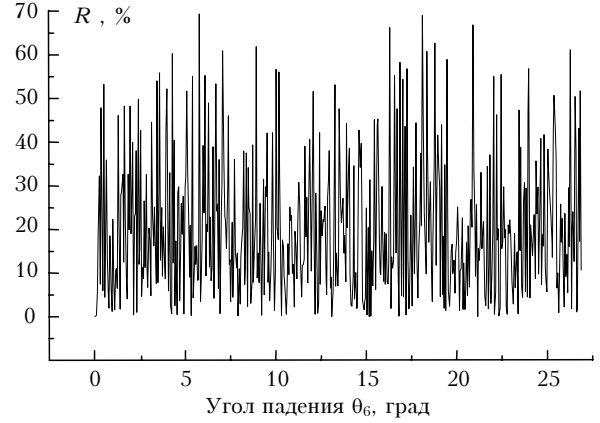


Рис. 10. Зависимость отражательной способности модельной оптической системы от угла падения θ_6 : $\lambda = 1$ мкм; $n_6 = n_3 = n_1 = 1$, $n_5 = n_2 = 1,53$, $n_4 = 1,67$; $d_2 = d_5 = 1$ см, $d_3 = 15$ см, $d_4 = 2$ см

Рис. 9 соответствует изменению оптической толщины среды с номером 4 (флинт, Δd_4 — отклонение толщины слоя от начальной) при нормальном падении ($\theta_k = 0$, $k = 1, \dots, 6$), рис. 10 — изменению только входного угла падения θ_6 (все остальные углы также изменяются, поскольку связаны с углом θ_6 законом преломления).

Из рис. 9 следует, что для приращения оптической толщины флинтowego стекла ($n_4 \Delta d_4$), равного $\lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4, \dots$, отражательная способность всей многослойной системы имеет максимум, а для приращения, равного $\lambda/2, 2\lambda/2, 3\lambda/2, \dots$, — минимум (просветление). Этот результат согласуется с поведением отражательной способности одного слоя при изменении его оптической толщины, в случае когда показатель преломления слоя превышает показатели преломления других сред (см. рис. 7). Зависимость отражательной способности многослойной оптической системы от угла падения (см. рис. 10) является более сложной. Это связано с нелинейным изменением параметров β_n (при увеличении углов θ_n) в формуле (11).

Как видно из рис. 9, 10, коэффициент отражения многослойной оптической системы осциллирует на оптических частотах (частоты велики из-за большой величины волнового числа k_0). Поэтому медленное изменение со временем входного угла падения θ_6 (например, вследствие поворота всей системы с некоторой угловой скоростью ω) приводит к быстрому изменению параметров β_n в формуле (11).

Усредним выражение (11) по времени за временной интервал T . Это соответствует, например, усреднению фотоприемником принимаемой отраженной энергии. Если $\theta_6 = \omega t$, где t — время, то усреднение первого слагаемого в величине A в (11) при $T\omega\alpha_5 \gg 1$ дает

$$\frac{1}{T} \int_0^T dt \cos[2\beta_5(t)] = \cos(2\alpha_5 + \pi/4) \frac{\sqrt{\pi}/2}{T\omega\alpha_5}, \quad \alpha_5 = k_0 n_5 d_5.$$

Аналогичный результат получается при усреднении и других слагаемых в A . Для $\lambda = 1$ мкм, $d_5 = 1$ см,

$n_5 = 1,53$ неравенство $T\omega\alpha_5 \gg 1$ можно записать в виде $\omega \gg 10^{-5}/T$. Если за интервал усреднения выбрать постоянную инерции глаза $T = 1/25$ с, то при естественном наблюдении отражателя глазом (в видимом диапазоне – непосредственно, в ИК-диапазоне – на экране дисплея) указанное неравенство выполняется, когда относительная угловая скорость поворота системы «глаз – отражатель» ω превышает несколько угловых минут в секунду. В этом случае осциллирующие слагаемые в формуле (11) малы, ими можно пренебречь и положить $A = 0$. Тогда средняя полная отражательная способность $\langle R_4^L \rangle$ четырехслойной плоской системы приближенно равна сумме полных отражательных способностей границ раздела:

$$\langle R_4^L \rangle = R_{5,6} + R_{4,5} + R_{3,4} + R_{2,3} + R_{1,2}. \quad (12)$$

Для рассмотренной модельной системы численное значение $\langle R_4^L \rangle$ составляет 19,6% ($R_{5,6} = R_{2,3} = R_{1,2} = 4,39\%$, $R_{4,5} = 0,19\%$, $R_{3,4} = 6,29\%$). Следовательно, при указанной выше скорости поворота ω глаз не разрешает вариаций уровня отраженной энергии и тогда величина этой энергии для глаза постоянна и равна 19,6% от падающей на многослойную систему. При более медленном повороте глаз будет различать изменения в уровне отраженной энергии в виде переменного блеска отражателя. При этом, как видно из рис. 10, коэффициент отражения R может достигать 70%.

Ясно, что для системы с произвольным числом слоев будем иметь формулы, аналогичные соотношениям (11), (12). Поэтому усредненная отражательная способность любой многослойной системы плоских слоев приближенно равна сумме полных отражательных способностей всех границ раздела.

Приведенные результаты соответствуют системе плоских слоев. В реальных оптических системах, однако, слои можно считать плоскими, когда имеем дело с достаточно крупной оптикой с большими (в среднем) фокусными расстояниями. В более распространенных малогабаритных оптических устройствах радиусы кривизны поверхностей раздела невелики, а сами поверхности имеют форму, близкую к сферической.

В целом, вопрос влияния кривизны границ раздела достаточно сложен и сводится к решению соответствующих уравнений, описывающих дифракцию волн в системе вложенных сред. Однако в интересующем нас случае, когда отражательные способности границ раздела невелики, учет влияния их кривизны можно произвести стандартным путем, выполнив вычисления, аналогичные сделанным в [1, 2].

Задав поле, падающее на многослойную систему, в виде плоской волны, найдем поле, отраженное от некоторой конкретно выбранной границы раздела и прошедшее через нее. Отраженное поле затем считается начальным и пересчитывается в обратном направлении. В [1] показано, что если на плоскую поверхность раздела падает сферическая волна, то коэффициент отражения практически не изменяется и задается формулами Френеля. Это означает, что для небольшого участка искривленной поверхности коэффициент отражения сохраняется. Локально он

будет таким же, как и для плоской границы. Однако в отличие от плоской границы коэффициент отражения поверхности, близкой к сферической, имеет фазовый множитель, учитывающий набег фазы за счет искривления поверхности. Так, если $\rho = (x, y)$ – поперечные координаты и $u_0(\rho)$ – поле, падающее на границу раздела $k + 1 \rightarrow k$ (падение волны из среды $k + 1$ в среду k), то поле волны, прошедшей через границу и отраженной от нее, представляется как

$$u_0(\rho)w_{k,k+1} \exp\left\{-\frac{ik_0\rho^2}{2f_{k,k+1}}\right\}; \quad F_{k,k+1}^T = \frac{F_{k,k+1}}{n_{k+1} - n_k};$$

$$F_{k,k+1}^R = \frac{F_{k,k+1}}{2n_{k+1}}. \quad (13)$$

Здесь $f = F^R$, $w = r$ – для отраженной волны; $f = F^T$, $w = 1 + r$ – для прошедшей волны (из-за скачка фазы на π , возникающего при отражении [1], полевые коэффициенты отражения r и прозрачности t связаны соотношениями $t = 1 + r$); $r = r_{k,k+1}$ – коэффициент отражения от плоской поверхности; $F_{k,k+1}$ – радиус кривизны поверхности; n_{k+1} , n_k – показатели преломления сред $k + 1$ и k . Если поверхность раздела собирающая (выпуклость направлена к источнику), то $F_{k,k+1}$ следует считать отрицательной, если рассеивающая (выпуклость направлена по ходу волны) – то положительной. Для плоской поверхности $F_{k,k+1} = \infty$. При изменении направления распространения волны на противоположное собирающая поверхность становится рассеивающей и радиус кривизны изменяет свой знак, т.е. $F_{k,k+1} = -F_{k+1,k}$. Разность $n_{k+1} - n_k$ тоже изменит свой знак, поэтому $F_{k,k+1}^T = F_{k+1,k}^T$.

Из представлений (13) следует, что при распространении плоской волны ($u_0(\rho) = u_0 = \text{const}$) из менее плотной в более плотную среду ($n_{k+1} < n_k$) происходят фокусировка для собирающей границы раздела ($F_{k,k+1} < 0$, $F_{k,k+1}^T > 0$) и расфокусировка – для рассеивающей границы ($F_{k,k+1} > 0$, $F_{k,k+1}^T < 0$). Для отраженной волны, наоборот, собирающая поверхность дает расфокусировку ($F_{k,k+1} < 0$, $F_{k,k+1}^R < 0$), а рассеивающая фокусирует ($F_{k,k+1} > 0$, $F_{k,k+1}^R > 0$).

Учет выражений (13) при вычислении отраженного от каждой границы поля показывает, что справедлива формула Эйри (10). Для четырехслойной среды ее можно записать в виде

$$r_4^L = a_{5,6}r_{5,6} + a_{4,5}r_{4,5} \exp[i2\beta_5] +$$

$$+ a_{3,4}r_{3,4} \exp[i2(\beta_4 + \beta_5)] +$$

$$+ a_{2,3}r_{2,3} \exp[i2(\beta_3 + \beta_4 + \beta_5)] +$$

$$+ a_{1,2}r_{1,2} \exp[i2(\beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \beta_5)]. \quad (14)$$

Здесь, как и в (10), $r_{k,k+1}$ – коэффициент отражения от плоской поверхности; $\beta_k = k_0 n_k d_k \cos\theta_k$; $a_{k,k+1}$ – коэффициент, учитывающий кривизну поверхности.

В общем случае коэффициенты $a_{k,k+1}$ зависят от толщин слоев и радиусов кривизны поверхностей, которые падающая волна прошла в прямом и обратном

направлениях (до и от границы $k + 1 \rightarrow k$). В традиционной малогабаритной отражающей оптике толщины слоев в объективах обычно значительно меньше радиусов кривизны их границ. Это позволяет существенно упростить выражения для коэффициентов $a_{k,k+1}$. Для многослойной системы, содержащей N границ раздела, выразив радиусы кривизны всех поверхностей раздела через радиус кривизны входной поверхности $F_{N,N+1}$, получим

$$a_{k,k+1} = \exp\left\{-\frac{ik_0\rho^2 v_{k,k+1}}{F_{N,N+1}}\right\}, \quad 1 \leq k \leq N, \\ F_{k,k+1} = m_{k,k+1} F_{N,N+1}, \quad m_{N,N+1} = 1, \quad (15)$$

где величины $v_{k,k+1}$ рассчитываются с помощью рекуррентного соотношения

$$v_{k-1,k} = v_{k,k+1} + n_k \left(\frac{1}{m_{k-1,k}} - \frac{1}{m_{k,k+1}} \right), \\ v_{N,N+1} = n_{N+1}, \quad 2 \leq k \leq N. \quad (16)$$

При этом эффективное фокусное расстояние F_j^S подсистемы, которая содержит j границ раздела (отсчитывая j от входной границы $N + 1 \rightarrow N$), также зависит от величин $v_{k,k+1}$:

$$F_j^S = F_{N,N+1} / [v_{S,S+1} - n_S / m_{S,S+1}], \\ S = N + 1 - j, \quad 1 \leq j \leq N. \quad (17)$$

Фокусное расстояние F_j^S положительно для фокусирующей подсистемы, и наоборот.

Оценим значения параметров $v_{k,k+1}$ [и, следовательно, коэффициентов $a_{k,k+1}$ в (14)], соответствующих объективу в рассматриваемой модельной системе. Для этого необходимо знать радиусы кривизны поверхностей раздела. Как видно из рис. 4 и 5, передняя поверхность в объективах (входная граница $N + 1 \rightarrow N$, $N = 5$, $F_{5,6}$) является собирающей, задняя — обычно рассеивающей. Передний слой (с номером N) представляет собой, как правило, симметричную двояковыпуклую линзу. Поэтому можно считать, что $F_{4,5} = -F_{5,6}$ (т.е. $m_{4,5} = -1$). Тогда $v_{5,6} = n_6 = 1$, $v_{4,5} = n_6 + n_5 (1/m_{4,5} - 1) = n_6 - 2n_5 = -2,06$, где мы использовали конкретные значения показателей преломления слоев, принятые в модельной системе. Так как объектив в системе состоит из двух слоев (содержит три границы), то его эффективное фокусное расстояние F_3^S согласно (17) представляется в виде

$$F_3^S = F_{5,6} / B, \quad B = n_6 + n_5 (1/m_{4,5} - 1) + \\ + n_4 (1/m_{3,4} - 1/m_{4,5}) - n_3 / m_{3,4}.$$

Это выражение, при известных значениях $m_{4,5}$ и B , можно применить для нахождения величины $m_{3,4}$ (и, следовательно, радиуса кривизны задней поверхности объектива $F_{3,4} = m_{3,4} F_{5,6}$). Подставив полученное выражение для $m_{3,4}$ в определение $v_{3,4}$, имеем

$$v_{3,4} = [Bn_4 - n_3(n_6 - 2n_5 + n_4)] / (n_4 - n_3).$$

Объектив является фокусирующей подсистемой, поэтому $F_3^S > 0$. Следовательно, при $F_{5,6} < 0$ (вход-

ная поверхность собирающая) должно быть $B < 0$. В распространенных оптических системах фокусные расстояния объективов обычно меньше радиуса кривизны передней поверхности ($F_3^S < |F_{5,6}|$, $|B| \geq 1$) и значительно меньше для систем с окуляром ($|B| \gg 1$). Расчет величины $v_{3,4}$ (для принятых значений показателей преломления) показывает, что при $B = -1, -2, -5, -10$ величина $v_{3,4}$ равна соответственно $v_{3,4} = -1,9, -4,4, -11,9, -24,3$.

С учетом полученных значений $v_{5,6}, v_{4,5}, v_{3,4}$ рассмотрим теперь относительный вклад каждого из слагаемых в коэффициент отражения четырехслойной среды (14). В области, где сформировалась диаграмма направленности многослойного отражателя (на расстоянии перед входным зрачком отражателя, существенно превышающем как длину самого отражателя, так и наибольший радиус кривизны из всех имеющихся в отражателе), получаем

$$|a_{4,5}/a_{5,6}| = |v_{5,6}/v_{4,5}| = 0,48; \\ |a_{3,4}/a_{5,6}| = |v_{5,6}/v_{3,4}| = 0,52 \div 0,04.$$

Для отражательной способности, являющейся квадратом коэффициента отражения по полю, вклад второго слагаемого в (14) (за счет коэффициентов $a_{k,k+1}$) составит 23% от первого, а третьего $27 \div 0,16\%$ от первого. Следовательно, главный вклад в коэффициент отражения объектива приходится на переднюю поверхность раздела. Это явление, в отличие от системы плоских слоев (12), обусловлено влиянием кривизны границ раздела.

Как показывает аналогичный анализ, более глубоко расположенные границы раздела ($F_{2,3}, F_{1,2}$) вносят еще менее заметный относительный вклад в отражательную способность. Например, при $B = -2$, $m_{2,3} = -m_{3,4}/2$, $m_{1,2} = -m_{2,3}$ имеем

$$|a_{2,3}/a_{5,6}|^2 = 12,7\%, \quad |a_{1,2}/a_{5,6}|^2 = 0,7\%.$$

Кроме того, отраженная от глубоко расположенных поверхностей волна подвергается виньетированию (срезание части пучка цилиндрической оправой оптики). Вследствие этого коэффициент отражения таких поверхностей дополнительно уменьшается. Применение на объективах защитных бленд усиливает виньетирование всех отражающих границ.

С учетом основного вклада входной поверхности из соотношений (14), (15) получаем приближенное выражение для коэффициента отражения малогабаритной оптики $r(\rho)$

$$r(\rho) = u_r \exp\left\{-\frac{\rho^2}{2a_r^2} - \frac{ik_0\rho^2}{2F_r}\right\}, \quad u_r = r_{N,N+1},$$

$$F_r = F_{N,N+1}/2 < 0, \quad (18)$$

где u_r, F_r, a_r — параметры отражателя: коэффициент отражения, фокусное расстояние и радиус; $r_{N,N+1}$ и $F_{N,N+1}$ — коэффициент отражения и радиус кривизны входной собирающей поверхности объектива. Коэффициент отражения (18) по форме совпадает с типичным начальным условием для гауссовского пучка.

Как видно из (18), плоская волна, падающая на малоразмерную оптику, отражается в виде сферической волны, источник которой находится на расстоянии $|F_{N,N+1}|/2$ сзади от передней поверхности объектива. В одинаковых условиях поперечный размер площадки, от которой излучение, отразившись, попадает на фотоприемник, у собирающей поверхности будет меньше, чем у плоской (эквивалентный радиус a_{rp} плоской площадки, по энергии соответствующий отражению от собирающей поверхности, можно найти из равенства $k_0 a_{rp}^2 = F_r$). Поэтому эффективная отражательная способность, определяющая энергетику отражателей разного типа, у малой оптики будет меньше, чем у одной плоской поверхности.

Таким образом, в традиционной малогабаритной отражающей оптике с формой поверхностей раздела, близкой к сферической, основной вклад в коэффициент отражения вносит передняя входная поверхность. Эта поверхность чаще всего является границей «воздух — крон» со средней отражательной спо-

собностью около 4%. Так как отражательная способность качественных просветленных объективов в ИК-области не превышает 4%, то, следовательно, можно утверждать, что коэффициент отражения широко распространенной оптики в среднем не превышает 4%. В целом, коэффициент отражения малоразмерных оптических устройств существенно меньше, чем у крупной оптики с большими фокусными расстояниями и отражательной способностью 20% и более (при наблюдении на расстояниях, меньших фокусного, крупную оптику можно считать системой плоских слоев). Эффективная отражательная способность малогабаритной оптики оказывается даже меньше, чем для одной плоской поверхности.

1. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд. АН СССР, 1957. 503 с.
2. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1970. 856 с.
3. *Физические величины: Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова.* М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.

V. V. Nosov. Reflectance of small-size optics.

Expressions for reflection coefficient (reflectance) of commonly used small-size optics (TV cameras, video cameras, photocaleras, binoculars etc.), when the receiver acts as a reflector, have been obtained. A generalized Airy formula taking into account the phase incursion owing to surfaces curvature has been determined. It is shown that primary contribution into small-size optics reflectance is made by an objective front (entrance) surface. This surface is usually an air-crownglass boundary with a reflectance of about 4%. The reflection coefficient of such optics coincides in shape with a typical initial condition for Gaussian beam. It is shown that a plane wave incident on the small-size optics is reflected in the form of a spherical wave.