

ДИСТАНЦИОННОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ АТМОСФЕРЫ  
И ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

УДК 551.521.3 : 535.36

О.И. Алдошина, В.В. Бачериков, А.Н. Кархов, В.А. Фабриков

БИСПЕКТРАЛЬНАЯ ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ ТРАССЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ  
СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ ОБЛАЧНЫЙ СЛОЙ АТМОСФЕРЫ

Моделируется прохождение сигналов от точечного изотропного источника некогерентного и неполяризованного оптического излучения через атмосферу с однородным слоем облаков большой оптической плотности. Получено аналитическое выражение для передаточной функции трассы. Приведены графики биспектральной передаточной функции для различных углов наблюдения.

1. Моделируется прохождение сигналов от точечного изотропного источника некогерентного и неполяризованного оптического излучения через атмосферу с однородным слоем облаков большой оптической плотности ( $\tau > 10$ ) к удаленному «на бесконечность» приемнику. Трасса распространения сигналов рассматривается как линейная инвариантная к сдвигам во времени система, характеризуемая во временной и частотной областях импульсным откликом и передаточной функцией соответственно. Зная передаточную функцию трассы  $H(\omega)$ , можно рассчитать ее биспектральную передаточную функцию

$$H^3(\omega_1, \omega_2) = H(\omega_1)H(\omega_2)H(-\omega_1-\omega_2) \quad (1)$$

— широко применяемую при восстановлении сигналов и изображений характеристику системы [1–4]. Использование трипл-корреляционных функций и биспектров в технике обработки сигналов является эффективным средством подавления аддитивного шума [1]. Шум подавляется в такой степени, что становится возможной экстраполяция спектра сигнала за пределы частотной полосы системы методом аналитического продолжения путем разложения в ряд по вытянутым волновым сфероидальным функциям [5, 6].

Цель нашего исследования — нахождение аналитического выражения для  $H(\omega)$  и построение на этой основе биспектральной передаточной функции трассы. Рассмотрение ведется на базе предложенной в работе [7] модели.

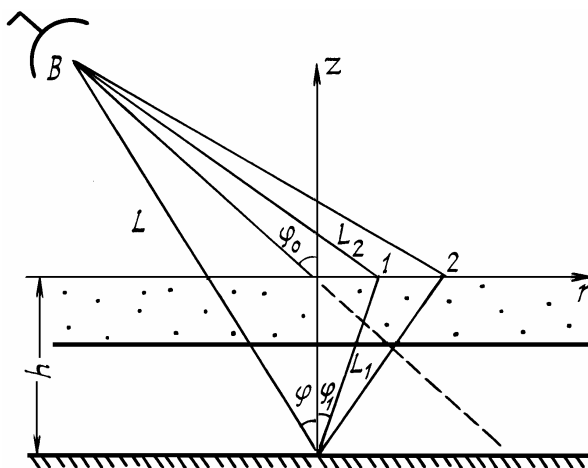


Рис. 1. Схема наблюдения за нестационарным изотропным источником излучения через слой облаков

2. Ищется пространственно-временное распределение интенсивности излучения на верхней границе облачного слоя

$$I(x, y, t; \omega) = I(x, y; \omega)e^{i\omega t} \quad (2)$$

для случая, когда источником генерируется сигнал с огибающей  $\exp(i\omega t)$ . Если распределение запи-

сано в системе отсчета, связанной с приемником, сигнал на входе приемника с точностью до независимой от  $t$  и  $\omega$  постоянной  $k$  определится интегрированием (2) по  $x$  и  $y$ . При этом

$$H(\omega) = k \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y; \omega) dx dy, \quad (3)$$

где

$$k = \Omega \cos \theta / \pi, \quad (4)$$

$\Omega$  — апертурный угол приемника;  $\theta$  — угол между направлением на приемник и нормалью к поверхности слоя. Здесь приняты допущения о ламбертовом характере рассеяния излучения облачным слоем и об удаленности приемника на «бесконечно большое» расстояние  $L$  от рассеивателя. Первое допущение оправдано при оптических толщинах  $\tau > 10$ , второе — при  $L \gg h_0$ , где  $h_0$  — высота верхней границы слоя над источником (рис. 1).

Освещенность нижней границы облачного  $I_0(r')$  в случае изотропного «точечного» источника и полностью поглощающей излучение подстилающей поверхности распределена по закону

$$I_0(r') = C/R^3, \quad R = (1 + r^2/h_0^2)^{1/2}, \\ r = (x^2 + y^2)^{1/2}, \quad r' = r \frac{h_0 - \Delta h}{h_0}; \quad (5)$$

$\Delta h$  — толщина облачного слоя.

Постоянная  $C$  находится из условия нормировки

$$2\pi \int_0^{\infty} r' I_0(r') dr' = 1/2, \quad r' dr' = h_0^2 R dR; \quad C = 1/4\pi h_0^3.$$

Мощность источника при такой нормировке равна единице.

Распространение на верхней границе  $I(r) \equiv I(r; 0)$  можно получить из (5) методом угловых зон [8], воспользовавшись известным аналитическим решением задачи переноса излучения через плоскопараллельную рассеивающую среду для мононаправленных пучков [9]. Рассматривая излучение источника как наложение независимых мононаправленных пучков, пересекающих нижнюю границу облачного слоя под углом  $\Phi = \arccos \mu_0$ , зависящим от координаты  $r$  по закону

$$\mu_0 = 1/R = (1 + r^2/h_0^2)^{-1/2}, \quad (7)$$

и вводя весовые множители

$$\psi(r) = C/R^2 = 1/4\pi h_0^3 (1 + r^2/h_0^2),$$

при альбедо однократного рассеяния  $\tilde{\omega}_0 = 1$  получаем

$$I(r) = \frac{\mu_0^3}{(2\pi h_0)^2} \left\{ \frac{1 - 4\mu_0^2}{4(\mu - \mu_0)} (e^{-\tau_1/\mu} - e^{-\tau_1/\mu_0}) + C_1 (1 - \tau_1 - e^{-\tau_1/\mu}) + C_2 (1 - e^{-\tau_1/\mu}) \right\}; \quad (8)$$

$$C_1 = \frac{1 + 2\mu_0 + (1 - 2\mu_0) e^{-\tau_1/\mu_0}}{2(1 + \tau_1)},$$

$$C_2 = \frac{(1 + 2\tau_1)(1 + 2\mu_0) - (1 - 2\mu_0) e^{-\tau_1/\mu_0}}{4(1 + \tau_1)}, \quad \mu = \cos \theta;$$

$\tau_1$  — оптическая толщина слоя. В (7) и (8)  $\mu_0$  соответствует косинусу угла падения лучей на нижнюю поверхность облачного слоя в точках, удаленных от центральной линии  $Oz$  (рис. 1) на расстояние  $r$ ;  $\psi(r) = C\mu_0^2$  — плотность потока излучения, идущего от источника в направлении  $(\mu_0, \Phi)$ . В асимптотическом приближении больших оптических толщин,  $\tau_1 \rightarrow \infty$ , уравнения (8) приводятся к виду

$$I(r) = \frac{C}{2\pi} \eta \frac{1}{R^3} \left( 1 + \frac{2}{R} \right), \quad \eta = \frac{3}{2(1 + \tau_1)}, \quad (9)$$

где  $R$  и  $C$  определяются формулами (5), (6).

Формулы (8) и (9) с удовлетворительной точностью (погрешность не превышает 10%) описывают пространственное распределение яркости свечения облачного слоя  $I(r)$ , но не отражают зависимости  $I$  от  $\mu$ . Эта зависимость проявляется в более высоких порядках приближения. Ее учет сказывается на величине множителя  $k$  в (3), но не меняет вида функции  $H(\omega)$ .

Для удобства дальнейших расчетов аппроксимируем формулу (9) выражением

$$I(r) = \frac{C_0}{R} \exp(-R/R_0), \quad (10)$$

где

$$C_0 = \frac{1}{(2\pi h_0)^2} \eta \frac{1}{R_0} e^{1/R_0}, \quad R_0 = 2/3. \quad (11)$$

Постоянные  $C_0$  и  $R_0$  выбраны так, чтобы сохранились значение  $I(0)$  и площадь под кривой  $I(r, \varphi)$ .

Чтобы найти  $I(r, \omega)$ , нужно учесть запаздывание  $\Delta(r, \varphi)$ , обусловленное различием в длине лучевых путей через различные точки  $(r, \varphi)$  верхней границы облачного слоя,

$$\Delta(r, \varphi) = \frac{L_1 + L_2 - L}{c} = t_0 (R + \sqrt{R^2 - 1} \sin \theta \cos \varphi - \cos \theta), \quad t_0 = h_0/c \quad (12)$$

( $c$  — скорость света,  $L_1$ ,  $L_2$  и  $L$  — расстояния  $A1$ ,  $1B$  и  $AB$  на рис. 1), и импульсный отклик среды для мононаправленных пучков излучения. Последний аппроксимируется выражением

$$\psi(t; r, \varphi) = \frac{t'}{T^2} e^{-t'/T} U(t'), \quad t' = t - \Delta(r, \varphi), \quad (13)$$

где  $U(t')$  — функция Хевисайда, а  $T$  — постоянная, определяемая формулами [10]

$$T = T(r) = \frac{t_1 \epsilon_1}{4\alpha_p} R^2, \quad (14)$$

$$t_1 = \Delta h/c, \quad \alpha_p \approx 2,66 (D/\lambda)^2,$$

$D$  — эффективный диаметр частиц. Погрешность аппроксимации функцией  $\psi(t; r, \varphi)$  приведенных в [9] расчетных данных не превышает 15%. Фурье преобразованием функции  $\psi(t; r, \varphi)$  является

$$H_0(\omega; r, \varphi) = \frac{1}{(i\omega T + 1)^2} e^{-i\omega \Delta(r, \varphi)}. \quad (15)$$

При этом

$$I(r, \varphi; \omega) = I(r) H_0(\omega; r, \varphi). \quad (16)$$

В предельном случае малых  $T$  импульсный отклик среды для мононаправленных пучков стремится к дельта-функции Дирака  $\delta[t - \Delta(r, \varphi)]$ , а  $H_0(\omega; r, \varphi)$  — к  $\exp[-i\omega \Delta(r, \varphi)]$ .

3. С учетом (10), (15), (16) и формулы Бесселя

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\nu \cos \varphi} d\varphi = J_0(\nu)$$

уравнение (3) приводится к виду

$$H(\omega) = A e^{i\omega t_0 \cos \theta} \int_1^{\infty} e^{-pR} J_0(\omega t_0 \sin \theta \sqrt{R^2 - 1}) \frac{1}{(i\omega T + 1)^2} dR, \quad (17)$$

$$A = \frac{\Omega \cos \theta}{2\pi} \eta \frac{1}{R_0} e^{1/R_0}, \quad p = 1/R_0 + i\omega t_0.$$

Подставляя в (17) вместо переменной величины  $T$  ее характерное значение

$$\tilde{T} = \frac{t_1 \tau_1}{4\alpha_p \cos \theta}, \quad (18)$$

соответствующее кратчайшему пути распространения сигнала, и вынося ' постоянную величину за знак интеграла из (17), получаем

$$H(\omega) = A e^{i\omega t_0 \cos \theta} \frac{1}{(i\omega \tilde{T} + 1)^2} \frac{\exp(-\sqrt{p^2 + (\omega t_0 \sin \theta)^2})}{\sqrt{p^2 + (\omega t_0 \sin \theta)^2}}. \quad (19)$$

Импульсный отклик системы с передаточной функцией (17) представляется сверткой двух функций

$$f(t) = F^{-1}[H(\omega)] = f_1(t) * f_2(t), \quad (20)$$

где

$$f_1(t) = \frac{A}{t_0 \cos \theta} e^{-b\beta} I_0(b \sin \theta \sqrt{\beta^2 - 1}) U(t),$$

$$f_2(t) = \frac{t}{T^2} e^{-t/T} U(t),$$

$$\beta = t/t_0 \cos \theta + 1, \quad b = 1/R_0 \cos \theta; \quad (21)$$

$I_0$  – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Если  $A(\omega)$  – модуль и  $\Psi(\omega)$  – аргумент передаточной функции (19),

$$H(\omega) = A(\omega) e^{-i\Psi(\omega)}, \quad (22)$$

то

$$A(\omega) = \eta \frac{k}{2} \frac{\exp[(1 - a \cos \Psi)/R_0]}{a} \frac{1}{(\omega \tilde{T} + 1)},$$

$$\Psi(\omega) = \Psi + \Psi_0 + \frac{a \sin \Psi}{R_0} - \omega t_0 \cos \theta, \quad (23)$$

где

$$\Psi = \begin{cases} a = [(1 - R_0^2 x_0^2 \cos^2 \theta)^2 + (2R_0 x_0)^2]^{1/4}, \\ \frac{1}{2} \arctan \frac{2R_0 x_0}{1 - (R_0 x_0 \cos \theta)^2}, R_0 x_0 \cos \theta \leq 1, \\ \frac{1}{2} \arctan \frac{2R_0 x_0}{1 - (R_0 x_0 \cos \theta)^2} + \frac{\pi}{2}, R_0 x_0 \cos \theta > 1, \\ \Psi_0 = 2 \arctan \omega \tilde{T}, x_0 = \omega x_0. \end{cases} \quad (24)$$

4. До сих пор мы пренебрегали отражательными свойствами подстилающей поверхности. Влияние ламбертовой подстилающей поверхности с альбедо  $B \neq 0$  можно учесть по описанной в [7] методике. При этом получаем следующие расчетные соотношения:

$$\left. \begin{aligned} H(\omega) &= \eta \frac{k}{2} \frac{P_0(\omega) + B P_1(\omega)}{1 - B(1 - \eta) P_2(\omega)}, \\ P_0(\omega) &= H_0(x_0) e^{ix_0 \cos \theta}, \quad P_2(\omega) = H_3^2(x_1), \\ P_1(\omega) &= H_1(x_1 - x_0) H_2(x_1) e^{ix_0 \cos \theta}, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где

$$H_k(x_i) = \frac{1}{(\omega \tilde{T})^2 + 1} \frac{\exp \left[ \frac{1}{R_k} (1 - \sqrt{1 - (R_k x_i \cos \theta)^2} + i 2 x_i R_k) \right]}{\sqrt{1 - (R_k x_i \cos \theta)^2} + i 2 x_i R_k} \quad (26)$$

$$x_0 = \omega h_0 / c, x_1 = \omega h_1 / c,$$

$$R_0 = 2/3, R_1 = 1, R_3 = 1/2.$$

Представление  $H(\omega)$  в виде модуля и аргумента производится так же, как и в рассмотренном выше случае  $B = 0$ .

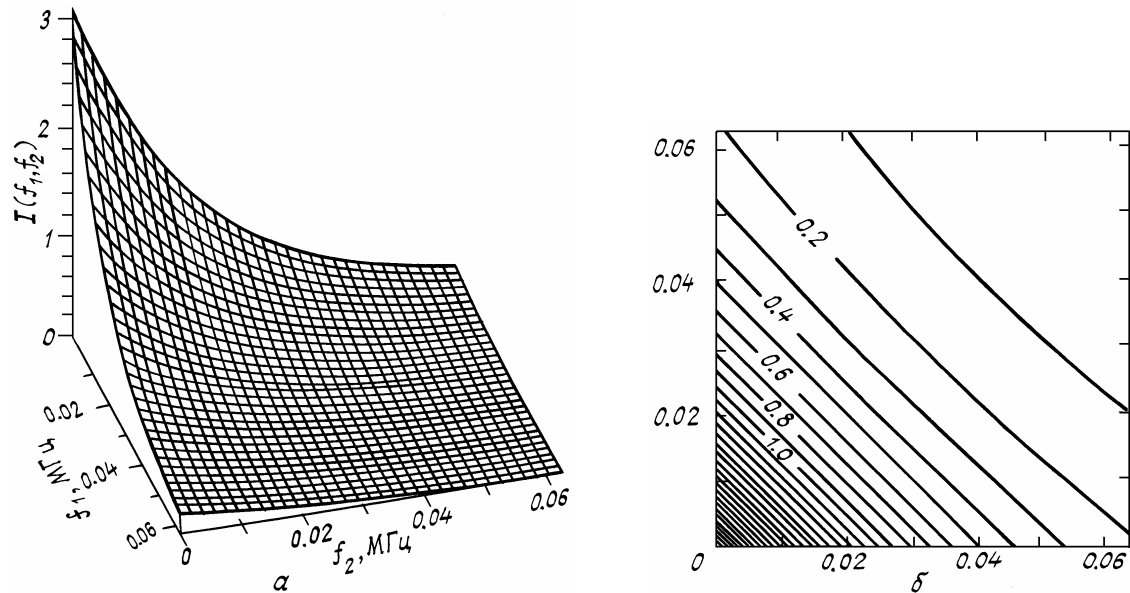


Рис. 2. Биспектр трассы при  $\theta = 0^\circ$

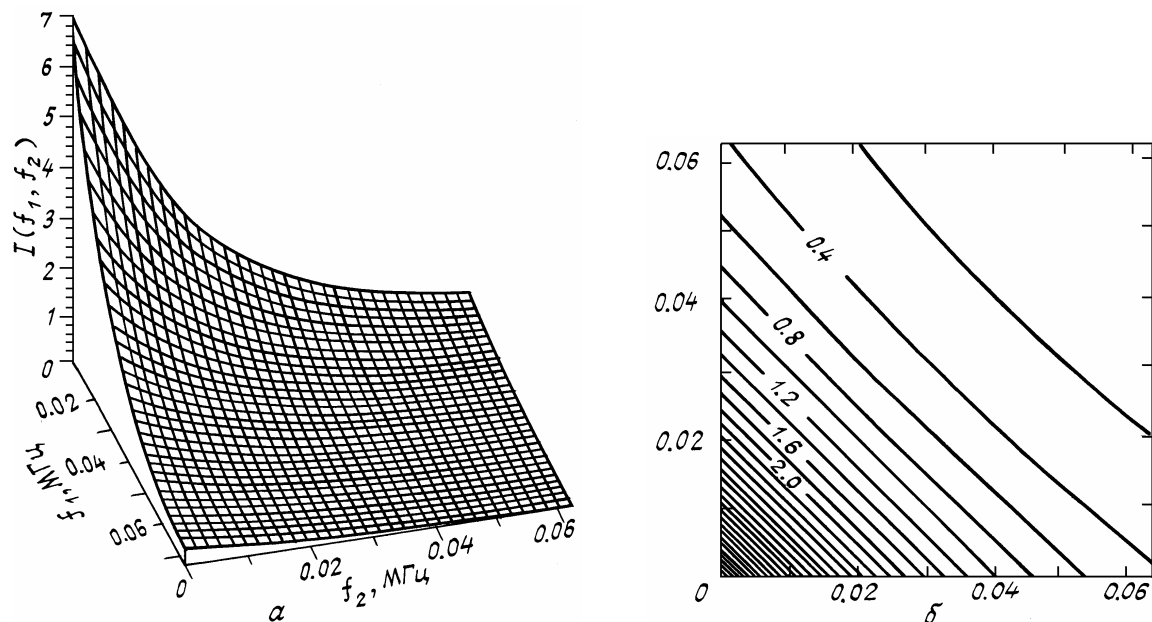


Рис. 3. Биспектр трассы при  $\theta = 60^\circ$

5. На рис. 2, 3 графически представлены результаты расчета биспектральной передаточной функции трассы, нормированной на величину  $(k\eta/2)^3$ , для двух зенитных углов  $\theta = 0$  и  $60^\circ$ , при следующих значениях параметров облаков и подстилающей поверхности:  $h_0 = 0,7$  км,  $h_1 = 1$  км,  $\Delta h = 1$  км,  $\eta = 0,2$ ,  $B = 0,35$ . С учетом симметрии биспектров, обусловленной их четностью по аргументам  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_1 + \omega_2$ , графики представлены только для одного квадранта.

Как видно из рисунков, при увеличении зенитного угла  $\theta$  (от 0 до  $60^\circ$ ) биспектры сжимаются ближе к нулю частотной плоскости, что логично следует из увеличения длительности импульсного отклика при росте  $\theta$ .

6. Аналитические соотношения (1), (22)–(26) полностью определяют биспектральную передаточную функцию трассы распространения сигналов рассматриваемого типа. Их можно использовать в программах обработки данных при регистрации и восстановлении формы прошедших через облачный слой атмосферы импульсов оптического излучения от источника с широкой диаграммой направленности.

Формулы (22)–(26) являются модельными. Они получены с использованием большого числа приближений и упрощений, не все из которых удается оценить с достаточной полнотой в рамках развитого формализма. Необходимо сравнение предлагаемых аналитических решений с более громоздкими, но и более точными численными методами, основанными на прямом решении соответствующих уравнений переноса.

1. Ломанн А.В., Вирнитцер Б. //ТИИЭР. 1984. Т. 72. № 7. С. 158–173.
2. Hinich M.J. //IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1990. V. 38. №7. P. 1277–1283.
3. Barakat R., Ebstein S. //J. Opt. Soc. Am. 1987. V. A4. № 9. P. 1756–1763.
4. Alshebeili S., Cetin A.E. //IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1990. V. 28. № 2. P. 166–170.
5. Тоскиј А., Рефина Ј., Забура С. //Optik, 1989. V. 83. № 3. P. 85–87.
6. Frieden B.R. Evaluation, design and extrapolation methods for optical signals, based on use of the prolate functions //Progress in optics, v. 9. /Ed. by E. Wolf. Amsterdam: North Holland. Publ. Co., 1971. P. 313–411.
7. Алдошина О.И., Бачериков В.В., Кархов А.Н. и др. //Оптика атмосферы. Т. 3. № 5. С. 538–546.
8. Адзерихо К.С. //ИФЖ. 1989. Т. 57. № 2. С. 653–658.
9. Chou J.S. //Appl. Opt. 1978. V. 17. № 3. P. 364–373.
10. Исмару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М.: Мир, 1981. Т. 2. 317 с.

Всесоюзный научно-исследовательский институт  
оптико-физических измерений, Москва

Поступила в редакцию  
12 мая 1991 г.

O.I. Aldoshina, V.V. Bacherikov, A.N. Karkhov, V.A. Fabrikov. **Bispectral Transfer Function of Signals Propagation Channel through Atmospheric Clouds.**

Propagation of signals from terrain optical point source through the atmospheric clouds to infinitely far receiver is modelled. Analytical expressions of the system's bispectral transfer function are obtained and plots of this function at different angles of observation are presented.