

В.Г. Гусев

## Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения рассеивателя

Томский государственный университет

Поступила в редакцию 8.12.2004 г.

Анализируется чувствительность интерферометра к поперечным или продольным перемещениям диффузно рассеивающей свет плоской поверхности. Показано, что интерференционные картины локализуются в плоскости голограммы и в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы, с помощью которой выполнялась запись голограммы. Для их регистрации необходимо проведение пространственной фильтрации дифракционного поля. Экспериментальные результаты соответствуют теоретическим предсказаниям.

В [1] показано, что при двухэкспозиционной записи голограммы Френеля, когда перед повторным экспонированием фотопластинки происходит поперечное или продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, на стадии ее восстановления интерференционные картины с учетом свойств объективных спеклов локализуются в двух плоскостях. Так же, как и в случае записи голограммы Френеля [2], в [3] считается, что для голограммы сфокусированного изображения рассеивателя локализация интерференционных картин в двух плоскостях возможна только при сочетании однородных и неоднородных перемещений точек рассеивателя. В свою очередь, результаты косвенных исследований, например в [4–6], связанных с поперечным перемещением рассеивателя при записи голограммы сфокусированного изображения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, показали, что интерференционные картины локализуются в двух плоскостях. В связи с этим возникает необходимость в более полном и однозначном определении чувствительности интерферометра к поперечному или продольному перемещению рассеивателя с учетом свойств субъективных спеклов.

В настоящей статье анализируются условия и особенности образования интерференционных картин при двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности с целью определения чувствительности интерферометра к поперечным или продольным перемещениям рассеивателя.

Согласно рис. 1 матовый экран 1, находящийся в плоскости  $(x_1, y_1)$ , освещается когерентным излучением с расходящейся сферической волной с радиусом кривизны  $R$ . Его изображение с помощью поло-

жительной тонкой линзы  $L$  с фокусным расстоянием  $f$  строится в плоскости  $(x_3, y_3)$  фотопластинки 2, на которой с использованием внеосевой плоской опорной волны проводится запись голограммы сфокусированного изображения рассеивателя за время первой экспозиции.

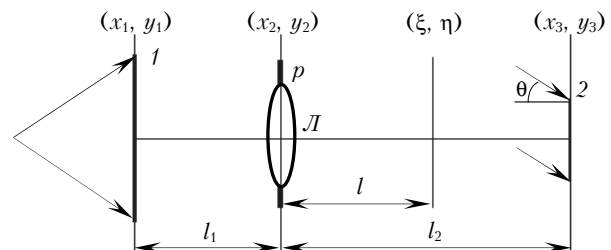


Рис. 1. Схема записи голограммы рассеивателя:  $p$  — апертурная диафрагма;  $\theta$  — угол между опорным пучком и нормалью к плоскости фотопластинки

Перед повторным экспонированием осуществляется перемещение матового экрана в его плоскости, например, в направлении оси  $x$  на величину  $a$ .

В приближении Френеля с учетом дифракционной ограниченности распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее первой экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластинки, как и в [5, 6], запишем в виде

$$u_1(x_3, y_3) \sim \iiint \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp\left[\frac{ik}{2R}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \\ \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_1}[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\right\} p(x_2, y_2) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \exp\left[\frac{-ik}{2f}(x_2^2 + y_2^2)\right] \exp\left\{\frac{ik}{2l}[(x_2 - \xi)^2 + (y_2 - \eta)^2]\right\} \times \\ & \times \exp\left\{\frac{ik}{2(l_2 - l)}[(\xi - x_3)^2 + (\eta - y_3)^2]\right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 d\xi d\eta, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $k$  – волновое число;  $t(x_1, y_1)$  – комплексная амплитуда пропускания матового экрана, являющаяся случайной функцией координат;  $(x_2, y_2)$  – главная плоскость линзы;  $(\xi, \eta)$  – плоскость формирования Фурье-образа функции  $t(x_1, y_1)$ , находящейся на расстоянии  $l$  от главной плоскости линзы;  $p(x_2, y_2)$  – функция зрачка [7];  $l_1, l_2$  – соответственно расстояние между плоскостями  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  и  $(x_3, y_3)$ .

Так как  $\frac{1}{R+l_1} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f}$ , то выражение (1) принимает вид

$$\begin{aligned} u_1(x_3, y_3) & \sim \exp\left[\frac{ik}{2(l_2 - l)}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\ & \times \left\{ \exp\left[-\frac{ikl}{2l_2(l_2 - l)}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes p\left(\frac{l}{l_2 - l}x_3, \frac{l}{l_2 - l}y_3\right) \times \right. \\ & \times \left. \left\{ \exp\left[\frac{ikRl^2}{2l_1(R+l_1)(l_2 - l)^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \right. \right. \\ & \left. \left. \otimes t\left[-\frac{Rl}{(R+l_1)(l_2 - l)}x_3, -\frac{Rl}{(R+l_1)(l_2 - l)}y_3\right] \right\} \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\otimes$  – символ операции свертки.

В результате интегрального представления в (2) операции свертки с учетом того, что  $1/l_1 + 1/l_2 = 1/f$ , получим

$$\begin{aligned} u_1(x_3, y_3) & \sim \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\ & \times \left\{ t(-\mu x_3, -\mu y_3) \exp\left[\frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\mu = l_1/l_2$  – коэффициент масштабного преобразования;  $P(x_3, y_3)$  – Фурье-образ функции  $p(x_2, y_2)$  с пространственными частотами  $x_3/\lambda l_2, y_3/\lambda l_2$ ;  $\lambda$  – длина волны когерентного источника света, используемого для записи и восстановления голограммы.

Из (3) следует, что в плоскости  $(x_3, y_3)$  каждая точка предмета уширена до размера субъективного спекла, определяемого шириной функции  $P(x_3, y_3)$ , которая является результатом дифракции на зрачке линзы  $L$  плоской волны.

Распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластинки определяется выражением

$$\begin{aligned} u_2(x_3, y_3) & \sim \iiint \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1 + a, y_1) \exp\left[\frac{ik}{2R}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \\ & \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_1}[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\right\} p(x_2, y_2) \times \\ & \times \exp\left[-\frac{ik}{2f}(x_2^2 + y_2^2)\right] \exp\left\{\frac{ik}{2l}[(x_2 - \xi)^2 + (y_2 - \eta)^2]\right\} \times \\ & \times \exp\left\{\frac{ik}{2(l_2 - l)}[(\xi - x_3)^2 + (\eta - y_3)^2]\right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 d\xi d\eta, \end{aligned} \quad (4)$$

которое принимает следующую форму:

$$\begin{aligned} u_2(x_3, y_3) & \sim \exp\left[\frac{ik}{2(l_2 - l)}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\ & \times \left\{ \exp\left[-\frac{ikl}{2l_2(l_2 - l)}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes p\left(\frac{l}{l_2 - l}x_3, \frac{l}{l_2 - l}y_3\right) \times \right. \\ & \times \left\{ \exp\left\{\frac{ikRl^2}{2l_1(R+l_1)(l_2 - l)^2}[(x_3 - al_2/l_1)^2 + y_3^2]\right\} \otimes \right. \\ & \left. \left. \otimes t\left[-\frac{lR}{(R+l_1)(l_2 - l)}x_3, -\frac{lR}{(R+l_1)(l_2 - l)}y_3\right] \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

В этом случае в результате интегрального представления в (5) операции свертки получим два тождественных выражения для распределения комплексной амплитуды поля, т.е.

$$\begin{aligned} u_2(x_3, y_3) & \sim \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \left\{ t(-\mu x_3 + a, -\mu y_3) \times \right. \\ & \times \exp\left[\frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) \left. \right\} = \\ & = \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \left\{ t(-\mu x_3, -\mu y_3) \times \right. \\ & \times \exp\left\{\frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2}[(x_3 + a/\mu)^2 + y_3^2]\right\} \otimes P(x_3 - a/\mu, y_3) \left. \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

При условии выполнения записи голограммы на линейном участке кривой почернения фотоматериала распределение комплексной амплитуды ее пропускания, соответствующее  $(-1)$ -му порядку дифракции, на основании выражений (3), (6) принимает вид

$$\begin{aligned} \tau(x_3, y_3) & \sim \exp(-ikx_3 \sin \theta) \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\ & \times \left\{ \left\{ t(-\mu x_3, -\mu y_3) \exp\left[\frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) \right\} + \right. \end{aligned}$$

$$+ \left\{ t(-\mu x_3, -\mu y_3) \exp \left[ \frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2} [(x_3 + a/\mu)^2 + y_3^2] \right] \otimes \right. \\ \left. \otimes P(x_3 - a/\mu, y_3) \right\} \quad (7)$$

Согласно (7) в плоскости  $(x_3, y_3)$  субъективные спеклы, соответствующие второй экспозиции, смещены в направлении, противоположном направлению перемещения рассеивателя, на величину, которая зависит от увеличения оптической системы и не зависит от величины радиуса кривизны  $R$ . Помимо этого они имеют наклон на угол  $a(R+l_1)/Rl_2$  по отношению к идентичным спеклам, соответствующим первой экспозиции, величина которого зависит от радиуса кривизны сферической волны излучения, используемого для освещения рассеивателя. Кроме того, на субъективное спекл-поле как первой, так и второй экспозиции наложено распределение фазы расходящейся сферической волны с радиусом кривизны  $l_2$ .

Пусть на стадии восстановления голограммы проводится в ее плоскости на оптической оси пространственная фильтрация дифракционного поля с помощью круглого отверстия в непрозрачном экране  $p_0$  (рис. 2).

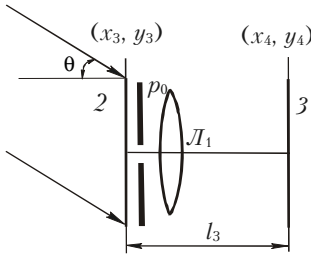


Рис. 2. Схема регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения зрачка линзы: 2 – голограмма; 3 – плоскость регистрации;  $L_1$  – положительная линза;  $p_0$  – пространственный фильтр

Кроме того, положим, что в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $k(R+l_1)ax_3/Rl_2$  не превосходит  $\pi$ . Тогда распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра определяется выражением

$$u(x_3, y_3) \sim p_0(x_3, y_3) \exp \left[ \frac{ik}{2l_2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \times \\ \times \left\{ t(-\mu x_3, -\mu y_3) \exp \left[ \frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes \right. \\ \left. \otimes \left\{ P(x_3, y_3) + \exp \left[ \frac{ik(R+l_1)a^2}{2Rl_1} \right] \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \exp \left[ \frac{-ik(R+l_1)ax_3}{Rl_2} \right] P(x_3 - a/\mu, y_3) \right\} \right\} \quad (8)$$

где  $p_0(x_3, y_3)$  – функция пропускания пространственного фильтра [8].

Положим, что положительная линза  $L_1$  с фокусным расстоянием  $f_1$  находится в плоскости  $(x_3, y_3)$  и с ее помощью строится изображение зрачка линзы  $L$  (см. рис. 1) в плоскости  $(x_4, y_4)$ , т.е.  $(1/f_1) = (1/l_2) + (1/l_3)$ , где  $l_3$  – расстояние между плоскостями  $(x_3, y_3)$ ,  $(x_4, y_4)$ . Кроме того, здесь и в дальнейшем для сокращения записи будем считать, что  $l_3 = l_2$ , и не будем учитывать множители, которые несущественны для конечного результата. Тогда распределение комплексной амплитуды поля в плоскости  $(x_4, y_4)$  в пределах перекрытия двух изображений зрачка линзы  $L$  (см. рис. 1) принимает вид

$$u(x_4, y_4) \sim p(x_4, y_4) \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{-ik(R+l_1)a^2}{2Rl_1} \right] \exp(-ika x_4/l_1) \right\} \times \\ \times \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2\mu l_2(R+l_1)} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \otimes P_0(x_4, y_4) \quad (9)$$

где  $F(x_4, y_4)$ ,  $P_0(x_4, y_4)$  – Фурье-образы соответственно функций  $t(-\mu x_3, -\mu y_3)$ ,  $p_0(x_3, y_3)$  с пространственными частотами  $x_4/\lambda l_2$ ,  $y_4/\lambda l_2$ .

Из (9) следует, что в пределах изображения зрачка линзы  $L$  совмещены идентичные субъективные спеклы двух экспозиций. Кроме того, если период изменения функции

$$1 + \exp \left[ \frac{-ik(R+l_1)a^2}{2Rl_1} \right] \exp(-ika x_4/l_1)$$

хотя бы на порядок [2] больше, чем ширина функции  $P_0(x_4, y_4)$ , которая определяет размер субъективного спекла в плоскости  $(x_4, y_4)$ , то вынесем ее в выражении (8) из-под знака интеграла свертки. Тогда распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (см. рис. 2) определяется выражением

$$I(x_4, y_4) \sim \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{kax_4}{l_1} + \frac{k(R+l_1)a^2}{2Rl_1} \right] \right\} |p(x_4, y_4)| \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2l_1(R+l_1)} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \otimes P_0(x_4, y_4)^2 \quad (10)$$

Согласно (10) в пределах изображения зрачка линзы  $L$  субъективная спекл-структура промодулирована интерференционными полосами, которые периодически изменяются на оси  $x$ , и в результате измерения периода интерференционных полос для известных величин  $\lambda$ ,  $l_1$  обеспечивается возможность определения поперечного перемещения рассеивателя  $l$  (см. рис. 1).

Пусть теперь на стадии восстановления голограммы пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется на оптической оси в плоскости  $(x_4, y_4)$  (рис. 3) формирования изображения зрачка линзы  $L$ . В этом случае без учета пространственной ограниченности дифракционного поля распределение его комплексной амплитуды на выходе пространственного фильтра, если в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $kax_4/l_1$  не превосходит  $\pi$ , принимает вид

$$u(x_4, y_4) \sim p_0(x_4, y_4) \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \\ \times \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2\mu l_2(R+l_1)}(x_4^2 + y_4^2)\right] + \right. \\ \left. + F(x_4, y_4) \otimes \exp(ikax_4/\mu l_2) \times \right. \\ \left. \times \exp\left[-\frac{ikR}{2\mu l_2(R+l_1)}(x_4^2 + y_4^2)\right] \right\}. \quad (11)$$

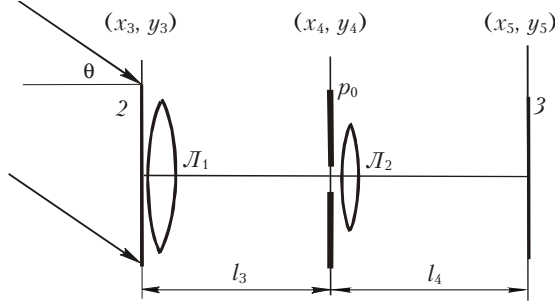


Рис. 3. Схема регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы: 2 — голограмма; 3 — плоскость регистрации;  $L_1, L_2$  — положительные линзы;  $p_0$  — пространственный фильтр

Положим, что линза  $L_2$  (см. рис. 3) с фокусным расстоянием  $f_2$  находится в плоскости пространственного фильтра. Кроме того, здесь и в дальнейшем для сокращения записи будем считать, что  $l_4 = l_3 = l_2$ , где  $l_4$  — расстояние между плоскостями  $(x_4, y_4)$ ,  $(x_5, y_5)$ . Тогда распределение комплексной амплитуды поля в плоскости регистрации 3 (см. рис. 3) — плоскости формирования изображения голограммы — определяется выражением

$$u(x_5, y_5) \sim t(\mu x_5, \mu y_5) \left\{ \exp\left[\frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2}(x_5^2 + y_5^2)\right] + \right. \\ \left. + \exp\left[\frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2}\left[(x_5 - a/\mu)^2 + y_5^2\right]\right] \right\} \otimes P_0(x_5, y_5), \quad (12)$$

где  $P_0(x_5, y_5)$  — Фурье-образ функции  $p_0(x_4, y_4)$  с пространственными частотами  $x_5/\lambda l_2, y_5/\lambda l_2$ .

Из (12) следует, что в плоскости  $(x_5, y_5)$  имеет место суперпозиция совмещенных идентичных субъективных спеклов двух экспозиций, отличающихся углом наклона. Кроме того, когда период изменения функции

$$1 + \exp\left[\frac{ik(R+l_1)a^2}{2Rl_1}\right] \exp\left[-\frac{ik(R+l_1)ax_5}{Rl_2}\right]$$

хотя бы на порядок больше, чем ширина функции  $P_0(x_5, y_5)$ , которая определяет размер субъективного спекла в плоскости регистрации 3 (см. рис. 3), то вынесем ее в выражении (12) из-под знака интервала свертки. Тогда запишем регистрируемое распределение освещенности в виде

$$I(x_5, y_5) \sim \left\{ 1 + \cos\left[\frac{kG_1 ax_5}{l_1} - \frac{k(R+l_1)a^2}{2Rl_1}\right] \right\} \times \\ \times |t(\mu x_5, \mu y_5) \exp\left[\frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \otimes P_0(x_5, y_5)|^2, \quad (13)$$

где  $G_1 = \mu(R+l_1)/R$  — введенный коэффициент, характеризующий изменение чувствительности интерферометра к поперечному перемещению рассеивателя.

Согласно выражению (13) в пределах изображения рассеивателя субъективная спекл-структура промодулирована интерференционными полосами, которые периодически изменяются на оси  $x$ , и измерение периода интерференционных полос для известных величин  $\lambda, l_1, l_2, R$  обеспечивает возможность определения поперечного перемещения рассеивателя 1 (см. рис. 1). При этом для фиксированных величин  $\lambda, l_1 = l_2$  чувствительность интерферометра увеличивается с уменьшением величины  $R$  (рис. 4) из-за увеличения угла наклона субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции по отношению к идентичным спеклам, соответствующим первой экспозиции.

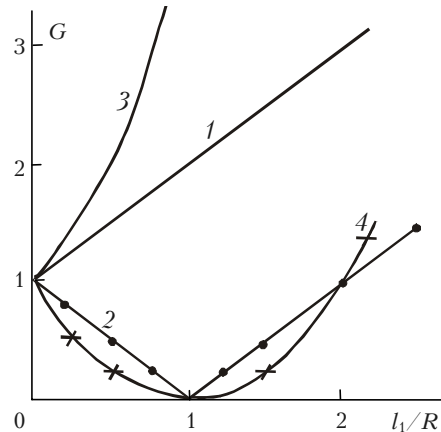


Рис. 4. Зависимости коэффициентов чувствительности интерферометра от радиуса кривизны сферического волнового фронта для  $\mu = 1$ : 1 —  $G_1$ ; 2 —  $G_2$ ; 3 —  $G_3$ ; 4 —  $G_4$

Если на стадии записи двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения матового экрана 1 (см. рис. 1) последний освещается когерентным излучением со сходящейся сферической волной, то два тождественных выражения для распределения комплексной амплитуды поля, соответствующих второй экспозиции, в плоскости  $(x_3, y_3)$  принимают вид

$$u_2(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik(x_3^2 + y_3^2)}{2l_2}\right] \left\{ t(-\mu x_3 + a, -\mu y_3) \times \right. \\ \left. \times \exp\left[\frac{ik\mu(R-l_1)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) \right\} = \\ = \exp\left[\frac{ik(x_3^2 + y_3^2)}{2l_2}\right] \left\{ t(-\mu x_3, -\mu y_3) \times \right.$$

$$\times \exp\left\{\frac{ik\mu|R-l_1|}{2Rl_2}\left[(x_3+a/\mu)^2+y_3^2\right]\right\} \otimes P(x_3-a/\mu, y_3). \quad (14)$$

В этом случае на стадии восстановления голограммы интерференционные картины также локализируются в указанных выше двух плоскостях и для их регистрации необходимо проведение пространственной фильтрации дифракционного поля. При этом изменение чувствительности к поперечному перемещению рассеивателя для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, составляет  $G_2 = \mu|R-l_1|/R$ . Следовательно, например, для фиксированных величин  $\lambda$ ,  $l_1 = l_2$  с уменьшением радиуса кривизны  $R$  в пределах  $l_1 \leq R \leq \infty$  уменьшается чувствительность интерферометра (см. рис. 4) к поперечному перемещению рассеивателя вплоть до нуля, когда  $R = l_1$ .

При  $R = l_1$  когерентная передаточная функция положительной линзы, с помощью которой формируется изображение рассеивателя, равномерна вплоть до максимальной пространственной частоты [9] и в плоскости формирования изображения зрачка линзы  $L$  локализуется «замороженная» интерференционная картина, вид которой и положение интерференционных полос не изменяются с изменением угла наблюдения. Дальнейшее уменьшение радиуса кривизны  $R$  приводит к возникновению и увеличению в плоскости голограммы угла наклона субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к идентичным спеклам первой экспозиции. В результате этого увеличивается чувствительность интерферометра (см. рис. 4) к поперечному перемещению рассеивателя при регистрации интерференционной картины в плоскости  $(x_3, y_3)$  (см. рис. 3).

Локализация интерференционных картин, характеризующих поперечное перемещение рассеивателя, в общем случае в двух плоскостях — в плоскости двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности и в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы, с помощью которой строилось изображение рассеивателя, — обусловлена следующим.

С одной стороны, субъективные спеклы, соответствующие второй экспозиции, смещены в плоскости голограммы на одинаковую величину по отношению к спеклам первой экспозиции. Так как на субъективное спекл-поле двух экспозиций наложено распределение фазы расходящейся сферической волны с радиусом кривизны  $l_2$  и каждый индивидуальный спекл содержит информацию о соответствующей величине фазы этой волны, то совмещение спеклов двух экспозиций, которое сопровождается образованием угла наклона между ними, возможно только в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы, с помощью которой строилось изображение рассеивателя.

С другой стороны, наличие в плоскости голограммы угла наклона субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции является необходимым условием образования в ней интерференционной картины. При

этом для получения суперпозиции именно идентичных спекл-полей двух экспозиций требуется выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля в соответствующих плоскостях.

Пусть перед повторным экспонированием фотопластины матовый экран 1 (см. рис. 1) оказывается смещенным по оси  $z$  на величину  $\Delta l = l'_1 - l_1$ . Тогда в используемом приближении два тождественных выражения для распределения комплексной амплитуды поля, соответствующей второй экспозиции, в плоскости  $(x_3, y_3)$  имеют вид

$$\begin{aligned} u'_2(x_3, y_3) &\sim \exp(ik\Delta l) \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\ &\times \left\{ P(x_3, y_3) \otimes \exp\left[\frac{ikl_1(R+l_1)}{2Rl_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \right. \\ &\times \left\{ t\left(-\mu \frac{R-\Delta l}{R}x_3, -\mu \frac{R-\Delta l}{R}y_3\right) \otimes \right. \\ &\left. \left. \otimes \exp\left[-\frac{ikl_1(l_1+\Delta l)}{2\Delta ll_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \right\} \right\} = \\ &= \exp(ik\Delta l) \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \left\{ t\left(-\frac{l_1+\Delta l}{l_2}x_3, -\frac{l_1+\Delta l}{l_2}y_3\right) \times \right. \\ &\times \exp\left[\frac{ik(l_1+\Delta l)(R+l_1)}{2(R-\Delta l)l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \\ &\left. \otimes \exp\left[\frac{ikl_1(l_1+\Delta l)}{2\Delta ll_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) \right\}. \quad (15) \end{aligned}$$

При условии, что  $\Delta l \ll l_1, l_2, R$ , комплексная амплитуда пропускания двухэкспозиционной голограммы, соответствующая  $(-1)$ -му порядку дифракции, будет определяться выражением

$$\begin{aligned} \tau'(x_3, y_3) &\sim \exp(-ikx_3 \sin \theta) \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\ &\times \left\{ t(-\mu x_3, -\mu y_3) \exp\left[\frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \right. \\ &\left. \otimes P(x_3, y_3) + \exp(ik\Delta l) t(-\mu x_3, -\mu y_3) \times \right. \\ &\times \exp\left[\frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \exp\left[\frac{ik\Delta l(R+l_1)^2}{2R^2l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \\ &\left. \otimes \exp\left[\frac{ik\mu^2(x_3^2 + y_3^2)}{2\Delta l}\right] \otimes P(x_3, y_3) \right\}. \quad (16) \end{aligned}$$

Если на стадии восстановления голограммы в ее плоскости на оптической оси выполняется пространственная фильтрация дифракционного поля (см. рис. 2) и в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $k\Delta l(R+l_1)^2(x_3^2 + y_3^2)/2R^2l_2^2$  не

превосходит  $\pi$ , то распределение комплексной амплитуды поля в плоскости  $(x_4, y_4)$  формирования изображения зрачка линзы  $L$  (см. рис. 1) принимает вид

$$u'(x_4, y_4) \sim p(x_4, y_4) \times \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2\mu l_2(R+l_1)}(x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \times \left\{ 1 + \exp(ik\Delta l) \exp \left[ -\frac{ik\Delta l}{2l_1^2}(x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \otimes P_0(x_4, y_4). \quad (17)$$

Из (17) следует, что в плоскости  $(x_4, y_4)$  имеет место суперпозиция идентичных субъективных спеклов двух экспозиций, и когда период изменения функции  $1 + \exp(ik\Delta l) \exp \left[ -\frac{ik\Delta l}{2l_1^2}(x_4^2 + y_4^2) \right]$  хотя бы на порядок превосходит ширину функции  $P_0(x_4, y_4)$ , то распределение освещенности в плоскости регистрации  $3$  (см. рис. 2) определяется выражением

$$I'(x_4, y_4) \sim \left\{ 1 + \cos \left[ k\Delta l - \frac{k\Delta l}{2l_1^2}(x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \times |p(x_4, y_4) \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2\mu l_2(R+l_1)}(x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \otimes P_0(x_4, y_4)|^2. \quad (18)$$

Согласно выражению (18) субъективная спекл-структура в пределах изображения зрачка линзы  $L$  промодулирована полосами равного наклона – система концентрических колец, и измерение радиусов колец в соседних порядках интерференции для известных величин  $\lambda, l_1$  обеспечивает возможность определения величины продольного перемещения плоской диффузно рассеивающей свет поверхности. Кроме того, следует отметить, что чувствительность интерферометра к продольному перемещению не зависит от радиуса кривизны расходящейся сферической волны излучения, используемого для освещения рассеивателя.

Пусть теперь на стадии восстановления голограммы пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется на оптической оси в плоскости  $(x_4, y_4)$  (см. рис. 3) формирования изображения зрачка линзы  $L$ . В этом случае распределение комплексной амплитуды поля в плоскости  $(x_5, y_5)$  формирования изображения голограммы, когда в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $k\Delta l(x_4^2 + y_4^2)/2l_1^2$  не превосходит  $\pi$ , принимает вид

$$u'(x_5, y_5) \sim t(\mu x_5, \mu y_5) \exp \left[ \frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2}(x_5^2 + y_5^2) \right] \times \left\{ 1 + \exp(ik\Delta l) \exp \left[ \frac{ik\Delta l(R+l_1)^2}{2R^2l_2^2}(x_5^2 + y_5^2) \right] \right\} \otimes P_0(x_5, y_5). \quad (19)$$

Из (19) следует, что в плоскости  $(x_5, y_5)$  также имеет место суперпозиция идентичных субъективных спеклов двух экспозиций, и когда период изменения функции

$$1 + \exp(ik\Delta l) \exp \left[ \frac{ik\Delta l(R+l_1)^2}{2R^2l_2^2}(x_5^2 + y_5^2) \right]$$

хотя бы на порядок превосходит ширину функции  $P_0(x_5, y_5)$ , то распределение освещенности в плоскости регистрации  $3$  (см. рис. 3) определяется выражением

$$I'(x_5, y_5) \sim \left\{ 1 + \cos \left[ k\Delta l + \frac{kG_3\Delta l}{2l_1^2}(x_5^2 + y_5^2) \right] \right\} \times |t(\mu x_5, \mu y_5) \exp \left[ \frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2}(x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes P_0(x_5, y_5)|^2, \quad (20)$$

где  $G_3 = \mu^2(R+l_1)^2/R^2$  – введенный коэффициент, характеризующий изменение чувствительности интерферометра к продольному перемещению рассеивателя.

Согласно выражению (20) в пределах изображения рассеивателя субъективная спекл-структура промодулирована полосами равного наклона – система концентрических колец, и измерение радиусов колец в соседних порядках интерференции для известных величин  $\lambda, l_1, l_2, R$  должно обеспечить возможность определения величины продольного перемещения плоской диффузно рассеивающей свет поверхности. При этом для фиксированных величин  $\lambda, l_1 = l_2$  чувствительность интерферометра (см. рис. 4) увеличивается с уменьшением величины  $R$  из-за увеличения угла наклона по радиусу от оптической оси субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к идентичным спеклам, соответствующим первой экспозиции.

При освещении матового экрана  $1$  (см. рис. 1) когерентным излучением со сходящейся сферической волной два тождественных выражения для распределения комплексной амплитуды поля, соответствующей второй экспозиции, в плоскости  $(x_3, y_3)$  принимают вид

$$u'_2(x_3, y_3) \sim \exp(ik\Delta l) \exp \left[ \frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2) \right] \times \left\{ P(x_3, y_3) \otimes \exp \left[ \frac{ikl_1(R-l_1)}{2Rl_2^2}(x_3^2 + y_3^2) \right] \right\} \times \left\{ t \left( -\mu \frac{R-\Delta l}{R} x_3, -\mu \frac{R-\Delta l}{R} y_3 \right) \otimes \exp \left[ \frac{ik\mu^2(R-\Delta l)}{2\Delta l R}(x_3^2 + y_3^2) \right] \right\} = \exp(ik\Delta l) \exp \left[ \frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2) \right] \left\{ t \left( -\frac{l_1+\Delta l}{l_2} x_3, -\frac{l_1+\Delta l}{l_2} y_3 \right) \right\} \times$$

$$\times \exp \left[ \frac{ik(l_1 + \Delta l)R - l_1}{2l_2^2(R + \Delta l)} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes \exp \left[ \frac{ikl_1(l_1 + \Delta l)}{2\Delta ll_2^2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes P(x_3, y_3). \quad (21)$$

В этом случае на стадии восстановления двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности интерференционные картины также локализируются в указанных выше двух плоскостях, и для регистрации необходимо проведение пространственной фильтрации дифракционного поля. При этом чувствительность интерферометра к продольному перемещению рассеивателя не зависит от радиуса кривизны сходящейся сферической волны излучения, используемого для освещения рассеивателя, когда интерференционная картина регистрируется в плоскости изображения зрачка линзы  $L$ .

В случае регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, чувствительность интерферометра изменяется в  $G_4 = \mu^2(R - l_1)^2/R^2$  раз. Для выбранного примера с фиксированными величинами  $\lambda$ ,  $l_1 = l_2$  с уменьшением радиуса кривизны в пределах  $l_1 \leq R \leq \infty$  уменьшается чувствительность интерферометра (см. рис. 4) к продольному перемещению рассеивателя вплоть до того, что  $G_4 = 0$ , когда  $R = l_1$ . Тогда при  $R = l_1$  в плоскости формирования изображения зрачка линзы  $L$  должна локализоваться «замороженная» интерференционная картина, которая не изменяется с изменением угла наблюдения. Дальнейшее уменьшение радиуса кривизны  $R$  (см. рис. 4) приводит к возникновению и увеличению в плоскости голограммы угла наклона по радиусу от оптической оси субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к идентичным спеклам первой экспозиции. В результате этого увеличивается чувствительность интерферометра к продольному перемещению рассеивателя при регистрации интерференционной картины в плоскости  $3$  (см. рис. 3).

Причина локализации интерференционных картин в двух плоскостях в рассматриваемом случае имеет несколько другой источник по сравнению со случаем формирования интерференционных картин, характеризующих поперечное перемещение рассеивателя.

С одной стороны, наличие в плоскости голограммы угла наклона, изменяющегося от оптической оси, субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции по отношению к спеклам первой экспозиции, является необходимым условием образования в ней интерференционной картины, так как спеклы двух экспозиций оказываются совмещенными. Однако при этом не выполняется условие идентичности спеклов. Субъективные спеклы, соответствующие второй экспозиции, имеют другое амплитудно-фазовое распределение, определяемое величиной  $\exp \left[ ik\mu^2 \left( x_3^2 + y_3^2 \right) / 2\Delta l \right] \otimes P(x_3, y_3)$ , по сравнению с распределением для субъективных спеклов,

соответствующих первой экспозиции. В связи с этим для получения суперпозиции идентичных спекл-полей двух экспозиций необходимо проведение пространственной фильтрации дифракционного поля.

С другой стороны, выделение путем проведения пространственной фильтрации дифракционного поля субъективных спеклов, соответствующих первой и второй экспозициям, между которыми отсутствует угол наклона, обеспечивает в плоскости формирования изображения зрачка линзы  $L$  суперпозицию спекл-полей, обусловленных дифракцией плоской волны на зрачке этой линзы для двух положений рассеивателя.

В эксперименте двухэкспозиционные голограммы сфокусированного изображения матового экрана записывались на фотопластинках типа Микрат-ВРЛ с использованием излучения He-Ne-лазера, работающего на длине волны 0,63 мкм. Изображение с единичным увеличением строилось с помощью положительной линзы с фокусным расстоянием  $f = 140$  мм, с диаметром зрачка  $d = 32$  мм. Диаметр освещенной области матового экрана составил 35 мм. Угол между опорным пучком и нормалью к плоскости фотопластинки равнялся  $10^\circ$ . Методика экспериментальных исследований заключалась в сравнении результатов записи голограмм для фиксированной величины как поперечного  $a = (0,035 \pm 0,002)$  мм, так и продольного  $\Delta l = (2 \pm 0,002)$  мм перемещения рассеивателя, причем различные радиусы кривизны расходящейся сферической волны излучения, используемого для освещения матового экрана, выбирались в диапазоне  $280 \text{ мм} \leq R \leq \infty$ , а для сходящейся сферической волны —  $140 \text{ мм} \leq R \leq \infty$ .

В качестве примера на рис. 5 представлены интерференционные картины, локализуемые в плоскости голограммы и характеризующие поперечное перемещение рассеивателя. Метка в виде буквы «Т» была предварительно нанесена на матовый экран.

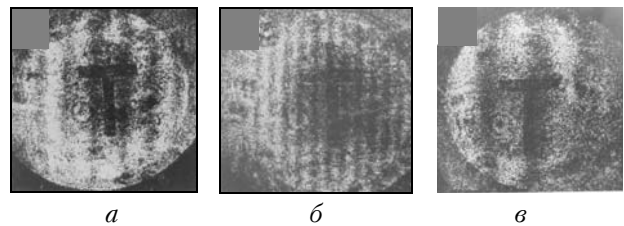


Рис. 5. Интерференционные картины, локализуемые в плоскости голограммы, когда на стадии ее записи матовый экран освещался излучением:  $a$  — с плоской волной,  $b$  — сферической расходящейся,  $v$  — сферической сходящейся

Интерференционные картины регистрировались при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы (см. рис. 3) с диаметром фильтрующего отверстия 2 мм. При этом рис. 5,  $a$  относится к случаю освещения матового экрана на стадии записи двухэкспозиционной голограммы коллимированным пучком, рис. 5,  $b$  — излучением с расходящейся сфериче-

ской волной с радиусом кривизны  $R = 280$  мм, рис. 5,  $\sigma$  – со сходящейся с  $R = 180$  мм. В этих случаях, как и в последующих, связанных с изменением как величины, так и знака радиуса кривизны, путем измерения периодов интерференционных полос определялись коэффициенты  $G_1, G_2$  (помимо того, что их можно определить из результатов измерений  $R$  и  $l_1$ ).

Полученные таким образом значения  $G_1, G_2$  соответствуют рис. 4 с точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте. Кроме того, во всех случаях двухэкспозиционной записи голограммы для определения величины поперечного перемещения рассеивателя интерференционная картина (рис. 6), локализуемая в плоскости изображения зрачка



Рис. 6. Интерференционная картина, локализуемая в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы

положительной линзы  $L$ , с помощью которой строилось изображение матового экрана  $1$  (см. рис. 1), имела одну и ту же частоту интерференционных полос. Метка в виде буквы «Л» была предварительно нанесена на боковую поверхность линзы. Регистрация интерференционной картины, локализуемой в плоскости изображения зрачка линзы, осуществлялась согласно рис. 2 при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси путем восстановления голограммы малоапертурным ( $\approx 2$  мм) лазерным пучком. При этом рис. 6 относится к частному случаю восстановления голограммы, когда при ее записи матовый экран освещался излучением со сходящейся сферической волной с радиусом кривизны  $R = l_1$ . В этом случае голограмма восстанавливалась широким коллимированным пучком, а интерференционная картина регистрировалась при величине диаметра апертурной диафрагмы линзы  $L_1$  (см. рис. 2), равной 20 мм, так как в плоскости регистрации  $3$  локализовались «замороженные» интерференционные полосы.

Если пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется в плоскости голограммы вне оптической оси, например в точке с координатами  $x_{03}, 0$ , и диаметр фильтрующего отверстия не превосходит ширину интерференционной полосы для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, то распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра принимает вид

$$u(x_3, y_3) \sim p_0(x_3, y_3) \exp\left\{\frac{ik}{2l_2}[(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2]\right\} \times \\ \times \left\{t(-\mu x_3 - \mu x_{03}, -\mu y_3) \exp\left\{\frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2}[(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2]\right\} \otimes\right.$$

$$\otimes P(x_3, y_3) + t(-\mu x_3 - \mu x_{03}, -\mu y_3) \exp\left[\frac{ik(R+l_1)ax_{03}}{Rl_2}\right] \times \\ \times \exp\left[\frac{ik(R+l_1)a^2}{2Rl_1}\right] \exp\left\{\frac{ik\mu(R+l_1)}{2Rl_2}[(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2]\right\} \otimes \\ \otimes \exp\left[\frac{-ik(R+l_1)ax_3}{Rl_2}\right] P(x_3 - a/\mu, y_3)\left\}. \quad (22)$$

В рассматриваемом случае выполнения пространственной фильтрации распределение комплексной амплитуды поля в плоскости  $(x_4, y_4)$  (см. рис. 2) с учетом четности функции  $p(x_2, y_2)$  определяется без учета постоянной составляющей фазы  $k(R+l_1) \times ax_{03}/Rl_2$  выражением

$$u(x_4, y_4) \sim \left\{ \exp\left[-\frac{ik\mu x_{03}(x_4 - x_{03})}{l_2}\right] F(x_4 - x_{03}, y_4) \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp\left[\frac{ikx_{03}(x_4 - x_{03})}{l_2}\right] \times \right. \\ \left. \times \exp\left\{-\frac{ikR}{2l_1(R+l_1)}[(x_4 - x_{03})^2 + y_4^2]\right\} \right\} p(x_4 - x_{03}, y_4) + \\ + \left\{ \exp\left[-\frac{ik\mu x_{03}(x_4 - x_{03})}{l_2}\right] F(x_4 - x_{03}, y_4) \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp\left[\frac{-ik(R+l_1)a^2}{2Rl_1}\right] \exp\left\{-\frac{ikR}{2l_1(R+l_1)}[(x_4 - x_{03})^2 + y_4^2]\right\} \right\} \times \\ \times p(x_4 - x_{03}, y_4) \exp\left[\frac{-ika(x_4 - x_{03})}{l_1}\right] \otimes \\ \otimes P_0(x_4, y_4). \quad (23)$$

На основании (23) распределение освещенности в плоскости регистрации  $3$  (см. рис. 2) принимает вид

$$I(x_4, y_4) \sim \left\{ 1 + \cos\left[\frac{k}{l_1}a(x_4 - x_{03}) + \frac{k(R+l_1)a^2}{l_1R}\right] \right\} \times \\ \times \left\{ \exp\left[-\frac{ik\mu x_{03}(x_4 - x_{03})}{l_2}\right] F(x_4 - x_{03}, y_4) \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp\left[\frac{ikx_{03}(x_4 - x_{03})}{l_2}\right] \times \right. \\ \left. \times \exp\left\{-\frac{ikR}{2l_1(R+l_1)}[(x_4 - x_{03})^2 + y_4^2]\right\} \right\} \times \\ \times p(x_4 - x_{03}, y_4) \otimes P_0(x_4, y_4) \left. \right\}^2. \quad (24)$$

Как следует из (24), при изменении  $x_{03}$  происходит смещение изображения зрачка положительной



линзы, с помощью которой осуществлялась запись голограммы сфокусированного изображения рассеивателя, из-за параллакса. При этом смещаются и интерференционные полосы с сохранением их частоты. Кроме того, в динамике поведения интерференционных полос («живые» интерференционные полосы) изменяется фаза интерференционной картины от 0 до  $\pi$ , когда центр фильтрующего отверстия перемещается от минимума интерференционной полосы для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, до ее максимального значения.

При восстановлении двухэкспозиционных голограмм, характеризующих продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, с проведением пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси (см. рис. 2) в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы  $L$  образуется интерференционная картина, представленная на рис. 7, а.

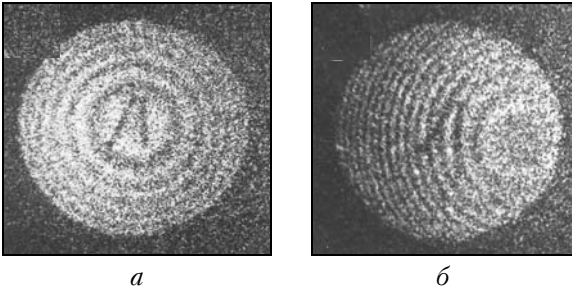


Рис. 7. Интерференционные картины, локализуемые в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы и зарегистрированные при выполнении пространственной фильтрации в плоскости голограммы: а – на оптической оси, б – вне оптической оси

Причем во всех случаях записи голограмм, когда матовый экран 1 на рис. 1 освещался излучением как с расходящейся, так и со сходящейся сферической волной, интерференционная картина на рис. 7, а остается неизменной – с одинаковым числом интерференционных порядков. Результаты измерения радиусов колец в соседних порядках интерференции соответствуют величине продольного перемещения  $\Delta l = 2$  мм с точностью (10%) до ошибки, допускаемой в эксперименте.

Если пространственная фильтрация в плоскости голограммы выполняется вне оптической оси, например в точке с координатами  $x_{03}$ , 0, и диаметр фильтрующего отверстия не превосходит ширину интерференционной полосы для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, то распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра без учета постоянной составляющей фазы  $k\Delta l(R + l_1)^2 x_{03}^2 / 2R^2 l_2^2$  определяется выражением

$$u'(x_3, y_3) \sim p_0(x_3, y_3) \exp\left\{\frac{ik}{2l_2}[(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2]\right\} \times \left\{t(-\mu x_3 - \mu x_{03}, -\mu y_3) \exp\left\{\frac{ik\mu(R + l_1)}{2Rl_2}[(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2]\right\} \otimes$$

$$\otimes P(x_3, y_3) + \exp(ik\Delta l)t(-\mu x_3 - \mu x_{03}, -\mu y_3) \times \exp\left\{\frac{ik\mu(R + l_1)}{2Rl_2}[(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2]\right\} \otimes \exp\left\{\frac{ik\mu^2}{2\Delta l}[(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2]\right\} \otimes P(x_3, y_3)\right\}. \quad (25)$$

В этом случае выполнения пространственной фильтрации распределение комплексной амплитуды поля в плоскости  $(x_4, y_4)$  (см. рис. 2) принимает вид

$$u'(x_4, y_4) \sim \left\{ \exp\left[\frac{-ik\mu x_{03}(x_4 - x_{03})}{l_2}\right] F(x_4 - x_{03}, y_4) \otimes \exp\left[\frac{ikx_{03}(x_4 - x_{03})}{l_2}\right] \exp\left\{-\frac{ikR}{2l_1(R + l_1)}[(x_4 - x_{03})^2 + y_4^2]\right\} \right\} \times \times p(x_4 - x_{03}, y_4) + \exp(ik\Delta l) \left\{ \exp\left[-\frac{ik\mu x_{03}(x_4 - x_{03})}{l_2}\right] \times \times F(x_4 - x_{03}, y_4) \otimes \exp\left[\frac{ikx_{03}(x_4 - x_{03})}{l_2}\right] \times \times \exp\left\{-\frac{ikR}{2l_1(R + l_1)}[(x_4 - x_{03})^2 + y_4^2]\right\} \right\} \times \times p(x_4 - x_{03}, y_4) \exp\left[\frac{ikx_{03}(x_4 - x_{03})}{l_2}\right] \times \times \exp\left\{-\frac{ik\Delta l}{2l_1^2}[(x_4 - x_{03})^2 + y_4^2]\right\} \otimes P_0(x_4, y_4). \quad (26)$$

На основании (26) распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (см. рис. 2) определяется выражением

$$I'(x_4, y_4) \sim \left\{ 1 + \cos\left\{k\Delta l - \frac{k\Delta l}{2l_1^2}[(x_4 - x_{03})^2 + y_4^2] + \frac{kx_{03}}{l_2}(x_4 - x_{03})\right\} \right\} \left\{ \exp\left[\frac{-ik\mu x_{03}(x_4 - x_{03})}{l_2}\right] \times \times F(x_4 - x_{03}, y_4) \otimes \exp\left[\frac{ikx_{03}(x_4 - x_{03})}{l_2}\right] \times \times \exp\left\{-\frac{ikR}{2l_1(R + l_1)}[(x_4 - x_{03})^2 + y_4^2]\right\} \right\} \times \times p(x_4 - x_{03}, y_4) \otimes P_0(x_4, y_4) \Big|^2. \quad (27)$$

Из (27) следует, что как и в случае записи двухэкспозиционной голограммы для определения поперечного перемещения рассеивателя, из-за параллакса смещаются на одинаковую величину изо-

бражения зрачка положительной линзы и центр осесимметричной интерференционной картины. Помимо этого имеет место перераспределение в фазе интерференционной картины из-за линейного слагаемого в (27), что демонстрирует рис. 7, б. Рис. 7, б соответствует выполнению пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы в точке с координатами  $x_{03} = 15$  мм, 0. Причем рис. 7 соответствует еще случаю, когда запись голограммы выполнялась при освещении матового экрана излучением со сходящейся сферической волной с радиусом кривизны  $R = l_1$ , и указывает на причину отсутствия «замороженных» интерференционных полос в плоскости  $(x_4, y_4)$  рис. 2 при таком условии записи двухэкспозиционной голограммы. Кроме того, становится вполне очевидным, что суперпозиция интерференционных картин в плоскости  $(x_4, y_4)$  рис. 3 от всех элементарных областей голографического изображения рассеивателя делает невозможной регистрацию интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, в виде концентрических колец с несколькими порядками интерференции, поскольку тогда на основании выражения (27) диаметр фильтрующего отверстия в плоскости  $(x_4, y_4)$  (см. рис. 3) должен быть равен размеру спекла.

В свою очередь, для малой величины продольного перемещения рассеивателя, выполненного совместно с поперечным, возможна регистрация интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, когда число интерференционных полос в пределах изображения зрачка положительной линзы изменяется в зависимости от положения фильтрующего отверстия в плоскости голограммы незначительно. Так, на рис. 8, а и б представлены интерференционные картины, локализуемые в плоскости изображения зрачка положительной линзы и характеризующие поперечное перемещение матового экрана с величиной  $a = (0,035 \pm 0,002)$  мм и продольное с  $\Delta l = (0,15 \pm 0,002)$  мм, регистрация которых осуществлялась при выполнении пространственной фильтрации в плоскости голограммы на оси  $x$  и на краях изображения рассеивателя. Причем запись голограммы проводилась при освещении матового экрана излучением с плоской волной. При восстановлении голограммы согласно рис. 3 зарегистрированная интерференционная картина, локализуемая в ее плоскости и характеризующая продольное и поперечное перемещения рассеивателя, представлена на рис. 8, в.

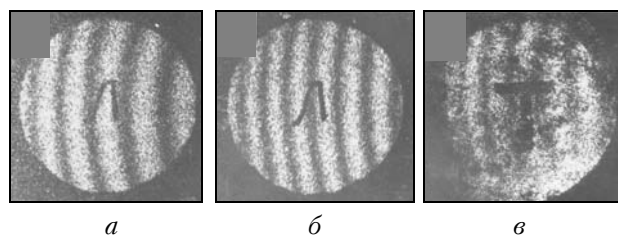


Рис. 8. Интерференционные картины, локализующиеся: а, б — в плоскости формирования, изображения зрачка положительной линзы, в — в плоскости голограммы

Таким образом, результаты теоретического анализа формирования интерференционных картин, характеризующих поперечное или продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, при двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения рассеивателя и проведенные экспериментальные исследования показали следующее.

Интерференционные картины, характеризующие поперечное перемещение рассеивателя, локализируются в плоскости изображения зрачка положительной линзы, с помощью которой выполнялась запись голограммы, и в плоскости голограммы. Для их регистрации необходимо проведение пространственной фильтрации дифракционного поля в соответствующих плоскостях. При этом чувствительность интерферометра в случае регистрации интерференционной картины в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы не зависит от знака и величины радиуса кривизны сферической волны излучения, используемого для освещения рассеивателя на стадии записи голограммы, с одной стороны. С другой стороны, она зависит от знака и величины радиуса кривизны сферической волны при регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы.

При восстановлении голограммы, когда перед повторным экспонированием фотопластины осуществлялось продольное перемещение рассеивателя, с проведением в ней на оптической оси пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы образуется интерференционная картина в полосах равного наклона. При этом чувствительность интерферометра не зависит от знака и величины радиуса кривизны сферической волны излучения, используемого для освещения рассеивателя на стадии записи голограммы. В свою очередь, известные [4, 10] свойства субъективных спеклов в плоскости голограммы сфокусированного изображения рассеивателя, которые являются результатом дифракции плоских волн на зрачке положительной линзы, не позволяют регистрировать локализуемую в плоскости голограммы интерференционную картину в виде концентрических колец с несколькими порядками интерференции.

1. Гусев В.Г. Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля двухэкспозиционной голограммы Френеля // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 11. С. 1011–1019.
2. Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия. М.: Мир, 1986. 320 с.
3. Клименко И.С. Голография сфокусированных изображений и спекл-интерферометрия. М.: Наука, 1985. 217 с.
4. Гусев В.Г. Пространственная фильтрация интерферограм бокового сдвига в голографической интерферометрии сфокусированного изображения // Оптика атмосф. 1990. Т. 3. № 10. С. 1034–1044.
5. Гусев В.Г. Формирование в диффузно рассеянных полях интерферограм бокового сдвига при двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу

- Габо́ра. Ч. I // Оптика атмосф. и океана. 1997. Т. 10. № 2. С. 144–156.
6. *Гусев В.Г.* Формирование в диффузно рассеянных полях интерферограмм бокового сдвига при двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габо́ра. Ч. II // Оптика атмосф. и океана. 1997. Т. 10. № 8. С. 884–897.
7. *Гудмен Д.* Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 360 с.
8. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1970. 846 с.
9. *Горский С.М., Зверев В.А., Матвеев А.Л.* О пространственной фильтрации с помощью когерентных оптических систем // Изв. вузов. Радиофиз. 1977. Т. 20. № 4. С. 522–527.
10. *Гусев В.Г.* Голографический контроль волновых aberrаций положительных линз и объективов // Электрон. техн. Сер. 11. 1991. Вып. 3. С. 55–56.

***V.G. Gusev. Formation of interferograms in diffusively scattered fields due to the spatial filtration of a diffractive field of the double-exposure recording of hologram of a scatterer focused image.***

An analysis of the sensitivity of holographic interferometer to transversal or longitudinal displacements of the diffusively scattered light of the plane surface is presented. It is shown that the interference patterns are located in the hologram plane and in the plane of aperture image of a lens used to record the hologram. The spatial filtration of a diffractive field provides recording of the interference pattern. The experimental results are in a good agreement with theoretical arguments.