

## Формирование заданных распределений интенсивности. Часть 1: Алгоритм Гершберга–Сакстона, алгоритм покоординатного спуска и их комбинации

А.С. Микрюков, И.В. Ильина, Т.Ю. Черезова\*

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова  
119992, г. Москва, ГСП-2, Ленинские горы

Поступила в редакцию 4.05.2009 г.

Рассмотрена задача формирования заданных распределений интенсивности с помощью алгоритма Гершберга–Сакстона и алгоритмов покоординатного спуска с постоянным и переменным шагом. Исследуется эффективность работы алгоритмов в зависимости от выбора начальных параметров. Для повышения точности формирования применяются две различные гибридные методики: первая заключается в последовательном выполнении алгоритма Гершберга–Сакстона после выполнения алгоритма покоординатного спуска. Во второй, более универсальной, методике алгоритм Гершберга–Сакстона встроено в алгоритм покоординатного спуска, так что на каждую итерацию второго приходится заданное количество итераций первого. С помощью гибридных методик точность формирования была улучшена в несколько раз по сравнению с «одиночным» применением рассмотренных выше алгоритмов.

*Ключевые слова:* алгоритм Гершберга–Сакстона, алгоритм покоординатного спуска, формирование заданных пучков, гибридная методика; Gerchberg–Saxton algorithm, hill-climbing algorithm, laser beam shaping, hybrid technique.

### Введение

Формирование заданных профилей интенсивности актуально во многих областях современной физики [1]. Так, например, при транспортировке мощного светового излучения на протяженных атмосферных трассах энергетически более выгодным является использование кольцевых пучков [2], при упрочнении зон металла при лазерной закалке – пучков супергауссовой формы [3] и т.д.

Для формирования излучения с заданной пространственной структурой могут применяться как амплитудные, так и фазовые корректоры. Однако использование амплитудных корректоров сопряжено со значительными потерями мощности излучения, поэтому во многих случаях предпочтительным является использование фазовых корректоров. Многочисленные методы, разработанные для формирования заданных распределений интенсивности с помощью фазовых корректоров, можно различать как по выбору оптических элементов, осуществляющих формирование, так и по реализации алгоритма восстановления фазовой функции корректора.

Вычислять фазовую функцию можно аналитически (путем решения уравнения или системы уравнений) [4, 5] либо с помощью численных методов

[6–8], в которых для определения неизвестной фазовой функции реализуется итерационный процесс оптимизации заданного параметра. Выбор оптимального метода вычисления фазовой функции определяется многими факторами, в частности сложностью решаемой задачи. Так, применение аналитических методов ограничено стандартным набором довольно простых задач формирования, таких как преобразование гауссова пучка в пучок прямоугольной формы [9].

При решении более сложных задач, например задачи преобразования гауссова пучка в пучок треугольной формы [10], применяются итерационные алгоритмы. Одним из таких алгоритмов является алгоритм Гершберга–Сакстона (АГС) [6], первоначально предложенный для восстановления неизвестного волнового фронта излучения по известным (заданным или измеренным) в нескольких плоскостях оптической системы распределения интенсивности излучения. Данный алгоритм фактически заключается в последовательном переходе от поля к его пространственному спектру и обратно с заменой модулей соответствующих значений амплитуд полей на известные, измеренные в эксперименте значения.

Алгоритм Гершберга–Сакстона достаточно прост в реализации и позволяет обрабатывать большие объемы данных. Однако существенным недостатком алгоритма является зависимость сходимости и точности алгоритма от выбора начальных условий [11, 12]. Стандартного подхода к выбору оптимальных начальных условий на настоящий момент не предложено

\* Алексей Сергеевич Микрюков (anzio64@gmail.com); Инна Вячеславовна Ильина (ilyina\_inna@mail.ru); Татьяна Юрьевна Черезова (cherezova@mail.ru).

[13], и авторы в своих исследованиях, как правило, методом проб и ошибок определяют начальные условия.

В настоящей статье на примере формирования кольцевого, квадратного и эллиптического распределений интенсивности анализируется зависимость точности алгоритма Гершберга–Сакстона от выбора начальной фазовой функции и рассматриваются возможные способы повышения эффективности работы алгоритма (т.е. уменьшения итоговой ошибки формирования). Рассматриваются принципиальная схема работы алгоритма Гершберга–Сакстона и используемая оптическая схема. Исследуются точность и устойчивость получаемых с помощью алгоритма решений задачи формирования. Эффективность алгоритма Гершберга–Сакстона сравнивается с эффективностью известного алгоритма покоординатного спуска с постоянным и переменным шагом. Для повышения точности формирования предлагается использовать два гибридных алгоритма. В их основе лежит принцип последовательного выполнения алгоритма Гершберга–Сакстона и алгоритма покоординатного спуска.

## 1. Принципиальная схема алгоритма Гершберга–Сакстона

Принципиальная схема алгоритма Гершберга–Сакстона, используемая в задаче формирования излучения для вычисления фазовой функции корректора, приведена на рис. 1.

Начальное распределение интенсивности (во входной плоскости) и распределение интенсивности, которое требуется сформировать (в выходной плоско-

сти), полагаются заданными. Кроме того, задается начальное приближение фазовой функции  $\varphi_0(r, \theta)$ . Как будет показано в дальнейшем, именно выбор начальной фазовой функции существенным образом влияет на эффективность формирования заданных профилей интенсивности. Итерационная процедура Гершберга–Сакстона состоит из четырех основных шагов и фактически заключается в последовательном переходе от поля во входной плоскости (шаг 1–2) к его пространственному спектру в выходной плоскости и обратно (шаг 3–4) с заменой модулей соответствующих вычисленных амплитуд на заданные (шаг 2–3 и 4–1). Фазовая функция, получаемая на шаге 4, выбирается в качестве следующего приближения, и итерационная процедура повторяется. Критерием, характеризующим сходимость и точность алгоритма Гершберга–Сакстона, было выбрано среднеквадратическое отклонение рассчитываемого на каждой итерации распределения интенсивности  $I_i(x_1, y_1)$  от распределения интенсивности  $I_1(x_1, y_1)$ , которое требуется сформировать:

$$\Delta I = \sqrt{\frac{\iint (I_1(x_1, y_1) - I_i(x_1, y_1))^2 dx_1 dy_1}{\iint I_1^2(x_1, y_1) dx_1 dy_1}}, \quad (1)$$

где  $(x_1, y_1)$  – декартовы координаты расчетной сетки в выходной плоскости.

Для реализации схемы (рис. 1) в численном эксперименте мы используем излучение He–Ne-лазера (длина волны  $\lambda = 0,63$  мкм) гауссовой формы (полуширина пучка по уровню убывания интенсивности в  $e^2$  раз  $\omega = 1 \cdot 10^{-2}$  м). Излучение проходит через фазовый корректор, расположенный во входной

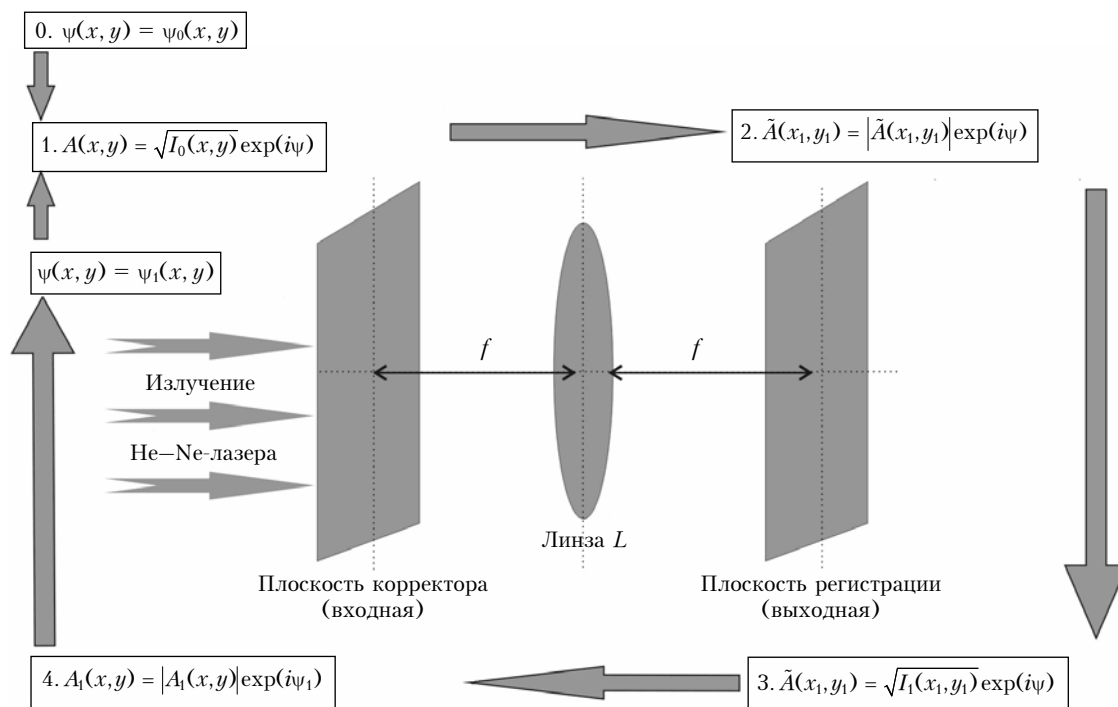


Рис. 1. Схема алгоритма Гершберга–Сакстона

плоскости, как отмечено на рис. 1. Входная плоскость корректора лежит в передней фокальной плоскости линзы  $L$  (фокусное расстояние  $f = 0,35$  м), а выходная плоскость (плоскость регистрации), в которой необходимо получить излучение с заданным профилем интенсивности, находится в задней фокальной плоскости линзы. Таким образом, оператор преобразования, связывающий излучение во входной и выходной плоскостях, является оператором Фурье. Размер расчетной сетки во входной и выходной плоскостях:  $R_{in} = 4 \cdot 10^{-2}$  м и  $R_{out} = 2,4 \cdot 10^{-4}$  м, число точек на расчетной сетке  $N_{in} = N_{out} = 512$ .

## 2. Оптимизация выбора начальной фазовой функции для алгоритма Гершберга–Сакстона: случай формирования кольцевого распределения интенсивности

В работах [11–14] авторами отмечалась существенная зависимость эффективности итерационной процедуры Гершберга–Сакстона от выбора начальных условий, а именно фазовой функции, задаваемой в качестве начального приближения на первой итерации алгоритма. Следует отметить, что в последнее время не было предложено стандартной процедуры подбора начальной фазовой функции для формирования заданных распределений интен-

сивности с наименьшей ошибкой. Фазовая функция, как правило, выбиралась либо нулевой (постоянная, плоская фаза) [15], либо случайной [12]. Нами также был произведен расчет формирования заданных распределений интенсивности с помощью алгоритма Гершберга–Сакстона при выборе начальной плоской и случайной фазовых функций. Кольцевое, квадратное и эллиптическое распределения интенсивности, которые требовалось сформировать, были заданы следующим образом:

$$I(x_1, y_1) = (x_1^2 + y_1^2)^{10} \exp(-2(x_1^2 + y_1^2)/\omega_1^2), \quad (2)$$

где  $\omega_1 = 0,3 \cdot 10^{-4}$  м,

$$I(x_1, y_1) = \begin{cases} I_0, & |x_1|, |y_1| \leq d \\ 0, & |x_1|, |y_1| > d \end{cases}, \quad (3)$$

где  $d = 0,75 \cdot 10^{-4}$  м,

$$I(x_1, y_1) = \exp\left(-\frac{x_1^2}{\omega_X^2} - \frac{y_1^2}{\omega_Y^2}\right), \quad (4)$$

где  $\omega_X = 0,75 \cdot 10^{-5}$  м,  $\omega_Y = 0,45 \cdot 10^{-4}$  м.

Идеальные и сформированные с помощью алгоритма Гершберга–Сакстона распределения интенсивности, а также ошибки формирования, рассчитанные по формуле (1), приведены на рис. 2, из которого видно, что точность формирования оказалась невысокой ( $\Delta I$  варьируется в пределах 13–27%).

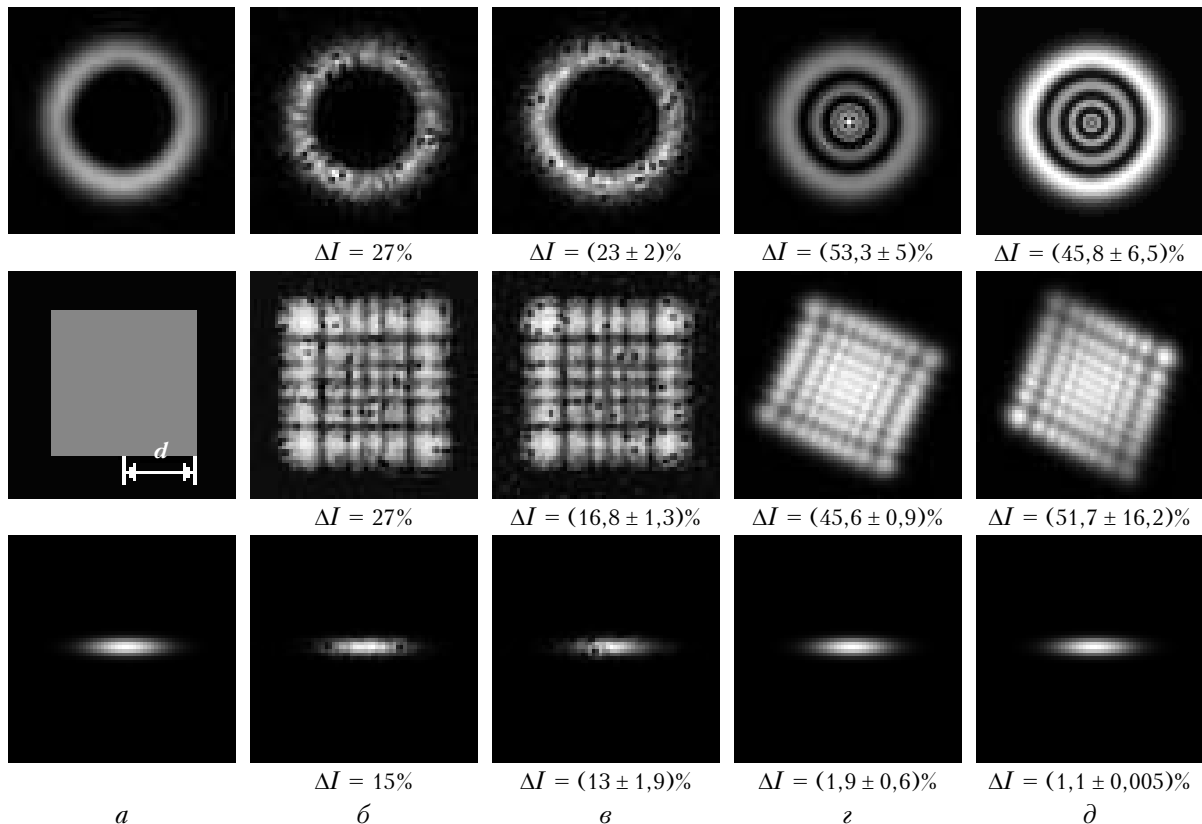


Рис. 2. Распределения интенсивности, которые требуется сформировать (а), сформированные с помощью алгоритма Гершберга–Сакстона при выборе начальной нулевой (б) и случайной (в) фазовых функций, а также полученные при использовании алгоритмов покоординатного спуска с постоянным (г) и переменным (д) шагом

Таким образом, выбор плоской или случайной начальных фазовых функций не является оптимальным для рассматриваемых задач формирования. Для повышения качества формирования необходим тщательный подбор начальных фазовых функций. Для этого было решено представить фазовую функцию  $\varphi_0(x, y)$  в виде линейной комбинации полиномов Цернике:

$$\varphi_0(x, y) = \sum_{i=1}^n \alpha_i Z_i(x, y), \quad (5)$$

где  $(x, y)$  – декартовы координаты расчетной сетки во входной плоскости;  $\alpha_i$  – амплитуда  $i$ -го полинома Цернике, рад;  $Z_i(x, y)$  –  $i$ -й полином Цернике.

Подобное представление начальной фазовой функции позволило выделить наиболее значимые для каждого случая формирования полиномы Цернике и получить зависимости точности формирования от амплитуды данных полиномов. Вначале были получены зависимости для начальной фазовой функции, заданной в виде одного полинома Цернике, амплитуда которого последовательно изменялась в пределах  $\pm 20$  рад с шагом 1 рад. Точность формирования кольцевого распределения интенсивности оказалась зависящей как от полинома Цернике, выбираемого в качестве начальной фазовой функции, так и от амплитуды данного полинома. Нами были получены зависимости ошибки формирования от амплитуды полиномов  $Z_3$ – $Z_{20}$ , при этом для большинства полиномов при варьировании их амплитуд точность формирования повысить не удалось. Как показали исследования, алгоритм Гершберга–Сакстона оказался существенно неустойчивым, так как в некоторых случаях небольшому изменению амплитуды полинома соответствовало изменение ошибки формирования в несколько раз (так, например, при изменении амплитуды полинома  $Z_3$  с  $-9$  до  $-8$  рад ошибка формирования возрастает с 11 до 22%). Тем не менее при выборе в качестве начальной фазовой функции полиномов  $Z_3$  (дефокусировка) или  $Z_8$  (сферическая абберация) существует диапазон амплитуд данных полиномов, в котором ошибка формирования кольцевого распределения интенсивности составляет  $\sim 10\%$  (по сравнению с 27 и 23% при выборе нулевой и случайной начальной фазовой функции). Зависимости ошибки формирования от амплитуд полиномов  $Z_3$  и  $Z_8$ , а также два наилучших случая формирования, соответствующие фазовым функциям  $\varphi^0(x, y) = -28Z_3(x, y)$  и  $\varphi^0(x, y) = 4Z_8(x, y)$ , приводятся на рис. 3, а.

Таким образом, при детальном подборе амплитуд полиномов было достигнуто улучшение точности формирования более чем в 2 раза. Для сравнения на рис. 3, а также приводится одна из «неудачных» зависимостей (для  $Z_6$ ), характерная для остальных полиномов Цернике.

Как показали расчеты, увеличение числа полиномов в разложении начальной фазовой функции, как правило, не позволяет улучшить точность формирования. Однако при использовании небольшого количества полиномов в разложении начальной фазовой функции удавалось получить достаточно широкие

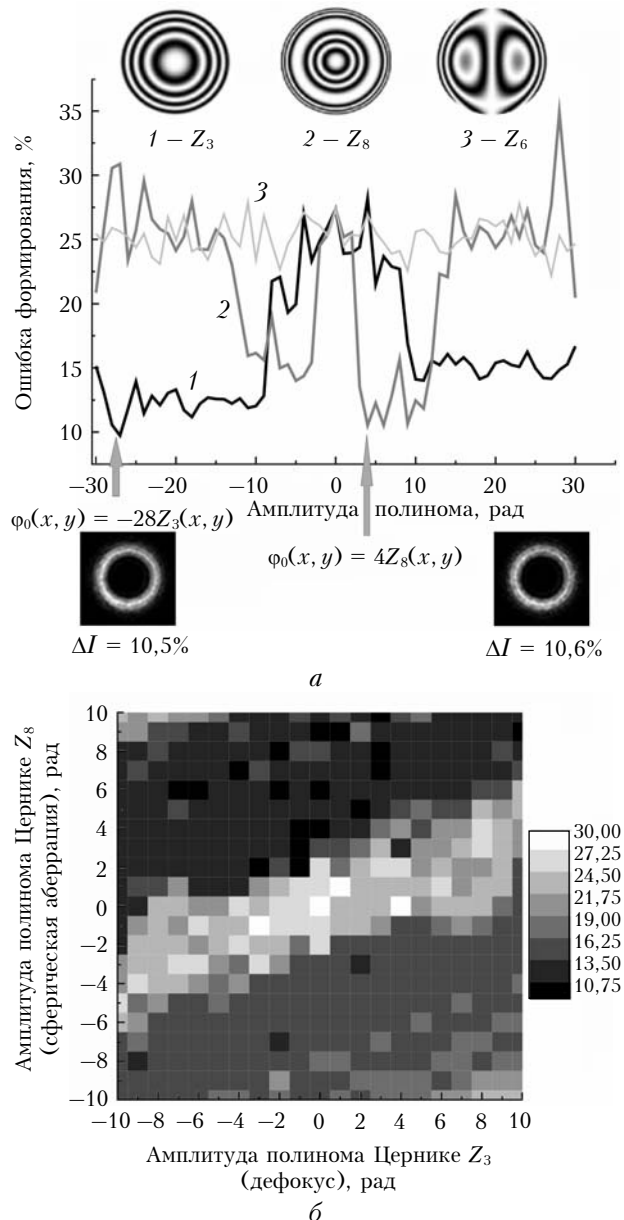


Рис. 3. Зависимость ошибки формирования кольцевого распределения интенсивности от амплитуды полинома, выбранного в качестве начальной фазовой функции (а), от амплитуды полиномов  $Z_3$  и  $Z_8$ , присутствующих в расположении начальной фазовой функции (б)

области амплитуд полиномов, при которых ошибка формирования не превышала 10–15%. На рис. 3, б в виде диаграммы представлена зависимость ошибки формирования кольцевого распределения интенсивности от амплитуд двух полиномов Цернике  $Z_3$  и  $Z_8$ , определяющих начальную фазовую функцию. При этом амплитуда других полиномов Цернике принималась равной нулю. Белые области на диаграмме соответствуют ошибке формирования 25–30%, светло-серые – 16–25%, а темно-серые – 10–15%.

Таким образом, с помощью данного численного эксперимента были продемонстрированы существенная зависимость ошибки формирования распределения интенсивности при использовании алгоритма

Гершберга–Сакстона от выбора начальной фазовой функции, а также возможность повышения эффективности работы алгоритма путем подбора оптимального начального фазового приближения. Однако подобная процедура подбора начальных условий проводилась «вручную», требовала значительных временных затрат и не являлась универсальной (т.е. для каждой задачи формирования необходимо было производить подбор оптимальных начальных данных заново). В соответствии с этим нами было предложено осуществлять подбор начальных условий для алгоритма Гершберга–Сакстона с помощью другого итерационного алгоритма – алгоритма покоординатного спуска. Ниже исследуется возможность самостоятельного применения алгоритма покоординатного спуска для решения задачи формирования заданных распределений интенсивности и проводится оценка эффективности применения данного алгоритма.

### 3. Алгоритм покоординатного спуска с постоянным и переменным шагом

Схема алгоритма покоординатного спуска (АПС) приводится на рис. 4.

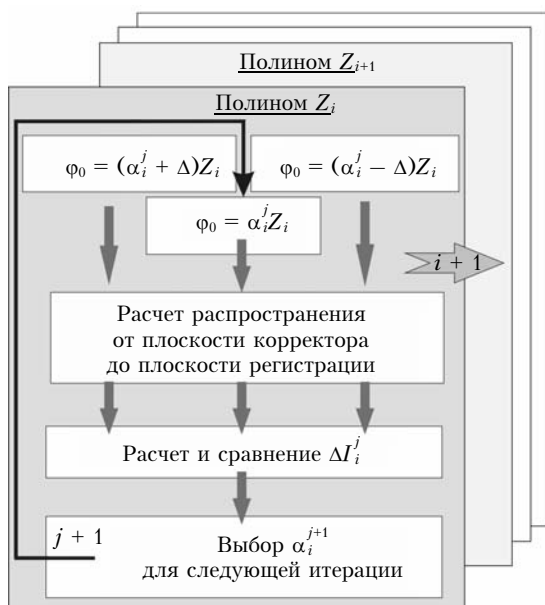


Рис. 4. Схема алгоритма покоординатного спуска

Варьируемыми параметрами являлись амплитуды полиномов Цернике, определяющих начальную фазовую функцию. Шаг алгоритма был равен 0,1 рад. Начальные амплитуды полиномов задавались случайным образом в диапазоне значений  $\pm 2$  рад. При этом следует отметить, что для каждой задачи формирования подбирался свой набор полиномов Цернике, амплитуды которых варьировались АПС. Это связано с тем, что при большом количестве варьироваемых параметров качество формирования оказывалось очень низким (ошибка формирования порядка 80%). Таким образом, были подобраны следующие наборы полиномов Цернике: для кольцевого

распределения интенсивности (ввиду его аксиальной симметричности) – пять первых полиномов Цернике, обладающих осевой симметрией. Для формирования квадратного распределения интенсивности были выбраны следующие пять варьируемых полиномов:  $Z_3$  (дефокусировка),  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$  (астигматизмы второго порядка),  $Z_{16}$ ,  $Z_{17}$  («четырёхлистники»). При формировании эллиптического распределения интенсивности изменялись амплитуды полиномов  $Z_1$ ,  $Z_2$  (наклоны),  $Z_3$ ,  $Z_4$ ,  $Z_5$  (астигматизм).

Как показали проведенные расчеты, алгоритм покоординатного спуска оказался эффективным только для решения относительно простой задачи формирования эллиптического распределения интенсивности (ошибка составила  $\Delta I = (1,9 \pm 0,6)\%$ ). Для случаев формирования кольцевого и квадратного распределений интенсивности применение АПС не дало удовлетворительных результатов:  $\Delta I = (53,3 \pm 5)\%$  для кольцевого и  $\Delta I = (45,6 \pm 0,9)\%$  – для квадратного.

Помимо стандартного алгоритма покоординатного спуска с постоянным шагом нами был также рассмотрен алгоритм покоординатного спуска с переменным шагом, в котором шаг изменения амплитуды полинома уменьшался в 2 раза по мере попадания алгоритма в область стагнации. При использовании данного алгоритма ошибка формирования кольцевого распределения интенсивности уменьшилась несущественно по сравнению со стандартным АПС ( $\Delta I = (45,8 \pm 6,5)\%$ ). Для случая формирования квадратного распределения интенсивности ошибка значительно зависела от начальной амплитуды полиномов и изменялась от 28 до 65%, составляя в среднем  $(51,7 \pm 16,2)\%$ . Результаты формирования с помощью АПС с постоянным и переменным шагом приведены на рис. 2, з, д.

Таким образом, следует отметить, что алгоритмы покоординатного спуска в целом оказались менее эффективными по сравнению с алгоритмом Гершберга–Сакстона (даже при выборе нулевой или случайной начальной фазовой функции алгоритма). Кроме того, результат формирования с помощью АПС существенно зависит от количества варьируемых полиномов и от выбора начальных амплитуд данных полиномов. В соответствии с этим для повышения эффективности формирования заданных распределений интенсивности в работе предлагаются два гибридных алгоритма, в которых алгоритм Гершберга–Сакстона объединен с алгоритмом покоординатного спуска.

### 4. Гибридные алгоритмы

Первый из рассматриваемых гибридных алгоритмов состоит из двух этапов. На первом этапе алгоритмом покоординатного спуска подбираются амплитуды комбинации полиномов Цернике, выбранной для конкретного случая формирования. По мере выполнения заданного количества итераций АПС сходился к определенному решению (ошибка формирования при этом была порядка 50%). Вычисленные на последней итерации АПС амплитуды полиномов

Цернике формируют начальную фазовую функцию, с которой стартует алгоритм Гершберга–Сакстона – второй этап гибридного метода. Таким образом, в данной гибридной методике алгоритм покоординатного спуска и алгоритм Гершберга–Сакстона выполнялись последовательно.

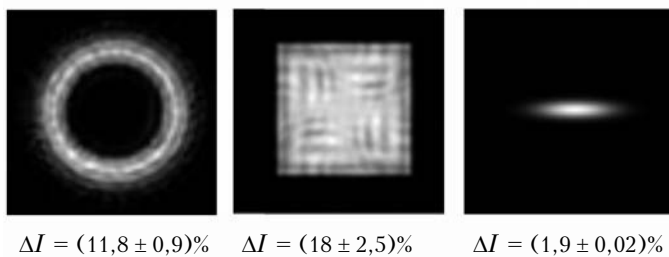
Результат формирования эллиптического распределения интенсивности при использовании гибридной методики не изменился, так как уже после выполнения алгоритма покоординатного спуска была достигнута высокая точность формирования. Однако для случая формирования кольцевого и квадратного распределений интенсивности ошибка формирования после реализации алгоритма Гершберга–Сакстона (порядка 500 итераций) с начальной фазовой функцией, рассчитанной с помощью АПС, существенно уменьшилась и составила соответственно 11 и 11,6% (рис. 5, а). Таким образом, объединение двух вышеперечисленных алгоритмов в единый гибридный алгоритм позволяет существенно повысить точность формирования заданных профилей интенсивности.

Второй из рассматриваемых гибридных методов также основан на совместном применении алгоритма Гершберга–Сакстона и алгоритма покоординатного спуска. Однако в данном случае алгоритмы объединены более сложным образом, а именно: алгоритм Гершберга–Сакстона является встроенным, как поясняется на рис. 5, б, в алгоритм покоординатного спуска.

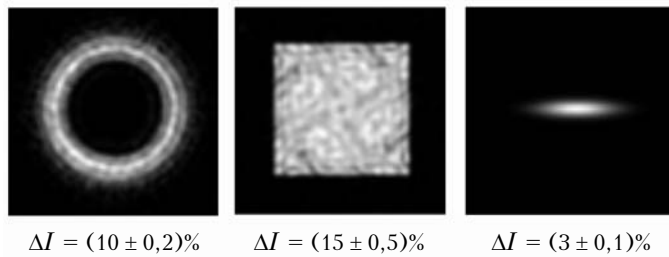
Как и ранее, АПС стартует с подбора оптимального значения начальной фазовой функции, представленной в виде первого варьируемого полинома Цернике, таким образом задаются три первых значения амплитуды полинома Цернике  $Z_i$ :  $a_{ij}$ ,  $a_{ij} + \Delta$ ,

$a_{ij} - \Delta$ , где  $\Delta$  – шаг алгоритма, равный 0,1 рад. Затем каждая из трех сформированных начальных фазовых функций подается «на вход» алгоритма Гершберга–Сакстона. После этого выполняется определенное количество итераций алгоритма и сравниваются рассчитанные на последней итерации алгоритма Гершберга–Сакстона ошибки формирования. Амплитуда полинома, которой соответствует наименьшая ошибка формирования, выбирается в качестве оптимальной, и алгоритм покоординатного спуска переходит на следующую итерацию. Таким образом вычисляется оптимальная амплитуда первого из набора полинома Цернике, после чего данное значение фиксируется и алгоритм покоординатного спуска начинает подбирать амплитуду следующего полинома.

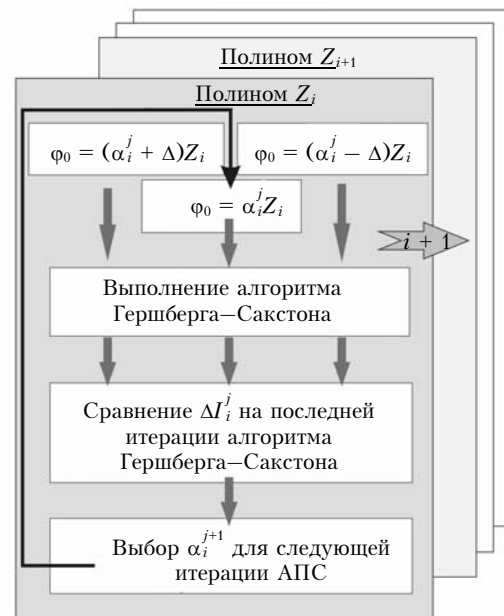
Гибридный алгоритм был реализован для формирования кольцевого, квадратного и эллиптического профилей интенсивности. Следует отметить, что при реализации данного гибридного алгоритма для всех рассматриваемых случаев формирования был задан одинаковый набор полиномов Цернике, подлежащих варьированию (первые 20 полиномов). Остальные параметры были следующими: начальная амплитуда всех полиномов нулевая, шаг алгоритма 0,1 рад, число итераций встроенного алгоритма Гершберга–Сакстона 500, число итераций алгоритма покоординатного спуска неограниченно (пока не сойдется). Результаты формирования, соответствующие рассчитанным фазовым функциям корректора, и ошибки формирования представлены на рис. 5, в. Видно, что при использовании гибридного алгоритма достигается высокая точность формирования. Основным преимуществом данного алгоритма является универсальность выбора варьируемых параметров



а



в



б

Рис. 5. Формирование заданных профилей интенсивности с помощью гибридных алгоритмов: а – с помощью «последовательного» гибридного алгоритма; схема (б) и результат применения (в) «встроенного» гибридного алгоритма

при решении различных задач формирования, а именно: при одинаковом наборе варьируемых полиномов Цернике (20 штук) для всех рассматриваемых случаев формирования была достигнута высокая точность.

### Заключение

На примере формирования кольцевого, квадратного и эллиптического пучков сравниваются эффективности использования алгоритма Гершберга–Сакстона, алгоритма покоординатного спуска, а также их комбинаций. В работе продемонстрирована существенная зависимость АГС от выбора начальной фазовой функции, обнаружены области неустойчивой работы алгоритма, а также области значений определенных параметров (полиномов Цернике, задающих начальную фазовую функцию), при которых достигается высокая точность формирования заданных распределений интенсивности. Эффективность АПС с постоянным и переменным шагом оказалась зависящей от набора полиномов Цернике, амплитуды которых подлежат варьированию, причем применение АПС с постоянным и переменным шагом является эффективным при решении относительно простой задачи формирования эллиптического распределения интенсивности. Однако качество формирования кольцевого и квадратного распределений интенсивности с помощью АПС значительно уступает качеству формирования при использовании АГС. С целью повышения точности формирования были рассмотрены две гибридные методики, заключающиеся в последовательном применении алгоритмов Гершберга–Сакстона и покоординатного спуска.

Показано, что данные гибридные методики являются более надежными и эффективными и позволяют сократить ошибку формирования, получаемую при «одиночном» использовании рассмотренных выше алгоритмов, в несколько раз. Следует отметить, что вторая из предлагаемых гибридных методик может рассматриваться как наиболее универсальная, так как не требует тщательного подбора комбинаций

варьируемых полиномов, обеспечивая при этом высокую точность формирования.

1. *Webb C.E., Jones J.D.C.* Handbook of laser technology and applications. Bristol & Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 2004. V. 3. P. 1559–1660.
2. *Ахманов С.А., Воронцов М.А., Кандидов В.П., Сухоруков А.П., Чесноков С.С.* Тепловое самовоздействие световых пучков и методы его компенсации // Изв. вузов. Радиофиз. 1980. Т. XXIII. № 1. С. 1–37.
3. *Steen W.M.* Laser Material Processing. London: Springer-Verlag, 2003. P. 227–273.
4. *Bryngdahl O.* Optical map transformations // Opt. Commun. 1974. V. 10. N 2. P. 164–166.
5. *Nakajima N.* Phase-retrieval system using a shifted Gaussian filter // J. Opt. Soc. Amer. A. 1998. V. 15. N 2. P. 402–406.
6. *Gerchberg R.W., Saxton W.O.* A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures // Optik (Stuttgart). 1972. V. 35. N 2. P. 237–246.
7. *Fienup J.R.* Phase retrieval algorithms: a comparison // Appl. Opt. 1982. V. 21. N 15. P. 2758–2769.
8. *Dickey F.M., Holswade S.C.* Laser Beam Shaping: Theory and Techniques. CRC Press, 2000. P. 215–248.
9. *Nemoto K., Fujii T., Goto N., Nayuki T., Kanai Y.* Transformation of a laser beam intensity profile by a deformable mirror // Opt. Lett. 1996. V. 21. N 3. P. 168–170.
10. *Dickey F.M., Holswade S.C., Shealy D.L.* Laser beam shaping applications. CRC Press, 2006. P. 269–303.
11. *Fienup J.R.* Reconstruction of an object from the modulus of its Fourier transform // Opt. Lett. 1978. V. 3. N 1. P. 27–29.
12. *Eismann M.T., Tai A.M., Cederquist J.N.* Iterative design of a holographic beam former // Appl. Opt. 1989. V. 28. N 13. P. 2641–2650.
13. *Zhou G., Yuan X., Dowd P., Lam Y.-L., Chan Y.-C.* Design of diffractive phase elements for beam shaping: hybrid approach // J. Opt. Soc. Amer. A. 2001. V. 18. N 4. P. 791–800.
14. *Сивоконь В.П.* Формирование световых пучков заданной структуры для задач лазерных технологий: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. 1986. 100 с.
15. *Yang G.Z., Dong B.Z., Gu B.Y., Zhuang J.Y., Ersoy O.K.* Gerchberg–Saxton and Yang–Gu algorithm for phase retrieval in nonunitary transform system: a comparison // Appl. Opt. 1994. V. 33. N 2. P. 209–218.

*A.S. Mikryukov, I.V. Ilyina, T.Yu. Cherezova.* **Laser-beam shaping. Part 1: Gerchberg–Saxton algorithm, hill-climbing algorithm and their combination.**

Gerchberg–Saxton algorithm and hill-climbing algorithm with constant and variable step are applied to the problem of the given intensity distributions formation. The effectiveness of the algorithms is investigated. Hybrid approaches that combine Gerchberg–Saxton and hill-climbing algorithms have been shown to improve beam-shaping accuracy significantly.