

Л.В. Антошкин, В.В. Лавринов, Л.Н. Лавринова, В.П. Лукин

## Дифференциальный метод в измерении параметров турбулентности и скорости ветра датчиком волнового фронта

*Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск*

Поступила в редакцию 19.08.2007 г.

Представлено теоретическое обоснование использования дифференциального метода и корреляционного анализа при измерении структурной постоянной показателя преломления, длины когерентности и поперечной составляющей скорости ветра. В качестве инструмента измерений рассматривается датчик волнового фронта. Результаты теоретических исследований подтверждены численными экспериментами.

Распространение оптического излучения в атмосфере сопровождается флуктуациями его параметров: интенсивности, фазы, угла прихода и т.д. Возникшие в результате турбулентности атмосферы изменения хода лучей приводят к флуктуациям фазы вдоль и поперек пучка. Если флуктуации фазы вдоль пучка уменьшают временную когерентность, то поперечные флуктуации нарушают пространственную когерентность волнового фронта, искривляя и изгибая пучок, вызывая «дрожание» изображения. Флуктуации фазы приводят к флуктуациям угла прихода. Оценивание флуктуаций угла прихода на основе взаимного корреляционного анализа позволяет определить характерные параметры атмосферной турбулентности, а использование дифференциального метода — минимизировать ошибки измерений, возникающие в результате собственных колебаний измерительной системы.

Идея использования измерения угла прихода света от звезды для определения параметров турбулентности была предложена еще в середине прошлого столетия [1]. Фридом [2] определены количественные уравнения, связывающие углы прихода и параметры турбулентности. Дифференциальное измерение движения света от звезды было реализовано в дифференциальном измерителе дрожания изображения (Differential Image Motion Monitor [3]), посредством которого из дисперсии случайных смещений энергетических центров тяжести (ЭЦТ) изображения вычисляются параметры турбулентности. В целом, дифференциальный измеритель — практичный и доступный инструмент, который способен измерять несколько параметров турбулентности и в настоящее время является постоянным инструментом таких обсерваторий мира, как Сегго Raganal или Мауна-Кеа. В то же время он не может обеспечить полной информацией о детальной структуре турбулентности.

На анализе пространственной ковариации флуктуаций углов прихода в рамках модели Карма-

на построена идеология дифракционно решеточного масштабного измерителя (Grating Scale Monitor [4]), который использует принцип, подобный датчику Шэка—Гартмана, т.е. измеряет флуктуации угла прихода, одновременно детектируемые в нескольких точках волнового фронта, и может обеспечить почти полный набор параметров волнового фронта, важных для методов с высоким угловым разрешением. Для измерения скорости волнового фронта GSM рассматривает временную взаимную корреляцию угла прихода между двумя телескопами, отделенными фиксированным расстоянием. Применение дифференциального метода в GSM позволяет избежать влияния источников шума в определении видимости [5].

Суть дифференциального метода, который положен в основу дифференциального измерителя турбулентности [6], заключается в том, что по измерениям дисперсии разности угловых смещений  $\alpha_1, \alpha_2$  ЭЦТ изображений от двух субапертур диаметром  $D$ , расположенных в плоскости входного зрачка на расстоянии  $d$ , без учета анизотропии, т.е.  $\sigma_{\alpha_1}^2 = \sigma_{\alpha_2}^2$ , из выражения

$$\sigma_{\alpha}^2 = 2r_0^{-5/3}\lambda^2q \quad (1)$$

вычисляются параметры турбулентности: среднее по трассе распространения значение структурной постоянной показателя преломления

$$C_n^2 = \frac{\sigma_{\alpha}^2}{3,384\pi^2 Lq} \quad (2)$$

и радиус Фрида плоской волны

$$r_0 = \left( \frac{\sigma_{\alpha}^2}{2\lambda^2q} \right)^{-3/5}, \quad (3)$$

где  $\sigma_\alpha^2 = \sigma_{\alpha_1 - \alpha_2}^2$ ;  $q = A_\alpha D^{-1/3} - Fd^{-1/3}$  – константа, характеризующая применимость дифференциального метода,  $F = 0,097$  в случае продольной корреляции и  $F = 0,145$  в случае поперечной,  $A_\alpha = \frac{A}{1,692\pi^2}$ , в рамках модели турбулентности Колмогорова

$$\begin{aligned} A &= 1,46 \text{ при } l_0 < D < \sqrt{\lambda L}, \\ A &= 2,9 \text{ при } L_0 > D > \sqrt{\lambda L}, \end{aligned} \quad (4)$$

$L$  – длина трассы;  $[l_0, L_0]$  – инерционный интервал пространственных масштабов неоднородностей.

Дифференциальный метод, предназначенный для минимизации ошибки измерений, связанной с собственными колебаниями измерительной системы, позволяет найти структурные характеристики турбулентности.

Определить характерные параметры турбулентности можно и датчиком волнового фронта. На рис. 1 дано схематическое изображение датчика волнового фронта (ДВФ) шэка-гартмановского типа. Линзовый растр разбивает проходящий волновой фронт на локальные участки, которые фокусируются на приемнике. На приемнике формируется изображение, называемое гартманограммой.

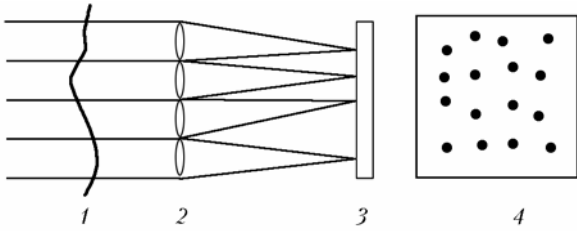


Рис. 1. Схематическое изображение ДВФ Шэка-Гартмана: 1 – волновой фронт; 2 – линзовый растр; 3 – приемное устройство; 4 – гартманограмма

Принцип действия ДВФ Шэка-Гартмана основан на измерении локальных наклонов волнового фронта, координаты которых

$$x_k = \sum_{i,j} x_{i,j} I_{i,j} / \sum_{i,j} I_{i,j}, \quad y_k = \sum_{i,j} y_{i,j} I_{i,j} / \sum_{i,j} I_{i,j}$$

выражаются в радианах через масштаб изображения на приемнике;  $I_{i,j}$  – интенсивности света на пикселях приемника;  $i, j$  – номера пикселей измеряемой зоны фокального пятна. Локальные наклоны волнового фронта пропорциональны смещениям ЭЦТ фокального пятна с координатами  $(x_k, y_k)$  относительно ЭЦТ пятна, полученного для плоско-го волнового фронта, с координатами  $(x_k^0, y_k^0)$ :

$$\frac{\partial \varphi(x_k, y_k)}{\partial x} = \frac{1}{f}(x_k^0 - x_k), \quad \frac{\partial \varphi(x_k, y_k)}{\partial y} = \frac{1}{f}(y_k^0 - y_k), \quad (5)$$

где  $f$  – фокус микролинз.

На рис. 2 представлено прохождение оптического излучения через одиночную микролинзу  $BC$

диаметром  $D$ . Прямая  $DE$  соответствует плоскости приемника, прямая  $AB$  – плоскости проходящего волнового фронта. Отрезок  $DE$  равен смещению координаты фокального пятна  $x^0 - x$  и пропорционален углу прихода  $\alpha$ . Угол наклона волнового фронта к плоскости микролинзы  $\angle ABC$  равен углу прихода  $\alpha$  и пропорционален отрезку  $AC$ , соответствующему разности фаз  $\varphi(A) - \varphi(B)$ .

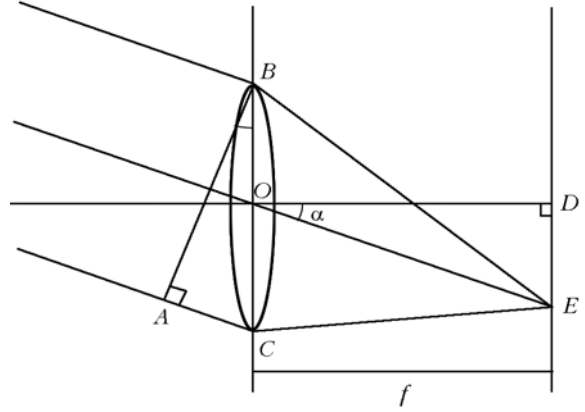


Рис. 2. Схематическое изображение преломления оптического излучения одиночной микролинзой

Таким образом, измерив смещение координат ЭЦТ фокального пятна гартманограммы, можно определить угол прихода  $\text{tg} \alpha = (x^0 - x)/f$  (так как при малых значениях  $\alpha$   $\text{tg} \alpha \approx \alpha$ , то  $\alpha = (x^0 - x)/f$ ), угол наклона и вычислить разность фаз:  $\Delta \varphi = [D(x^0 - x)/f]$ , учитывая, что  $\sin \alpha \approx \alpha$  для малых значений  $\alpha$ .

С одной стороны, дисперсия угла прихода вычисляется следующим образом:

$$\sigma_\alpha^2 = \sum_{m=1}^M \frac{(\alpha_m - \bar{\alpha})^2}{M-1}, \quad (6)$$

где  $M$  – число измерений угла прихода в фокальном пятне;  $\bar{\alpha} = \langle \alpha_m \rangle$  – среднее по трассе распространения значение угла прихода.

В системе координат  $x, y$  угол прихода зависит от расстояния  $d = \sqrt{(x^0 - x)^2 + (y^0 - y)^2}$  и имеет вид  $\alpha = d/f$ , тогда дисперсию угла прихода можно выразить через дисперсию смещений ЭЦТ фокального пятна:

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{1}{f^2} \sum_{m=1}^M \frac{(d_m - \bar{d})^2}{M-1}, \quad \text{или} \quad \sigma_\alpha^2 = \frac{1}{f^2} \sigma_d^2, \quad (7)$$

где  $d_m = \sqrt{(x_m^0 - x_m)^2 + (y_m^0 - y_m)^2}$  – смещение ЭЦТ фокального пятна;  $\bar{d} = \langle d_m \rangle$  – среднее по трассе распространения значение смещений ЭЦТ того же фокального пятна.

С другой стороны, дисперсия угла прихода в рамках модели турбулентности Колмогорова [7] имеет вид

$$\sigma_\alpha^2 = \begin{cases} 1,46D^{-1/3}C_n^2L & \text{при } l_0 < D < \sqrt{\lambda L} \\ 2,9D^{-1/3}C_n^2L & \text{при } L_0 > D > \sqrt{\lambda L}, \end{cases} \quad (8)$$

или

$$\sigma_\alpha^2 = AL C_n^2 D^{-1/3}$$

при условиях (4). Приравнивание правых частей выражений (7) и (8) позволяет определить  $C_n^2$  через дисперсию смещений ЭЦТ фокального пятна:

$$C_n^2 = \frac{D^{1/3}}{Af^2L} \sum_{m=1}^M \frac{(d_m - \bar{d})^2}{M-1}, \quad \text{или } C_n^2 = \frac{D^{1/3}}{Af^2L} \sigma_d^2. \quad (9)$$

Как и в дифференциальном измерителе турбулентности, для датчика волнового фронта могут быть применены дифференциальный метод и взаимный корреляционный анализ сигналов [6] при вычислении параметров турбулентности из измерений дисперсии разности смещений ЭЦТ фокальных пятен гартманограммы, полученной в результате прохождения оптического излучения через линзовый растр.

Дисперсия разности смещений ЭЦТ вычисляется для пар фокальных пятен, соответствующих паре микролинз диаметром  $D$ , расстояние между их центрами  $d_{mc}$ , расстояние между соседними микролинзами  $d$ . Соотношение, связывающее расстояние между центрами микролинз

$$d_{mc} = \sqrt{(\xi_{ij} - \xi_{i+kj+l})^2 + (\eta_{ij} - \eta_{i+kj+l})^2}, \quad \xi_{ij} = \frac{x_{ij}^0}{h}, \\ \eta_{ij} = \frac{y_{ij}^0}{h}, \quad \xi_{i+kj+l} = \frac{x_{i+kj+l}^0}{h}, \quad \eta_{i+kj+l} = \frac{y_{i+kj+l}^0}{h}$$

и расстояние между центрами соответствующих зон фокальных пятен

$$d_f = \sqrt{(x_{ij}^0 - x_{i+kj+l}^0)^2 + (y_{ij}^0 - y_{i+kj+l}^0)^2}, \quad d_f / d_{mc} = h$$

зависит от разрешения камеры:  $h = D_z / D$ , где  $D_z$  – размер зоны фокального пятна на гартманограмме.

Из измерения дисперсии разности смещений ЭЦТ пары фокальных пятен с расстоянием между их центрами  $d_f$  вычисляется среднее по трассе распространения значение структурной постоянной согласно выражению (2) по формуле

$$C_n^2 = \frac{\sigma_d^2}{3,384\pi^2 f^2 L q_{mc}}, \quad (10)$$

где  $q_{mc} = A_\alpha D^{-1/3} - F d_{mc}^{-1/3}$ ,  $d_{mc}$  – расстояние между центрами выбранных микролинз;  $A_\alpha = A / 1,692\pi^2$  при условиях (4); дисперсия разности смещений ЭЦТ фокальных пятен имеет вид

$$\sigma_d^2 = \sum_{m=1}^M \frac{[(d_{ij} - d_{i+kj+l})_m - (\bar{d}_{ij} - \bar{d}_{i+kj+l})]^2}{M-1}, \quad (11)$$

Дифференциальный метод в измерении параметров турбулентности и скорости ветра датчиком волнового фронта 77

где

$$d_{ij} = \sqrt{(x_{ij}^0 - x_{ij})^2 + (y_{ij}^0 - y_{ij})^2},$$

$$d_{i+kj+l} = \sqrt{(x_{i+kj+l}^0 - x_{i+kj+l})^2 + (y_{i+kj+l}^0 - y_{i+kj+l})^2}$$

– смещения ЭЦТ фокальных пятен с координатами  $(x_{ij}, y_{ij})$ ,  $(x_{i+kj+l}, y_{i+kj+l})$  относительно фокальных пятен с координатами  $(x_{ij}^0, y_{ij}^0)$ ,  $(x_{i+kj+l}^0, y_{i+kj+l}^0)$  соответственно:  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $j = 1, 2, \dots, N$ ;  $k = 1, 2, \dots, N-1$ ;  $l = 1, 2, \dots, N-1$ .

Если измерять дисперсию разности смещений ЭЦТ пары соседних фокальных пятен, полагая, что  $d_{mc} = d = D$ , то  $q_{mc} = D^{-1/3}(A_\alpha - F) = D$ , или  $q_{mc} = D^{-1/3}(A_\alpha - F\sqrt{2})$ . В этом случае дифференциальный метод сводится к формуле (9) и  $C_n^2$  вычисляется по дисперсии смещений ЭЦТ одного фокального пятна.

Применение взаимного корреляционного анализа в работе датчика волнового фронта позволяет вычислить среднее значение поперечной составляющей скорости ветра. Известно [8], что под действием поперечной составляющей скорости ветра турбулентность согласно гипотезе «замороженности» «плышет» в плоскости, параллельной плоскости линзового растра и, соответственно, параллельной плоскости гартманограммы (см. рис. 1).

На рис. 3 представлено виртуальное совмещение плоскости движения турбулентности под действием поперечной составляющей скорости ветра с плоскостью гартманограммы.

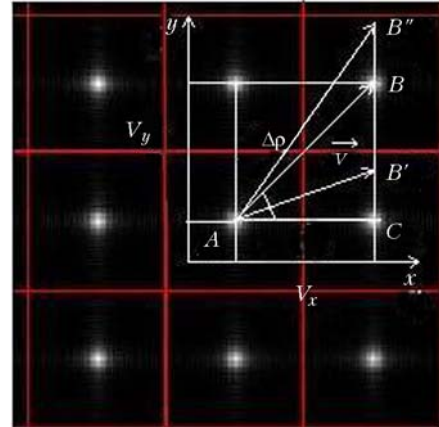


Рис. 3. Часть гартманограммы;  $V_x$ ,  $V_y$  – проекции вектора скорости ветра

Видно, что проекции поперечной составляющей скорости ветра на оси координат, в которых заданы смещения ЭЦТ фокальных пятен, образуют между собой угол  $\theta = \arctg(V_y / V_x)$ . В общем случае скорость меняется по линейному закону:  $V = k\Delta\rho / \Delta t$ ,  $k = V_y / V_x$ . В применении к данному случаю время корреляции  $\Delta t = t_1 - t_m$ , где  $t_1$  и  $t_m$  – моменты времени, когда координаты ЭЦТ фокальных пятен должны совпадать, т.е.  $x_k(t_1) = x_k(t_m)$

и  $y_k(t_1) = y_k(t_m)$ , поскольку движение турбулентности в рамках модели Колмогорова представляет собой периодический процесс [9].

Дисперсия разности смещений ЭЦТ пары фокальных пятен согласно выражениям (1) и (7) имеет вид

$$\sigma_d^2 = 2f^2 r_0^{-5/3} \lambda^2 (A_\alpha D^{-1/3} - F d_{mc}^{-1/3}). \quad (12)$$

Для  $d_{mc} = d$  дифференциальный метод не может быть реализован. Физический смысл дифференциального метода заключается в значении разности  $A_\alpha D^{-1/3} - F d_{mc}^{-1/3}$ , а точнее, в численном соотношении  $D$  и  $d_{mc}$ . Дифференциальный метод может быть реализован достаточно хорошо, если значение  $d_{mc}^{-1/3}$  очень мало или величина  $d_{mc}$  достаточно велика, т.е. расстояние между центрами выбранных микролинз должно значительно превышать диаметр самих микролинз. Можно подобрать значения  $i, j, k, l$  таким образом, чтобы  $d_{mc}$  соответствовало микролинзам, максимально разнесенным, т.е. размещенным на краях раstra.

С другой стороны, использование корреляционного анализа в вычислении параметров турбулентности по дисперсии разности смещений ЭЦТ пары фокальных пятен возможно лишь при условии, что флуктуации смещений ЭЦТ фокальных пятен некоррелированы. Для этого расстояние между центрами выбранных линз  $d_{mc}$  должно быть больше внешнего масштаба турбулентности  $L_0$ .

При условии, что  $d_{mc} \neq d$  или, другими словами, для выражения  $A_\alpha D^{-1/3} - F d_{mc}^{-1/3}$ , где  $d_{mc} = (N_{lens} - 1)D$  ( $N_{lens}$  – размерность линзового раstra при условии  $L_0 > D > \sqrt{\lambda L}$ ), с учетом, что  $d_f/d_{mc} = h$ , расстояние между центрами зон соответствующих фокальных пятен  $d_f$  может быть выражено из формулы (12) в следующем виде:

$$d_f = h \left( \frac{A_\alpha D^{-1/3}}{F} - \frac{\sigma_d^2}{2f^2 r_0^{-5/3} \lambda^2 F} \right)^{-3}, \quad (13)$$

или

$$d_f = \frac{h}{(\pi^2 F)^{-1/3}} \left( \frac{AD^{-1/3}}{1,692} - \frac{\sigma_d^2}{3,384 f^2 C_n^2 L} \right)^{-3}. \quad (14)$$

Из рис. 3 следует, что

$$\Delta \rho = \frac{d_f}{\cos \theta} \quad \text{и} \quad V = \frac{\Delta \rho}{\Delta t} = \frac{d_f}{\Delta t \cos \theta},$$

тогда

$$d_f = V \Delta t \cos \theta. \quad (15)$$

Приравнивание правых частей равенств (14) и (15) дает выражение поперечной составляющей скорости ветра

$$V = \frac{d_f}{\Delta t \cos \theta (1,692 \pi^2 F)^{-1/3} d_{mc}} \left( AD^{-1/3} - \frac{\sigma_d^2}{2f^2 C_n^2 L} \right)^{-3}, \quad (16)$$

78

Антошкин Л.В., Лавринов В.В., Лавринова Л.Н., Лукин В.П.

или

$$V = \frac{d_f}{\Delta t \cos \theta A_d d_{mc}} \left( AD^{-1/3} - \frac{\sigma_d^2}{2f^2 L C_n^2} \right)^{-3}, \quad (17)$$

где  $A_d = 0,391 F^{-1/3}$ ;  $A = 0,29$ .

В выражении (17) отсутствует разность  $A_\alpha D^{-1/3} - F d_{mc}^{-1/3}$  в явном виде. Параметр скорости зависит от соотношения  $\sigma_d^2/C_n^2$ . Выражение  $A_\alpha D^{-1/3} - F d_{mc}^{-1/3}$  входит в формулу для структурной постоянной  $C_n^2$ , и, таким образом, дифференциальный метод присутствует при вычислении поперечной составляющей скорости ветра. В формуле (17) значение скорости определяется выражением  $AD^{-1/3} - \sigma_d^2/(2f^2 L C_n^2)$ , точнее значением второго слагаемого.

Поперечная составляющая скорости ветра проецируется на оси координат (см. рис. 3). Проекция образуют между собой угол, который также меняется со временем. В формуле (17) изменение направления ветра характеризуется косинусом  $\theta$ .

Пусть точке  $A$  (см. рис. 3) соответствуют координаты  $(i, j)$ , точка  $C$  характеризуется координатами  $(i+k, j)$  и точка  $B$  связана с координатами  $(i+k, j+l)$ , расстояние между точками  $A$  и  $C$  обозначено через  $d_{fx}$ , а расстояние  $BC$  соответственно  $d_{fy}$ , тогда  $\text{tg} \theta = V_y/V_x$  в каждый момент времени определяется отношением  $d_{fy}/d_{fx}$ , которое согласно выражению (13) зависит от

$$\sigma_{dx}^2 = \sum_{m=1}^M \frac{[(d_{i+kj} - d_{ij})_m - (\overline{d_{i+kj} - d_{ij}})]^2}{M-1}$$

и

$$\sigma_{dy}^2 = \sum_{m=1}^M \frac{[(d_{i+kj+l} - d_{i+kj})_m - (\overline{d_{i+kj+l} - d_{i+kj}})]^2}{M-1}.$$

Зависимость угла между проекциями вектора скорости от дисперсии разности смещений ЭЦТ пар фокальных пятен проиллюстрирована на рис. 4.

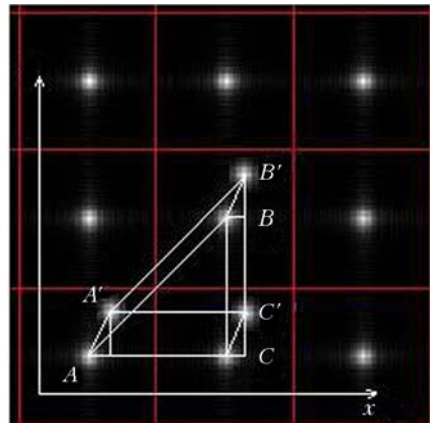


Рис. 4. Часть гартманогаммы;  $V_x = AC$ ,  $V_y = BC$  и  $V'_x = A'C'$ ,  $V'_y = B'C'$  – проекции вектора скорости ветра в моменты  $t_1$  и  $t_2$

В начальный момент времени  $t_1$ :

$$\theta = \arctg(V_y/V_x),$$

$$V_x = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = (x_{i+kj}^0 - x_{ij}^0)^2 + (y_{i+kj}^0 - y_{ij}^0)^2$$

соответствует расстоянию между точками  $A$  и  $C$ , т.е.  $d_{fx}$ ,

$$V_y = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 = (x_{i+kj+l}^0 - x_{i+kj}^0)^2 + (y_{i+kj+l}^0 - y_{i+kj}^0)^2$$

соответствует расстоянию между точками  $B$  и  $C$ , т.е.  $d_{fy}$ . В следующий момент времени  $t_2$ :

$$\theta = \arctg(V'_y/V'_x),$$

где проекции скорости пропорциональны разности смещений ЭЦТ пар фокальных пятен, что аналитически может быть представлено следующим образом:

$$V'_x = V_x + [(x_{i+kj} - x_{i+kj}^0)^2 + (y_{i+kj} - y_{i+kj}^0)^2] - [(x_{ij} - x_{ij}^0)^2 + (y_{ij} - y_{ij}^0)^2] =$$

$$= V_x + d_{i+kj} - d_{ij} = d_{fx} + d_{i+kj} - d_{ij},$$

$$V'_y = V_y + [(y_{i+kj+l} - y_{i+kj+l}^0)^2 + (y_{i+kj+l} - y_{i+kj+l}^0)^2] - [(x_{i+kj} - x_{i+kj}^0)^2 + (y_{i+kj} - y_{i+kj}^0)^2] =$$

$$= V_y + d_{i+kj+l} - d_{i+kj} = d_{fy} + d_{i+kj+l} - d_{i+kj},$$

$$(x_{ij}^0, y_{ij}^0), (x_{i+kj}^0, y_{i+kj}^0), (x_{i+kj+l}^0, y_{i+kj+l}^0)$$

— координаты фокальных пятен в момент  $t_1$ ;

$$(x_{ij}, y_{ij}), (x_{i+kj}, y_{i+kj}), (x_{i+kj+l}, y_{i+kj+l})$$

— координаты фокальных пятен в момент  $t_2$ ;  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $j = 1, 2, \dots, N$ ;  $k = 1, 2, \dots, N - 1$ ;  $k = 1, 2, \dots, N - 1$ .

В момент времени  $t_m$ :

$$V_x^{(m)} = V_x + \sum_{m=1}^M \frac{(d_{i+kj} - d_{ij})_m}{M - 1},$$

$$V_y^{(m)} = V_y + \sum_{m=1}^M \frac{(d_{i+k+l} - d_{i+kj})_m}{M - 1}.$$

Усредненное по трассе распространения значение скорости ветра определяется дисперсиями разностей смещений ЭЦТ пар фокальных пятен  $\sigma_{dx}^2$  и  $\sigma_{dy}^2$  с центрами в точках  $A, B, C$  соответственно.

Применение в качестве приемного устройства ССД-камеры позволяет измерять дисперсию угла прихода, которая обычно составляет 1–10". Диаметр фокального пятна  $D_f$  зависит от разрешения ССД-камеры, диаметра и фокуса микролинзы. Если разрешение камеры  $512 \times 512$  пикселей, то зона с фокальным пятном составляет  $64 \times 64$  пикселя для линзового растра размером 24 мм, состоящего

из 64 микролинз ( $8 \times 8$ ). Размер одного пикселя соответствует  $10 \times 10$  мкм. Таким образом, зона с фокальным пятном в данном случае составляет  $640 \times 640$  мкм и соответствует микролинзе размером  $3000 \times 3000$  мкм. Чтобы фокальное пятно не выходило за пределы отведенной ему зоны, случайные смещения фокального пятна не должны превышать  $1/3$  радиуса дифракционного изображения. Радиус фокального пятна соответствует радиусу третьей темной полосы в дифракционной картине Эйри:  $D_f = 1,619\lambda/D$ . При диаметре микролинзы 3 мм максимально допустимое значение углового смещения ЭЦТ фокального пятна составляет  $8,5 \cdot 10^{-5}$  рад. Дисперсия угловых смещений не должна превышать  $7,2 \cdot 10^{-10}$  рад. Если  $\alpha$  — максимально допустимое значение углового смещения ЭЦТ фокального пятна, то ему соответствует фокальное расстояние  $f = D_f/2\alpha = 1,619\lambda/2\alpha D$ , в данном случае  $f \approx 2$  м для  $\lambda = 0,63$  мкм. Тогда максимально допустимое значение смещения ЭЦТ фокального пятна составляет  $1,7 \cdot 10^{-11}$  м.

Для оценивания эффективности измерения параметров турбулентности датчиком волнового фронта построена численная модель, включающая в себя модель динамической турбулентности со спектром неоднородностей фон Кармана [8, 9], модель линзового растра, модель датчика Шэка—Гартмана. В результате численных экспериментов было получено значение смещения ЭЦТ фокальных пятен по оси абсцисс, которое составляет  $1,51765 \cdot 10^{-11}$  м при диаметре микролинз  $D = 3$  мм, расстоянии между их центрами  $d = 21$  мм, длине трассы  $L = 300$  м, внешнем масштабе  $L_0 = 10$  мм. В случае поперечной корреляции

$$\sigma_d^2 = 1,54207 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2, \quad C_n^2 = 5,76473 \cdot 10^{-14} \text{ м}^{-2/3}.$$

В численном эксперименте  $h = 12$ . В течение интервала времени  $\Delta t = 100$  с при  $D = 3$  мм,  $L = 300$  м,  $f \approx 2$  м,  $\theta = 45^\circ$  среднее по трассе пространства значение поперечной составляющей скорости ветра

$$V = \frac{0,213\sqrt{2}}{100 \text{ с} \cdot 0,855} \left( 1,46(3,0 \cdot 10^{-3} \text{ м})^{-1/3} - \frac{1,54207 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2}{2 \cdot 4,0 \text{ м}^2 \cdot 300 \text{ м} \cdot 6,48954 \cdot 10^{-14} \text{ м}^{-2/3}} \right)^{-3} = 0,965 \text{ м/с}.$$

Это значение соответствует параметру скорости ветра 1,0 м/с в численной модели динамической турбулентности, с которым моделируется движение «замороженной» турбулентности.

1. *Hosfeld R.* Comparisons of stellar scintillations with image motion // J. Opt. Soc. Amer. 1954. V. 44. P. 284.
2. *Fried D.* Statistics of a geometric interpretation of wave front distortion // J. Opt. Soc. Amer. 1965. V. 55. N 11. P. 1426–1435.

3. *Sarazin M. and Roddier F.* The ESO differential image motion monitor // *Astronom and Astrophys.* 1990. V. 227. N 1. P. 294–300.
4. *Ziad A., Conan R., Tokovinin A., Martin F., Borgnino J.* From the grating scale monitor to the generalized seeing monitor // *Appl. Opt.* 2000. V. 39. N 10. P. 5415–5425.
5. *Tokovinin A.* Measurement of seeing and the atmospheric time constant by differential scintillations // *Appl. Opt.* 2002. V. 41. N 10. P. 957–964.
6. *Антошкин Л.В., Ботыгина Н.Н., Емалеев О.Н., Лавринова Л.Н., Лукин В.П.* Дифференциальный оптический измеритель параметров атмосферной турбулентности // *Оптика атмосф. и океана.* 1998. Т. 11. № 11. С. 1219–1223.
7. *Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С.* Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
8. *Лукин В.П., Фортес Б.В.* Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 211 с.
9. *Lavrinova L.N.* Dependence of adaptive correction with multiactuators mirror on statistical properties of turbulence // *Proc. SPIE* 2005. V. 6160. P. 201–205.

*L.V. Antoshkin, V.V. Lavrinov, L.N. Lavrinova, V.P. Lukin.* **Differential method for measurement of turbulence parameters and wind velocity by the wave front sensor.**

The theoretical basis for applying the differential method and the correlation analysis to measurement of the structural constant of the refractive index, the coherence length and a transversal component of wind speed is presented. As the measurement instrument a sensor of wave front is considered. The results of the theoretical investigations are confirmed by the numerical experiments.