

М.А. Булдаков, В.Н. Черепанов\*, Н.С. Нагорнова\*

## Поляризуемость ван-дер-ваальсовских комплексов

$N_2 \dots Y$  и  $O_2 \dots Y$  ( $Y = He, Ne, Ar, Kr, Xe$ ).

### III. Частотная зависимость

Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН, г. Томск

\* Томский государственный университет

Поступила в редакцию 8.07.2005 г.

Теоретически исследована зависимость динамической поляризуемости ван-дер-ваальсовских комплексов  $X_2 \dots Y$  от расстояния между сферически симметричным атомом  $Y$  и молекулой  $X_2$ , межъядерного расстояния молекулы  $X_2$  и ориентации молекулы  $X_2$  в комплексе. В рамках модели индуцированных точечных диполей с учетом размеров молекулы  $X_2$  получены аналитические выражения для компонентов и инвариантов тензора динамической поляризуемости комплекса  $X_2 \dots Y$ . Проведены расчеты динамической поляризуемости комплексов  $X_2 \dots Y$ , где  $X_2 = N_2, O_2$  и  $Y = He, Ne, Ar, Kr, Xe$ .

#### Введение

Поляризуемость молекулярных ван-дер-ваальсовских комплексов в общем случае зависит от качественного состава комплекса, его пространственной структуры и от частоты внешнего электромагнитного поля. В работах [1, 2] проведено теоретическое исследование статической поляризуемости наиболее простых молекулярных комплексов типа  $X_2 \dots Y$  ( $X_2 = N_2, O_2$  и  $Y = He, Ne, Ar, Kr, Xe$ ) при их различной геометрической структуре. В данной статье проводится дальнейшее теоретическое исследование поляризуемости таких комплексов, направленное на изучение зависимости компонентов и инвариантов тензора поляризуемости комплексов от частоты внешнего электромагнитного поля.

#### Динамическая поляризуемость комплекса $X_2 \dots Y$

Для расчета динамической поляризуемости атомно-молекулярных комплексов использовалась модифицированная модель индуцированных точечных диполей [3]. В рамках этой модели каждая молекула комплекса представляется в виде совокупности эффективных атомов, поляризуемость которых зависит от межъядерных расстояний в молекуле и от частоты электрического поля  $\omega$ . При этом взаимодействие между эффективными атомами одной молекулы отсутствует, а их суммарная поляризуемость совпадает с поляризуемостью самой молекулы. В результате атомно-молекулярный комплекс может быть представлен в виде совокупности взаимодействующих реальных и эффективных атомов. При таком подходе тензор динамической поляризуемости комплекса определяется из системы уравнений, которая может быть решена различными методами [4].

Расчет динамической поляризуемости комплекса  $X_2 \dots Y$  проведем в декартовой системе координат  $X, Y, Z$ , связанной с комплексом (ось  $Z$  проходит через центр масс молекулы  $X_2$  и атом  $Y$ ). Будем полагать, что молекула  $X_2$  расположена в плоскости  $XZ$  и ее ориентация в комплексе задается углом  $\theta$  (рис. 1).

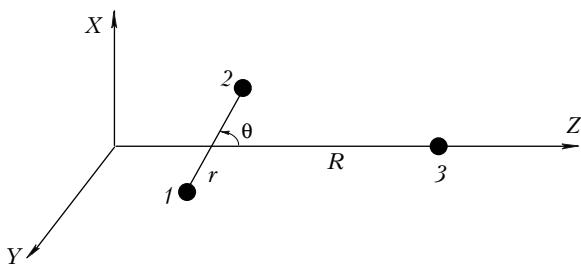


Рис. 1. Декартова система координат, связанная с комплексом: 1, 2 – атомы молекулы  $X_2$ ; 3 – атом  $Y$ ;  $r$  – межъядерное расстояние молекулы  $X_2$ ;  $R$  – межмолекулярное расстояние в комплексе. Угол  $\theta$  определяет ориентацию молекулы  $X_2$  в комплексе

В выбранной таким образом системе координат динамическая поляризуемость комплекса  $X_2 \dots Y$  зависит от расстояния  $R$  между атомом  $Y$  и центром масс молекулы  $X_2$ , от расстояния  $r$  между ядрами молекулы  $X_2$ , ориентации молекулы  $X_2$  в комплексе (угол  $\theta$ ), а также от поляризуемости  $\alpha(\omega)$  сферически симметричного атома  $Y$  и тензора поляризуемости  $\alpha_{ii}^M(r, \omega)$  молекулы  $X_2$ . Тензор поляризуемости молекулы  $\alpha_{ii}^M(r, \omega)$  определен в декартовой системе координат  $x, y, z$ , связанной с молекулой  $X_2$  (ось  $z$  совпадает с осью молекулы).

Аналитические выражения для компонентов тензора динамической поляризуемости  $\alpha_{\alpha\beta}(r, R, \theta, \omega)$

при произвольных конфигурациях комплекса  $X_2...Y$  в данной статье не приводятся, поскольку они могут быть получены из соответствующих выражений  $\alpha_{\text{ef}}(r, R, \theta, \omega)$  [1, 2], в которых надо положить  $\varphi = 0$  и учесть частотную зависимость поляризуемостей молекулы и атома.

В задачах атмосферной оптики представляют интерес не отдельные компоненты тензора поляризуемости комплекса, а его инварианты, такие как средняя поляризуемость

$$\alpha(r, R, \theta, \omega) = \frac{1}{3} [\alpha_{XX}(r, R, \theta, \omega) + \alpha_{YY}(r, R, \theta, \omega) + \alpha_{ZZ}(r, R, \theta, \omega)] \quad (1)$$

и анизотропия поляризуемости

$$\begin{aligned} \gamma(r, R, \theta, \omega) = & \left\{ [\alpha_{XX}(r, R, \theta, \omega) - \alpha_{YY}(r, R, \theta, \omega)]^2 / 2 + \right. \\ & + [\alpha_{YY}(r, R, \theta, \omega) - \alpha_{ZZ}(r, R, \theta, \omega)]^2 / 2 + \\ & + [\alpha_{ZZ}(r, R, \theta, \omega) - \alpha_{XX}(r, R, \theta, \omega)]^2 / 2 + \\ & + 3[\alpha_{XY}(r, R, \theta, \omega)]^2 + 3[\alpha_{YZ}(r, R, \theta, \omega)]^2 + \\ & \left. + 3[\alpha_{XZ}(r, R, \theta, \omega)]^2 \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Расчет инвариантов тензора поляризуемости комплекса  $X_2...Y$  проведен с точностью до членов  $R^{-7}$  включительно. В результате расчета получены следующие аналитические выражения:

$$\begin{aligned} \alpha(r, R, \theta, \omega) = & \alpha^M(r, \omega) + \alpha(\omega) + \frac{2\alpha(\omega)\gamma^M(r, \omega)}{3R^3}(3\cos^2\theta - 1) + \\ & + \frac{r^2\alpha(\omega)\gamma^M(r, \omega)}{4R^5}(35\cos^4\theta - 30\cos^2\theta + 3) + \\ & + \frac{\alpha(\omega)}{3R^6}\{6[\alpha^M(r, \omega)]^2 + 6\alpha(\omega)\alpha^M(r, \omega) + \\ & + \gamma^M(r, \omega)(2\alpha^M(r, \omega) + \alpha(\omega))(3\cos^2\theta - 1) + \\ & + [\gamma^M(r, \omega)]^2(\cos^2\theta + 1)\} + \frac{5\alpha(\omega)r^4\gamma^M(r, \omega)}{64R^7} \times \\ & \times (231\cos^6\theta - 315\cos^4\theta + 105\cos^2\theta - 5); \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \gamma(r, R, \theta, \omega) = & \gamma^M(r, \omega) + \\ & + \frac{\alpha(\omega)}{R^3}(3\alpha^M(r, \omega) + \gamma^M(r, \omega))(3\cos^2\theta - 1) + \\ & + \frac{3r^2\alpha(\omega)}{8R^5}(3\alpha^M(r, \omega) + \gamma^M(r, \omega))(35\cos^4\theta - 30\cos^2\theta + 3) + \\ & + \frac{\alpha(\omega)}{2R^6\gamma^M(r, \omega)}\{36\alpha(\omega)[\alpha^M(r, \omega)]^2 + \alpha(\omega)[\gamma^M(r, \omega)]^2 \times \\ & \times (36\cos^4\theta - 33\cos^2\theta + 7) + 6\alpha^M(r, \omega)[\gamma^M(r, \omega)]^2(\cos^2\theta + 1) + \\ & + 3\alpha^M(r, \omega)\gamma^M(r, \omega)(5\alpha(\omega) + \alpha^M(r, \omega))(3\cos^2\theta - 1) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + [\gamma^M(r, \omega)]^3(3\cos^2\theta + 1/3) - \\ & - 1/2\alpha^2(\omega)[3\alpha^M(r, \omega) + \gamma^M(r, \omega)]^2(3\cos^2\theta - 1)^2\} + \\ & + \frac{15\alpha(\omega)r^4\gamma^M(r, \omega)}{128R^7}(3\alpha^M(r, \omega) + \gamma^M(r, \omega)) \times \\ & \times (231\cos^6\theta - 315\cos^4\theta + 105\cos^2\theta - 5), \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\alpha^M(r, \omega) = 1/3[\alpha_{xx}^M(r, \omega) + \alpha_{yy}^M(r, \omega) + \alpha_{zz}^M(r, \omega)]$$

— средняя динамическая поляризуемость молекулы  $X_2$ ;  $\gamma^M(r, \omega) = \alpha_{zz}^M(r, \omega) - \alpha_{xx}^M(r, \omega)$  — анизотропия ее тензора поляризуемости.

## Результаты расчета динамической поляризуемости комплексов

В данном разделе приведены частотные зависимости компонентов и инвариантов тензоров поляризуемости ван-дер-ваальсовских комплексов  $X_2...Y$  ( $X_2 = N_2, O_2, Y = He, Ne, Ar, Kr, Xe$ ). Поляризуемости исследуемых комплексов как функции частоты  $\omega$  внешнего электромагнитного поля были рассчитаны для их наиболее устойчивых конфигураций ( $R = R_e, r = r_e, \theta = 0^\circ$  и  $\theta = 90^\circ$ ) по формулам [1]. При расчетах использовались функции динамической поляризуемости  $\alpha_{yy}^M(r_e, \omega) = \alpha_{xx}^M(r_e, \omega)$  и  $\alpha_{zz}^M(r_e, \omega)$  молекул  $N_2$  и  $O_2$  из работ [5, 6] и динамические поляризуемости  $\alpha(\omega)$  атомов инертных газов из [7–9]. Результаты расчетов функций динамической поляризуемости рассмотренных комплексов представлены на рис. 2, 3.

Анализ полученных зависимостей позволяет сделать следующие выводы:

1. При увеличении частоты  $\omega$  внешнего электромагнитного поля диагональные компоненты тензора поляризуемости комплекса  $X_2...Y$  плавно возрастают, причем возрастание более значительно для тяжелых атомов инертного газа. Это обусловлено снижением частоты первого резонансного перехода атома  $Y$  при увеличении заряда его ядра.

2. Различие частотных зависимостей компонентов тензора поляризуемости комплексов  $X_2...Y$  связано с более сильной частотной зависимостью компоненты  $\alpha_{zz}^M(r_e, \omega)$  молекулы  $O_2$  по сравнению с  $\alpha_{xx}^M$  молекулы  $N_2$ . Это является следствием того, что частота резонансного электронного  ${}^3\Sigma_g^- \rightarrow {}^3\Sigma_u^-$  перехода (полоса Шумана–Рунге) молекулы  $O_2$  значительно меньше соответствующей частоты перехода  ${}^1\Sigma_g^+ \rightarrow {}^1\Sigma_u^+$  молекулы  $N_2$ .

3. Инварианты тензора поляризуемости комплекса  $X_2...Y$  также увеличиваются с частотой внешнего электромагнитного поля. Однако следует обратить внимание на то, что анизотропия комплекса  $X_2...Y$

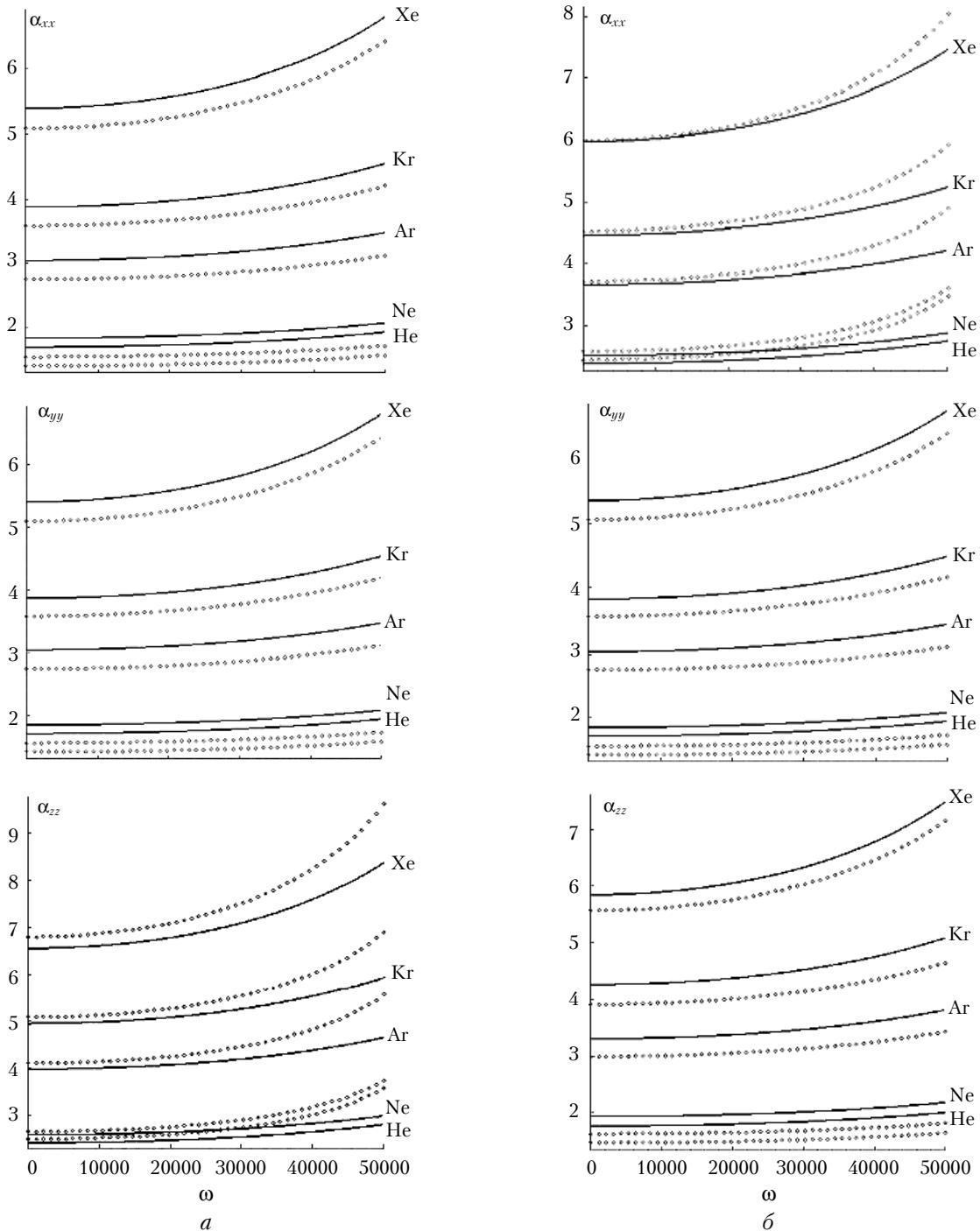


Рис. 2. Компоненты тензора динамической поляризуемости  $\alpha_{\alpha\beta}(r_e, R_e, \theta, \omega)$  ( $\text{\AA}^3$ ) комплексов  $\text{N}_2\ldots\text{Y}$  (сплошные линии) и  $\text{O}_2\ldots\text{Y}$  (пунктирные линии).  $a$  – L-конфигурация ( $\theta = 0^\circ$ );  $b$  – Т-конфигурация ( $\theta = 90^\circ$ ). Частота  $\omega$  приведена в  $\text{см}^{-1}$

в Т-конфигурации ( $\theta = 90^\circ$ ) уменьшается при увеличении заряда ядра атома Y, тогда как в L-конфигурации ( $\theta = 0^\circ$ ) она возрастает.

В более наглядной форме зависимость инвариантов тензора поляризуемости ван-дер-ваальсовских комплексов  $\text{X}_2\ldots\text{Y}$  от частоты электромагнитного поля и конфигурации комплекса можно представить в виде поверхности поляризуемости. Расчет таких поверхностей инвариантов тензора поляризуемости

ван-дер-ваальсовских комплексов  $\text{X}_2\ldots\text{Y}$  проводился по формулам (3), (4). В качестве примера на рис. 4 приведены поверхности инвариантов тензора поляризуемости для комплекса  $\text{O}_2\ldots\text{Ar}$ . Поверхности поляризуемости других рассматриваемых комплексов имеют аналогичный вид. Очевидно, что при  $\theta = 0$  и  $90^\circ$  эти поверхности вырождаются в функции динамической поляризуемости, приведенные на рис. 3.

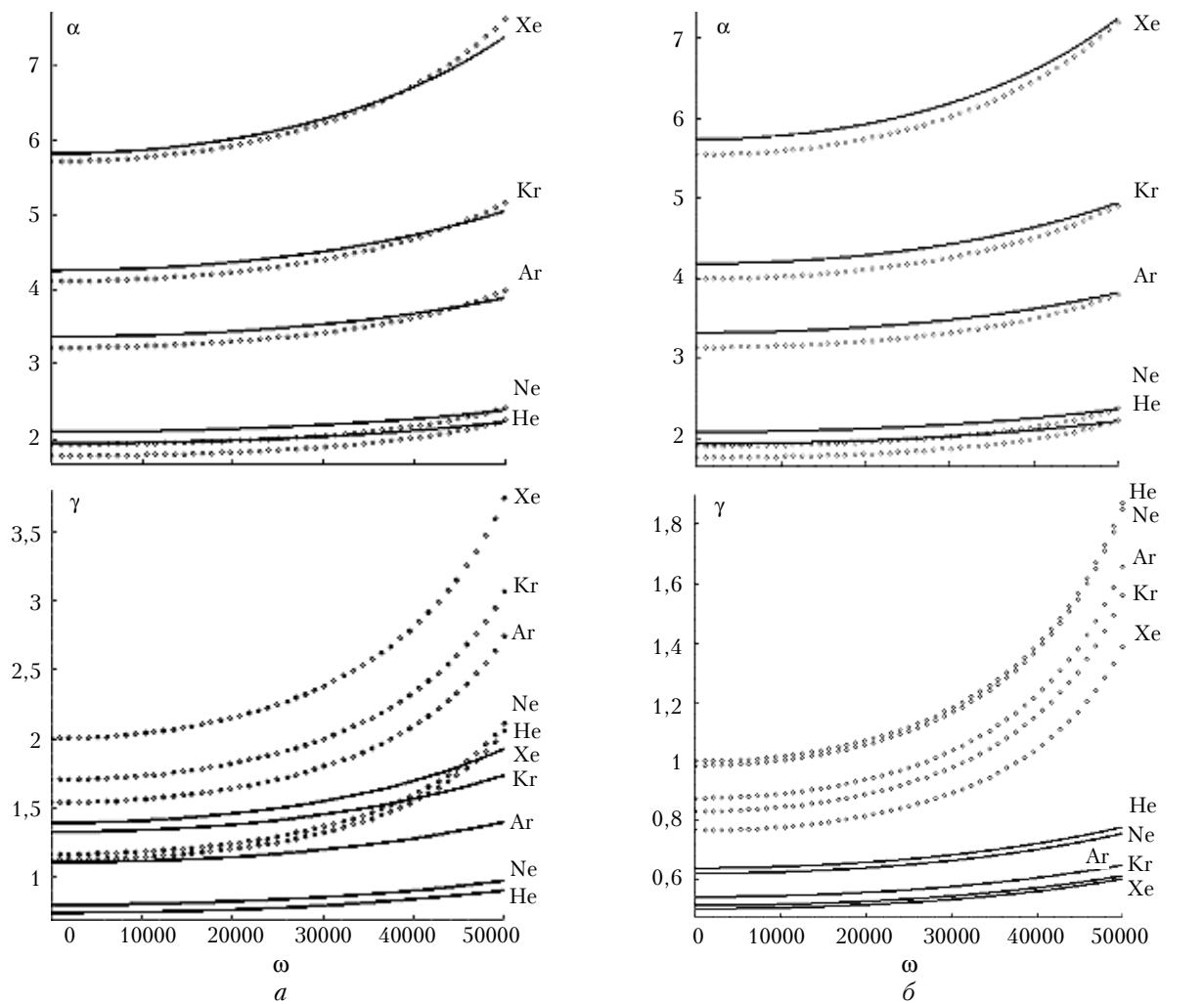


Рис. 3. Инварианты тензора динамической поляризуемости  $\alpha(r_e, R_e, \theta, \omega)$  и  $\gamma(r_e, R_e, \theta, \omega)$  ( $\text{\AA}^3$ ) комплексов  $N_2\ldots Y$  (сплошные линии) и  $O_2\ldots Y$  (пунктирные линии).  $a$  – L-конфигурация ( $\theta = 0^\circ$ );  $b$  – Т-конфигурация ( $\theta = 90^\circ$ ). Частота  $\omega$  приведена в  $\text{см}^{-1}$

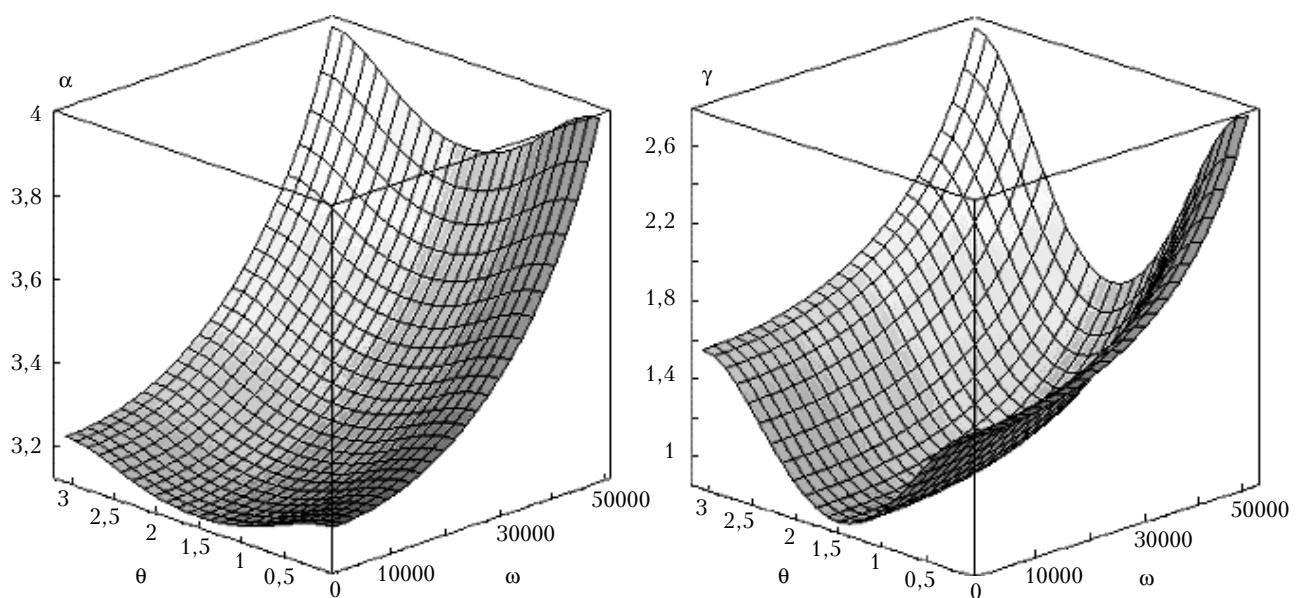


Рис. 4. Инварианты тензора динамической поляризуемости  $\alpha(r_e, R_e, \theta, \omega)$  и  $\gamma(r_e, R_e, \theta, \omega)$  ( $\text{\AA}^3$ ) комплексов  $O_2\ldots Ar$ . Угол  $\theta$  приведен в радианах, частота  $\omega$  – в  $\text{см}^{-1}$

## Заключение

Данная статья завершает цикл статей [1, 2], посвященных аналитическому описанию поверхностей поляризуемости ван-дер-ваальсовских комплексов  $X_2...Y$  ( $X_2 = N_2$ ,  $O_2$  и  $Y = He$ ,  $Ne$ ,  $Ar$ ,  $Kr$ ,  $Xe$ ) в зависимости от их геометрической структуры и частоты внешнего электромагнитного поля. Для расчета поверхностей поляризуемости комплекса  $X_2...Y$  использован модифицированный метод Зильберштейна [3], который позволил выразить их через динамическую поляризуемость атома  $Y$ , тензор динамической поляризуемости нежесткой молекулы  $X_2$  и геометрические параметры комплекса.

Оправданием применимости данного метода расчета поляризуемости исследуемых комплексов может служить слабость ван-дер-ваальсовских взаимодействий между компонентами комплекса и достаточно большие расстояния между ними. Подтверждением работоспособности модифицированного метода Зильберштейна также является хорошее совпадение наших расчетов поляризуемости ван-дер-ваальсовского димера  $N_2...N_2$  [3] с *ab initio* расчетами [10].

1. Булдаков М.А., Черепанов В.Н., Нагорнова Н.С. Поляризуемость ван-дер-ваальсовских комплексов  $N_2...Y$  и  $O_2...Y$  ( $Y = He$ ,  $Ne$ ,  $Ar$ ,  $Kr$ ,  $Xe$ ). I. Устойчивые конфигурации // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 1–2. С. 17–22.
2. Булдаков М.А., Черепанов В.Н., Нагорнова Н.С. Поляризуемость ван-дер-ваальсовских комплексов  $N_2...Y$

и  $O_2...Y$  ( $Y = He$ ,  $Ne$ ,  $Ar$ ,  $Kr$ ,  $Xe$ ). II. Неустойчивые конфигурации // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 1–2. С. 23–27.

3. Булдаков М.А., Королев Б.В., Матросов И.И., Черепанов В.Н. Поляризуемость двух взаимодействующих молекул  $N_2$  и  $O_2$  // Оптика и спектроскопия. 2003. Т. 94. № 2. С. 214–219.
4. Domene C., Fowler P.W., Jemmer P., Madden P.A. Dipole-induced-dipole polarizabilities of symmetric cluster // Mol. Phys. 2000. V. 98. N 18. P. 1391–1407.
5. Spelsberg D., Meyer W. *Ab initio* dynamic dipole polarizabilities for  $O_2$ , its photoabsorption spectrum in the Schumann–Runge region, and long-range interaction coefficients for its dimer // J. Chem. Phys. 1998. V. 109. N 22. P. 9802–9810.
6. Spelsberg D., Meyer W. Dynamic multipole polarizabilities, reduced spectra, and interaction coefficients for  $N_2$  and  $CO$  // J. Chem. Phys. 1999. V. 111. N 21. P. 9618–9624.
7. Thakkar A.J., Hettema H., Wormer P.E.S. *Ab initio* dispersion coefficients for interactions involving rare-gas atoms // J. Chem. Phys. 1992. V. 97. N 5. P. 3252–3257.
8. Адамов М.Н., Малыханов Ю.Б., Мешков В.В., Чадин Р.М. Расчет оптических характеристик атомов с закрытой оболочкой методом Хартри–Фока–Рутана // Оптика и спектроскопия. 2004. Т. 96. № 2. С. 226–228.
9. Masili M., Starace A.F. Static and dynamic dipole polarizability of the helium atom using wave functions involving logarithmic terms // Phys. Rev. A. 2003. V. 68. 012508.
10. Bounds D.G., Hinchliffe A., Spicer C.J. The interaction polarizability of two nitrogen molecules // Mol. Phys. 1981. V. 42. N 1. P. 73–82.

*M.A. Buldakov, V.N. Cherepanov, N.S. Nagornova. Polarizability of the van der Waals complexes  $N_2...Y$  and  $O_2...Y$  ( $Y = He$ ,  $Ne$ ,  $Ar$ ,  $Kr$ ,  $Xe$ ). III. Frequency dependence.*

The dependence of the dynamic polarizability of the molecular complexes  $X_2...Y$  on the distance between the spherically symmetric atom  $Y$  and the molecule  $X_2$ , internuclear separation of the molecule  $X_2$ , and the orientation of the molecule  $X_2$  in the complex has been investigated theoretically. The analytical expressions for components and invariants of the dynamic polarizability tensor of the complex  $X_2...Y$  have been obtained within the framework of DID model taking into account the sizes of the molecule  $X_2$ . The calculations of dynamic polarizabilities of the complexes  $X_2...Y$ , where  $X_2 = N_2$ ,  $O_2$  and  $Y = He$ ,  $Ne$ ,  $Ar$ ,  $Kr$ ,  $Xe$ , have been carried out.