

## ТУРБУЛЕНТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

УДК 621.371.332.1

**В.П. Кандидов, М.П. Тамаров, С.А. Шленов**

### **ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО МАСШТАБА АТМОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА ДИСПЕРСИЮ СМЕЩЕНИЙ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА**

Исследуются случайное блуждание и турбулентное уширение лазерного пучка с помощью метода Монте-Карло. Для имитации атмосферной турбулентности используются фазовые экраны, построенные модифицированным методом субгармоник. Даются оценки внешнего масштаба атмосферной турбулентности, воспроизводимой фазовым экраном. Проводится сравнение результатов статистических испытаний распространения коллимированных и сфокусированных лазерных пучков с аналитическими оценками и известными данными натуральных экспериментов.

Крупномасштабные пространственные неоднородности показателя преломления воздуха приводят к случайным блужданиям пучка как целого. Эффективность и надежность работы оптических систем во многом зависят от флуктуаций направления распространения излучения, поэтому изучение этого эффекта имеет большую практическую ценность.

В настоящее время в теоретических исследованиях распространения волн в случайно-неоднородных средах широко применяется метод Монте-Карло (ММК) на основе модели фазовых экранов (МФЭ) [1]. Наибольшее развитие этот метод получил в работах по оптике турбулентной атмосферы. С помощью такого подхода исследованы сильные флуктуации интенсивности плоской волны [2, 3], ограниченного светового пучка [4], пространственная статистика мощного лазерного излучения в атмосфере [5], задачи адаптивной оптики [6–8].

В МФЭ распространение лазерного пучка рассматривается как процесс последовательного прохождения его через набор фазовых экранов, моделирующих случайные возмущения волнового фронта на флуктуациях показателя преломления непрерывной среды. Поэтому численное формирование фазовых экранов с заданной статистикой флуктуаций является ключевой задачей в данных исследованиях.

Для формирования фазового экрана обычно используется спектральный метод [9], реже метод скользящего суммирования [10]. В спектральном методе случайная фаза  $\tilde{\varphi}(x, y)$  вычисляется с помощью фильтрации гауссова псевдослучайного поля  $\tilde{\eta}(x, y)$ . Передаточная функция фильтра определяется пространственным спектром фазовых флуктуаций  $F_{\varphi}(k_{\perp})$ , где  $k_{\perp}$  – частота поперечных спектральных компонент фазы  $\tilde{\varphi}(x, y)$ . В методе скользящего суммирования  $\tilde{\varphi}(x, y)$  определяется суммированием с некоторыми весами, связанными с  $F_{\varphi}(k_{\perp})$ , поля  $\tilde{\eta}(x, y)$ , сдвигаемого по численной сетке. В этих методах наибольший

пространственный масштаб флуктуаций фазы близок к размеру сетки  $A = N \cdot h$ , где  $N$  – число узлов;  $h$  – шаг сетки. Поэтому они не применимы в исследованиях блужданий пучка в атмосфере.

При модальном подходе фаза формируется как суперпозиция мод Цернике [11]. В модальном методе формирование фазы экрана происходит, фактически, начиная с крупномасштабных флуктуаций, тогда как в спектральном – начиная с мелкомасштабных. Поэтому при ограниченной размерности массива базисных функций (мод Цернике в модальном или гармоник Фурье в спектральном) модальный метод адекватно воспроизводит крупномасштабные флуктуации фазы, тогда как спектральный и скользящего суммирования – мелкомасштабные [12]. Использование этих методов для генерации фазовых экранов применительно к задачам оптики турбулентной атмосферы накладывает существенные ограничения на диапазон пространственных масштабов атмосферных неоднородностей.

О возможности построения фазового экрана, охватывающего широкий диапазон масштабов атмосферных флуктуаций, на основе сочетания спектрального и модального методов указано в [13].

Для расширения диапазона спектрального метода в области крупномасштабных флуктуаций в [14] предложен алгоритм вложенных сеток, в [15] – метод субгармоник. Модификация этих методов, развитая в [16], существенно повышает точность воспроизведения низкочастотных пространственных флуктуаций на фазовом экране.

В настоящей работе исследуются случайное блуждание и турбулентное уширение лазерного пучка с помощью ММК, в котором для имитации атмосферной турбулентности используются фазовые экраны, построенные модифицированным методом субгармоник. Даны оценки внешнего масштаба атмосферной турбулентности, воспроизводимой фазовым экраном. Проводится сравнение результатов статистических испытаний распространения коллимированных и сфокусированных лазерных пучков с

аналитическими оценками и известными данными натуральных экспериментов.

### Фазовый экран

Спектр флуктуаций фазы на экране определяется выражением

$$F_{\varphi}(\kappa_{\perp}) = 2\pi k^2 \Delta z \Phi_n(\kappa_{\perp}, 0), \quad \kappa_{\perp}^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2, \quad (1)$$

где  $\Delta z$  – толщина турбулентного слоя, заменяемого фазовым экраном. Для пространственного спектра флуктуаций показателя преломления  $\Phi_n(\kappa_{\perp}, \kappa_z)$  используется модель фон Кармана, которая отражает вклад крупномасштабных возмущений в атмосфере, определяющих блуждание пучка на трассе:

$$\Phi_n(\kappa_{\perp}, \kappa_z) = 0,033 C_n^2 (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-11/6};$$

$$\kappa^2 = \kappa_{\perp}^2 + \kappa_z^2, \quad \kappa_0^2 = (2\pi/L_0)^2, \quad (2)$$

где  $L_0$  – внешний масштаб атмосферной турбулентности.

Реализации случайной фазы для светового поля пучка воспроизводятся на численной сетке в плоскости  $XOY$ , перпендикулярной направлению распространения. Для изотропной турбулентности сетку естественно взять квадратной с шагом  $h$  и апертурой  $A$  по осям  $x$  и  $y$ .

В спектральном методе алгоритм формирования фазы  $\tilde{\varphi}(n, m)$  на сетке имеет вид

$$\tilde{\varphi}(n, m) = \frac{1}{N} \sum_{p=-(N/2)+1}^{(N/2)} \sum_{q=-(N/2)+1}^{(N/2)} a_{pq} (\tilde{\xi}_{pq} + i\tilde{\eta}_{pq}) W_N^{pn} W_N^{qm};$$

$$a_{pq} = \sqrt{F_{\varphi}(p, q)} \Delta k; \quad W_N = \exp \{i 2\pi/N\};$$

$$F_{\varphi}(p, q) = F(\Delta k p, \Delta k q), \quad (3)$$

где  $\tilde{\xi}_{pq}, \hat{\eta}_{pq}$  – статистически независимые случайные числа, распределенные по нормальному закону  $(0, 1)$ ;  $\Delta k = 2\pi/A$  – спектральный интервал между гармониками дискретного пространственного спектра фазы  $F_{\varphi}(p, q)$ ,  $N = A/h$  – число узлов на сетке по осям  $x$  и  $y$ .

Реальная и мнимая части комплексной фазы  $\tilde{\varphi}(n, m)$  дают два статистически независимых поля с пространственным спектром  $F_{\varphi}(p, q)$ .

В рассматриваемой задаче коэффициент  $a_{00}$  полагается равным нулю, поскольку нулевая гармоника  $\kappa_{00}$  в спектре  $F_{\varphi}(p, q)$  представляет собой средний фазовый набег на экране, который не влияет на статистические характеристики излучения. На плоскости  $\kappa_x, \kappa_y$  вектор низшей частоты  $(p, q = \pm 1)$  пространственного спектра  $\kappa_{11}$  определяется координатами:

$$\kappa_{11} = (\pm \Delta k, \pm \Delta k). \quad (4)$$

Преимуществом спектрального метода является высокая вычислительная эффективность, которая достигается при использовании алгоритма БФП, недостатком – ложная корреляция поля  $\tilde{\varphi}(n, m)$ , возникающая на масштабе  $l \geq A/2$ . Вследствие этого метод позволяет формировать поля, наибольший масштаб корреляции которых не превышает  $A/2$ . Для кармановского спектра атмосферной турбулентности применимость спектрального метода определяется следующим условием на внешний масштаб  $L_0$ :

$$L_0 < A/2. \quad (5)$$

Вместе с тем воспроизведение мелкомасштабных искажений на профиле пучка возможно, если шаг сетки  $h$  много меньше радиуса пучка  $a_0$ :

$$h \ll a_0. \quad (6)$$

Поскольку обычно  $a_0 \ll L_0$ , то одновременное выполнение условий (5), (6) в реальном численном эксперименте накладывает существенные ограничения на диапазон пространственных масштабов атмосферных флуктуаций.

В методах субгармоник [16] пространственный масштаб флуктуаций фазы расширяется в низкочастотную область. Результирующее поле находится в виде суммы высокочастотной части  $\tilde{\varphi}_{hf}$ , получаемой обычным спектральным методом, и низкочастотной  $\tilde{\varphi}_{lf}$ , формируемой субгармониками:

$$\tilde{\varphi}(n, m) = \tilde{\varphi}_{hf}(n, m) + \tilde{\varphi}_{lf}(n, m). \quad (7)$$

Для получения  $\tilde{\varphi}_{lf}$  спектральная область вблизи нулевой гармоники разбивается на несколько субгармоник.

В модифицированном методе субгармоник [16] низкочастотная часть фазового поля формируется согласно алгоритму

$$\tilde{\varphi}_{lf}(n, m) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{p'=-3}^2 \sum_{q'=-3}^2 a_{p'q'} (\tilde{\xi}_{jp'q'} + i\tilde{\eta}_{jp'q'}) \times$$

$$\times \exp \left[ 2\pi i 3^{-j} \left( \frac{(p'+0,5)}{N} + \frac{(q'+0,5)}{N} \right) \right]; \quad (8)$$

$$a_{p'q'} = 3^{-j} \sqrt{F_{\varphi}(\kappa'_x, \kappa'_y)} \Delta k_x \Delta k_y,$$

где  $N_j$  – число итераций субгармоник.

На каждой  $j$ -й итерации в спектр фазы добавляются 32 гармоники, для которых вектор пространственной частоты  $\kappa$  в плоскости  $\kappa_x, \kappa_y$  определяется координатами

$$\kappa'_x = 3^{-j} (p' + 0,5) \Delta k_x, \quad \kappa'_y = 3^{-j} (q' + 0,5) \Delta k_y. \quad (9)$$

Субгармоники  $F_{\varphi}(\kappa'_x, \kappa'_y)$  с индексами  $(p', q')$ , равными  $(0, 0), (-1, -1), (-1, 0), (0, -1)$ , полагаются равными

нулю. Так как спектральные области субгармоник и основных спектральных компонент перекрываются, то для сохранения дисперсии фазы экрана вводятся весовые множители для основных гармоник с индексами  $(p, q)$ , равными  $(\pm 1, 0)$ ,  $(0, \pm 1)$  и  $(\pm 1, \pm 1)$ .

Для анализа корреляционных свойств полей, получаемых модифицированным методом субгармоник, проведен численный эксперимент, в котором методом Монте-Карло определялась корреляционная функция фазы экрана

$$B_{\varphi}^{num}(\rho_{lk}) = B_{\varphi}^{num}(\sqrt{l^2 + k^2} h) = \frac{1}{M(N-l)(N-k)} \times \sum_{i=1}^M \sum_{m=1}^{N-l} \sum_{n=1}^{N-k} \tilde{\varphi}^{(i)}(m, n) \tilde{\varphi}^{*(i)}(m+l, n+k), \quad (10)$$

где  $M$  – число реализаций полей. Использовалась квадратная сетка со стороной  $A = 51,2$  см и размерностью  $512 \times 512$  узлов. Поля генерировались спектральным методом и модифицированным методом субгармоник с числом итераций  $j = 2; 4$ . Большее число итераций для сеток такой размерности требует чрезмерно большого объема машинного времени. Рассматривалось поле с кармановским спектром (2) при структурной постоянной  $C_n^2 = 5 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ . Для внешнего масштаба турбулентности при генерации фазового экрана задавались три различных значения  $L_0^{appr} = 0,5; 5$  и  $50$  м.

Корреляционные функции  $B_{\varphi}^{num}(\rho)$ , полученные численно, приведены на рис. 1 для ряда априорных значений  $L_0^{appr}$ . Видно, что при  $L_0^{appr} \leq A/2$  число итераций в методе субгармоник  $N_j$  незначительно влияет на  $B_{\varphi}^{num}(\rho)$ . Однако при  $L_0^{appr} > A/2$  характер функциональной зависимости  $B_{\varphi}^{num}(\rho)$  и положение этой функции на оси ординат, а следовательно, и величина дисперсии  $\sigma_{\varphi}^2$  существенно меняются при увеличении  $N_j$ . Это является следствием изменения с ростом  $N_j$  величины внешнего масштаба  $L_0$  для фазового поля экрана, получаемого в численном эксперименте.

Внешний масштаб  $L_0$  для фазового экрана, формируемого методом субгармоник, определялся как параметр, при котором аналитическое выражение для корреляционной функции экрана  $B_{\varphi}(\rho)$  поля (2) наиболее близко аппроксимирует функцию  $B_{\varphi}^{num}(\rho)$ , найденную методом Монте-Карло. Аналитически корреляционная функция фазы на экране для кармановского спектра (2) с внешним масштабом  $L_0$  имеет вид

$$B_{\varphi}(\rho) = \sigma_{\varphi}^2 \frac{2^{1/6}}{\Gamma(5/6)} (\kappa_0 \rho)^{5/6} K_{5/6}(\kappa_0 \rho), \quad (11)$$

где  $\Gamma(-)$  – гамма-функция;  $K(-)$  – функция Макдональда. Дисперсия флуктуаций фазы равна

$$\sigma_{\varphi}^2 = 2,4 \pi^2 k^2 \Delta z \cdot 0,033 C_n^2 \kappa_0^{-5/3}. \quad (12)$$

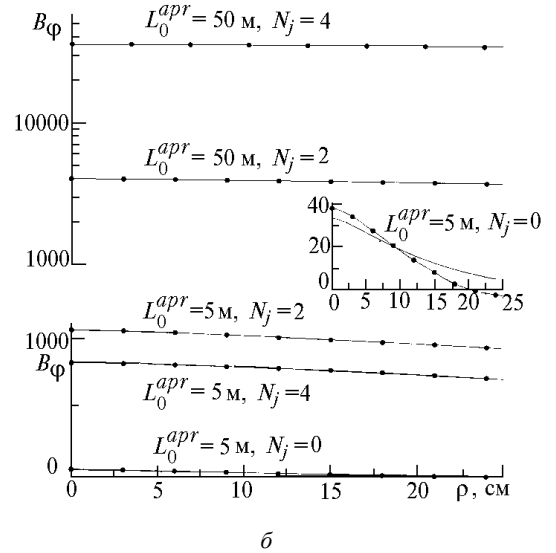
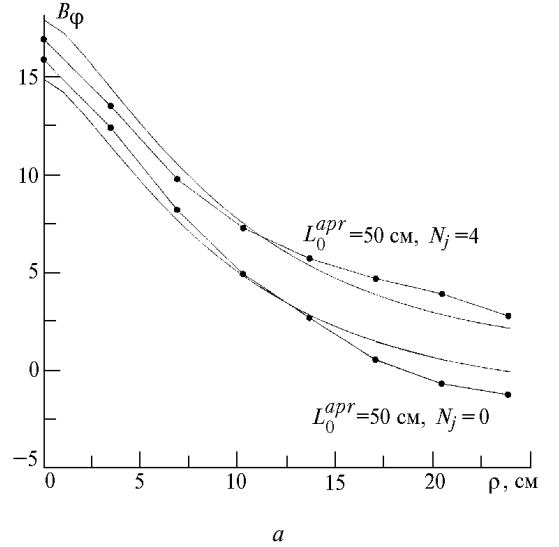


Рис. 1. Корреляционная функция  $B_{\varphi}(\rho)$  фазы на экране, полученном модифицированным методом субгармоник на квадратной сетке  $512 \times 512$  узлов со стороной  $51,2$  см для кармановского спектра (2) с  $C_n^2 = 5 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ , задаваемого внешнего масштаба  $L_0^{appr}$  и числа итераций  $N_j$ : —●—  $B_{\varphi}^{num}(\rho)$  – данные ММК; —  $B_{\varphi}(\rho)$  – аппроксимация аналитической зависимости (11) с параметром  $L_0$

Так как для полей, полученных спектральными методами, характерна периодичность, то отклонение  $(B_{\varphi}^{num} - B_{\varphi})^2$  минимизировалось при  $\rho \in [0, A/2]$ . Примеры результатов аппроксимации методом наименьших квадратов функции  $B_{\varphi}^{num}(\rho)$ , найденной ММК, аналитическим выражением  $B_{\varphi}(\rho)$ , зависящим от параметра  $L_0$ , приведены на рис. 1. Анализ показывает, что удовлетворительная аппроксимация  $B_{\varphi}^{num}(\rho)$  с помощью  $B_{\varphi}(\rho)$  достигается при числе итераций  $N_j$ , для которого получаемое значение внешнего масштаба  $L_0$  близко к априорно задаваемому  $L_0^{appr}$  (фрагмент на рис. 1, б).

В таблице приведены значения внешнего масштаба  $L_0$  и дисперсии  $\sigma_\phi^2$  для экрана, формируемого методом субгармоник, при различном числе итераций  $N_j$  для турбулентности с рядом априорно заданных величин  $L_0^{apr}$  при  $C_n^2 = 5 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ .

Число итераций $N_j$	Задаваемые априорно $L_0^{apr} / \sigma_\phi^2$		
	50 см/19,6	5 м/907,6	50 м/42126,1
0	44 см/15,8	71 см/37,9	71 см/35,4
2	48 см/18,2	5,5 м/1055,3	12 м/4066,3
4	46 см/16,8	4,7 м/815,7	45 м/35865,7

Как видно из таблицы, поля, полученные спектральным методом  $N_j = 0$ , отвечают заданной статистике только в случае, если внешний масштаб  $L_0^{apr}$  не превышает размера сетки  $A/2$ . Для воспроизведения больших масштабов необходимо использовать метод субгармоник, причем количество используемых итераций  $N_j$  тем больше, чем больше задаваемый внешний масштаб  $L_0^{apr}$ .

### Дисперсия смещений центра тяжести коллимированного лазерного пучка в условиях крупномасштабных флуктуаций

Случайное положение центра тяжести оптического пучка в плоскости, поперечной направлению распространения, определяется выражением

$$\tilde{\rho}_c^{(i)}(z) = \frac{1}{P_0} \int d^2 \rho \rho \tilde{I}^{(i)}(z, \rho), \quad (13)$$

где  $P_0 = \int d^2 \rho I(0, \rho)$  – полная мощность пучка;  $\tilde{I}^{(i)}(z, \rho)$

– случайное распределение интенсивности в сечении пучка при некоторой реализации. Дисперсия смещений пучка  $\sigma_c^2$  определялась в результате статистической обработки ансамбля реализации  $\{\tilde{\rho}_c^{(i)}(z)\}$ ,  $i = 1 \dots M$ , где  $M$  – объем выборки.

Численный эксперимент проводился для коллимированного пучка гауссова профиля с радиусом  $a_0 = 2$  см на горизонтальной приземной трассе длиной  $L = 2$  км, длина волны  $\lambda = 0,5$  мкм. Параметры турбулентности и расчетной сетки приведены выше, число итераций  $N_j = 4$ . Для рассматриваемых условий распространения пучка гарантированные результаты эксперимента охватывали области как слабого, так и сильного турбулентного уширения.

Типичная реализация для распределения интенсивности  $\tilde{I}^{(i)}(z, \rho)$  в сечении пучка приведена на рис. 2 для расстояния  $z = 1,5$  км.

Зависимость среднеквадратичного отклонения  $\sigma_c$  центра тяжести пучка от параметра турбулентности  $D_s(2a_0)$  представлена на рис. 3, где  $D_s(2a_0) = 1,1 C_n^2 k^2 L(2a_0)^{5/3}$ . Видно, что с увеличением внешнего масштаба турбулентности  $L_0$  блуждание пучка возрастает.

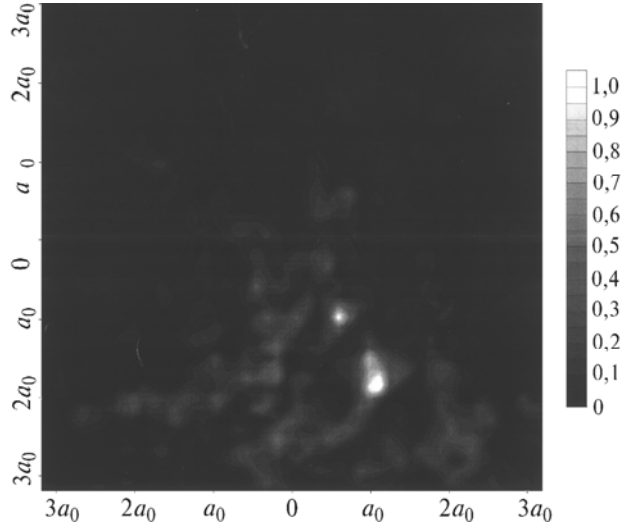


Рис. 2. Типичная реализация для распределения интенсивности  $\tilde{I}^{(i)}(z, \rho)$  в сечении коллимированного пучка с начальным радиусом  $a_0 = 2$  см,  $\lambda = 0,5$  мкм, распространяющегося по приземной трассе с параметром турбулентности  $C_n^2 = 5 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$  для  $z = 1,5$  км

Для оценки справедливости аналитических теорий проведено сравнение результатов статистических испытаний с расчетами в фазовом приближении метода Гюйгенса–Кирхгофа (ФПМК) [17]. В этом приближении при условиях:

$$0 \leq L/F \leq 1, \quad \Omega \geq 1, \quad (14)$$

где  $F$  – радиус фокусировки гауссова пучка;  $\Omega = ka_0^2/L$  – число Френеля передающей апертуры, получены следующие выражения для  $\sigma_c^2$ :  
при  $\beta_0^2 \ll \Omega^{1/2}$ :

$$\sigma_c^2 = a_0^2 \xi_1(\Omega, L/F, \beta) D_s(2a_0) + a_0^2 \xi_2(\Omega, L/F, \beta) D_s^2(2a_0);$$

$$\xi_1(\Omega, L/F, \beta) = 1,17 \Omega^{-2} a_0^{1/3} \times$$

$$\times \int_0^1 d\zeta (1 - \zeta)^2 \{a_g^{-1/3}(\zeta L) - [a_g^2 + a_0^2 \beta]^{-1/6}\};$$

$$a_g(\zeta L) = \zeta a_0 \Omega^{-1} \left[ 1 + \Omega^2 \zeta^{-2} \left( 1 - \zeta \frac{L}{F} \right) \right]^{2-1/2};$$

$$\xi_2(\Omega, L/F, \beta) = 0,24 \Omega^{-10/3} \int_0^1 d\zeta (1 - \zeta)^2 \zeta^{7/3} \left( 1 - \zeta \frac{L}{F} \right)^{-5/3} \times$$

$$\times \int_0^1 d\eta (1 - \eta)^{10/3} \left( 1 - \zeta \eta \frac{L}{F} \right)^{-5/3};$$

$$\beta_0^2 = 1,23 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}, \quad \beta = (0,54 L_0)^2 / (2\pi^2 a_0^2); \quad (15)$$

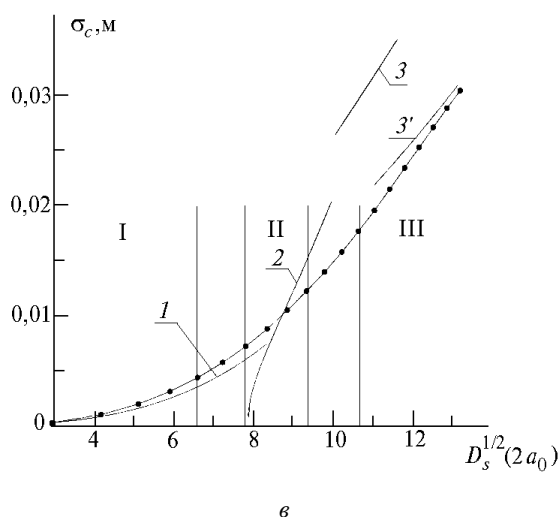
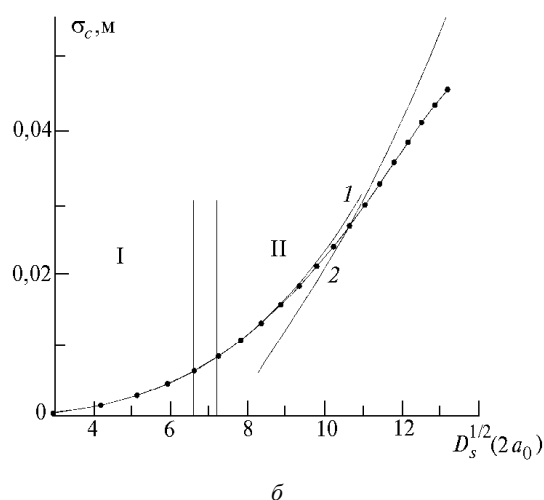
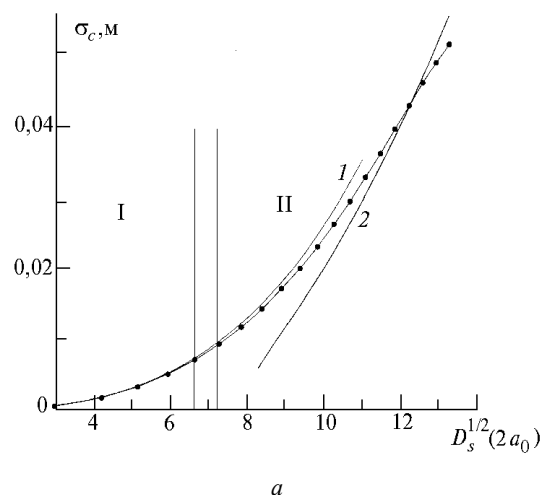


Рис. 3. Полученные ММК зависимости среднеквадратического отклонения  $\sigma_c$  центра тяжести от параметра турбулентности  $D_s^{1/2}(2a_0)$  для коллимированного пучка с начальным радиусом  $a_0 = 2$  см,  $\lambda = 0,5$  мкм, распространяющегося по призмной трассе с параметром турбулентности  $C_n^2 = 5 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$  (кривые с точками). Кривые 1, 2, 3 рассчитаны по (15), (16) и (17); области справедливости этих выражений отмечены римскими цифрами I, II, III; а –  $L_0 = 50$  м, б –  $L_0 = 5$  м, в –  $L_0 = 50$  см

при  $\Omega^{5/3} \ll D_s(2a_0) \ll \Omega^{5/3}(1 + \beta)^{5/6}$ :

$$\sigma_c^2 = 1,54 a_0^2 \Omega^{-5/3} D_s^{4/5}(2a_0) - 1,79 a_0^2 \Omega^{-11/8} D_s^{5/8}(2a_0); \quad (16)$$

при  $D_s(2a_0) \gg \Omega^{5/3}(1 + \beta)^{5/6}$ :

$$\sigma_c^2 = a_0^2 \Omega^{-11/8} D_s^{5/8}(2a_0) 1,79[(1 + \beta)^{7/48} - 1] + a_0^2 \Omega^{-3/2} D_s^{1/2}(2a_0) \{\beta^{-1/6}[(1 + \beta)^{1/12} - 1]/2\}. \quad (17)$$

Аналитические кривые 1, 2, 3 рассчитаны по формулам (15), (16) и (17); I, II, III – области справедливости этих выражений. Как видно, в области I, соответствующей слабой турбулентности, аналитическая кривая практически совпадает с результатами численного эксперимента. Наилучшее совпадение наблюдается для внешнего масштаба 5 м, при котором аналитическая кривая 1 хорошо работает и в области II. Для  $L_0 = 50$  см критерий применимости (15) становится неверным. Расхождения между зависимостями, полученными аналитически, и ММК наблюдаются раньше границы этой области. В [18] приведена другая оценка области применимости (15):

$$D_s(2a_0) \ll \Omega^{4/3} (1 - (1 + \beta)^{-1/6}). \quad (18)$$

В этом случае правая граница области I соответствует значению  $D_s(2a_0) \approx 4$ .

Аналитическое выражение (16) для  $\sigma_c^2$  не зависит от внешнего масштаба турбулентности, что не подтверждается в численном эксперименте. Например, для  $D_s^{1/2}(2a_0) = 9$  величина  $\sigma_c$  меняется в пределах от  $1,1 \cdot 10^{-2}$  м для  $L_0 = 50$  см до  $1,8 \cdot 10^{-2}$  м для  $L_0 = 5$  м. Теория предсказывает более сильное нарастание функции  $\sigma_c(D_s^{1/2})$ .

В области III наблюдается сильное отличие ( $\approx 40\%$ ) аналитических и численных значений  $\sigma_c$ . Если в формуле (17) уменьшить внешний масштаб с 50 до 25 см, то расхождение будет составлять не более 5% (кривая 3' на рис. 3, в). Это можно объяснить тем, что выражение (17) носит асимптотический характер. При уменьшении  $L_0$  уменьшается  $\beta$  и, следовательно, неравенство, определяющее применимость (17), выполняется лучше.

### Сфокусированный пучок

В численном эксперименте моделировались натурные исследования дисперсии смещений и уширения лазерного пучка в турбулентной атмосфере [19]. Рассматривался сильно сфокусированный гауссов пучок начального радиуса  $a_0 = 15,1$  см, распространяющийся по трассе высотой  $H = 2$  м на расстояние  $L = F = 1750$  м. Радиус фокусировки  $F$  составлял  $1/130$  дифракционной длины, длина волны  $\lambda = 0,63$  мкм. В геометрическом фокусе измерялись среднеквадратическое смещение пучка  $\sigma_c$  и эффективный радиус пучка  $a_{\text{эф}}$  для двух значений  $C_n^2$ , рав-

ных  $3 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$  и  $1,5 \cdot 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$ . Радиус  $a_{\text{eff}}$  в натуральном эксперименте определялся как полуширина профиля пучка, усредненного по 100–300 мгновенным реакциям.

Численный эксперимент выполнялся на сетке  $1024 \times 1024$  узла для обеспечения высокого пространственного разрешения (дифракционный радиус пучка в фокусе  $a_d = 1,16 \text{ мм}$ ). Фазовые экраны генерировались модифицированным методом субгармоник с числом итераций  $N_j = 2$ . Этого количества итераций было достаточно для того, чтобы с хорошей точностью воспроизвести на сетке размером  $A = 1 \text{ м}$  внешний масштаб  $L_0 = 0,4H = 0,8 \text{ м}$ . На трассе располагалось 20 экранов, статистический ансамбль состоял из 50 реализаций. Как видно из рис. 4, численные результаты и данные натурального эксперимента хорошо согласуются для двух сильно отличающихся значений параметра  $D_s(2a_0)$ . Это позволяет говорить о надежности результатов, полученных ММК.

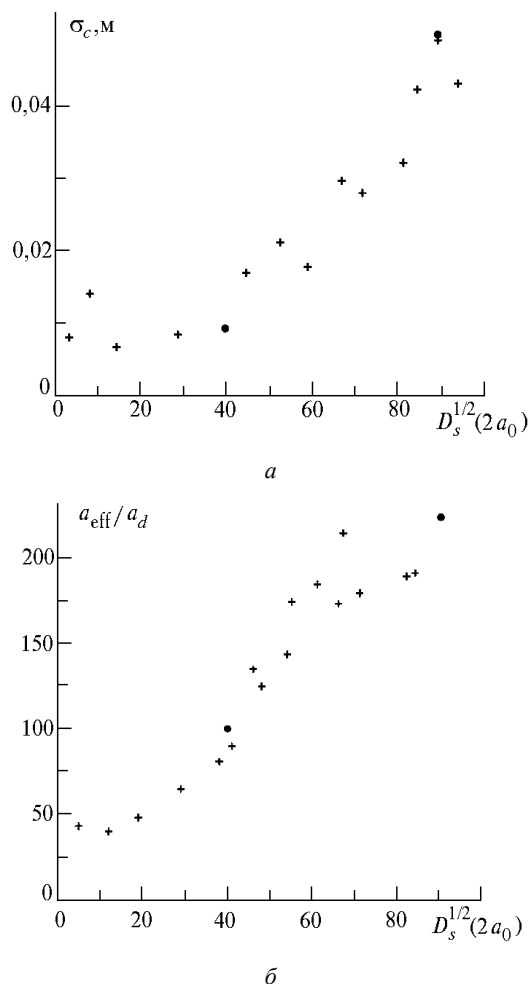


Рис. 4. Численное моделирование ММК натурального эксперимента [19] для сфокусированного гауссова пучка ( $a_0 = 15,1 \text{ см}$ ,  $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$ ,  $H = 2 \text{ м}$ ,  $L = F = 1750 \text{ м}$ ) для  $C_n^2 = 3 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$  и  $1,5 \cdot 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$  (точки). Плюсы – данные натурального эксперимента [19].  $a$  – среднее квадратическое смещение пучка  $\sigma_c$ ;  $b$  – отношение эффективного радиуса пучка  $a_{\text{eff}}$  к  $a_d$

## Заключение

Проведен анализ фазовых экранов, полученных модифицированным методом субгармоник. Показано, что для воспроизведения внешних масштабов атмосферной турбулентности, превосходящих размер численной сетки не более чем в 10 раз, достаточно использовать две итерации субгармоник. Четыре итерации в методе субгармоник позволяют с хорошей точностью воспроизвести фазовые экраны для турбулентности с внешним масштабом, в 100 раз превышающим размер сетки.

В области слабого турбулентного уширения (15) аналитические оценки дисперсии смещения центра тяжести пучка совпадают с результатами статистических испытаний при больших значениях внешнего масштаба  $L_0 = 5$  и  $50 \text{ м}$  и заметно отличаются при  $L_0 = 50 \text{ см}$ .

Численные эксперименты в области сильного турбулентного уширения (16) в отличие от аналитических расчетов в ФПМГК показывают сильную зависимость дисперсии смещения центра тяжести пучка от внешнего масштаба. Для внешних масштабов турбулентности  $50 \text{ см}$  и  $50 \text{ м}$  величины дисперсии отличаются на 60%. В области (17) для согласия с аналитическими данными необходимо, чтобы сильное неравенство выполнялось с запасом в два порядка.

Статистическое моделирование известного натурального эксперимента [19] показывает хорошее согласие численных и экспериментальных значений дисперсии смещений и эффективного размера пучка.

Работа выполнена при частичной поддержке фирмой «Samsung Electronics», программа SSM.

1. Кандидов В.П. // УФН. 1996. Т. 166. N 12. С. 1309–1338.
2. Martin J.M., Flatte S.M. // Appl. Opt. 1988. V. 27. N 11. P. 2111–2126.
3. Dashen R., Wang G.Yu., Flatte S.M., Bracher C. // J. Opt. Soc. Am. A. 1993. V. 10. N 6. P. 1233–1242.
4. Кандидов В.П., Тамаров М.П., Шленов С.А. // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. N 11. С. 1443–1449.
5. Кандидов В.П. // Изв. АН СССР. Сер. Физ. 1985. Т. 49. N 3. С. 442–449.
6. Зуев В.Е., Коняев П.А., Лукин В.П. // Изв. вузов. Физика. 1985. Т. 28. N 11. С. 6.
7. Выслоух В.А., Кандидов В.П., Чесноков С.С., Шленов С.А. // Изв. вузов. Физика. 1985. Т. 28. N 11. С. 30.
8. Gebhardt Fr.G. // Proc. SPIE. 1994. V. 2120. P. 76.
9. Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D. // Appl. Phys. 1976. V. 10. P. 129.
10. Кандидов В.П., Леденев В.И. // Вестник МГУ. Сер. Физ., Астр. 1982. Т. 23. С. 3.
11. Noll R.J. // J. Opt. Soc. Am. 1976. V. 66. P. 207.
12. Kandidov V.P., Shlyonov S.A. // 8<sup>th</sup> Laser Conference. St. Petersburg. 1995. Techn. Prog. P. 48.
13. Lukin V.P., Fortes B.V., Konyev P.A. // Proc. SPIE. 1994. V. 2222. P. 522.
14. Herman B.J., Strugala L.A. // SPIE. 1990. V. 1221. P. 183–192.
15. Lane R.G., Glindemann A., Dainty J.C. // Waves in random media. 1992. V. 2. N 3. P. 209–224.
16. Johanson E.M., Gavel D.T. // SPIE. 1994. V. 2200. P. 372–383.
17. Миронов В.Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1981. 246 с.

18. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1988. 270 с.

19. Каллистратова М.А., Покасов В.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1971. Т. 14. N 8. С. 1200–1207.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова  
Международный лазерный центр

Поступила в редакцию  
29 апреля 1997 г.

*V.P. Kandidov, M.P. Tamarov, S.A. Shlyonov.* **Atmospheric Turbulence Outer Scale Effects on Dispersion of Laser Beam Shifts.**

The turbulent defocusing and random shifts of laser beam are analyzed numerically by Monte-Carlo Method. Phase screens are generated by new subharmonic method of Johansson and Gavel to imitate atmospheric turbulence. Outer scales of phase screens produced are estimated. There are given comparison of statistical trials, analytical results, and natural experiments for initial collimated and convergent laser beams propagated in turbulence atmosphere.