

И.Г. Захарова, Ю.Н. Карамзин, В.А. Трофимов

О НЕЛИНЕЙНОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ ПРОФИЛИРОВАННЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В ДОЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА

На основе численного моделирования анализируется распространение гипергауссовских и гипертрубчатых световых пучков в дозвуковом потоке газа. Показано, что профилированные световые пучки испытывают существенно меньшие нелинейные искажения. Для них реализуются немонотонные зависимости профиля возмущений плотности среды вдоль ее движения. Обсуждаются отличия распространения двумерных и щелевых пучков.

Введение

В большинстве работ, посвященных численному моделированию теплового самовоздействия оптического излучения в движущихся нелинейных средах, процесс распространения излучения рассматривался в условиях $v/v_{зв} \ll 1$, где v — скорость поперечного движения среды, $v_{зв}$ — скорость звука. Самовоздействие при $v/v_{зв} \cong 1$ обсуждалось лишь немногими авторами и, как правило, применительно к гауссовским пучкам [1–8]. Так, в [1–3] основное внимание уделялось анализу возмущений плотности среды, а в [4] исследовалось нестационарное самовоздействие щелевых пучков. Между тем известно, что профилированные пучки могут испытывать существенно меньшие нелинейные искажения, чем гауссовские пучки. Поэтому представляет интерес изучение их распространения в дозвуковом потоке. В настоящей статье на основе численного моделирования исследуется самовоздействие профилированных пучков в среде с тепловым механизмом нелинейности в условиях, когда скорость движения среды близка к скорости звука.

Постановка задачи и метод численного решения

Как известно, процесс теплового самовоздействия оптического излучения в движущейся среде описывается системой безразмерных уравнений [5]

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial z} + i\Delta_{\perp} A + i\alpha\rho A &= 0, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + (1 - M^2) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x} &= -\Delta_{\perp} |A|^2, \quad z \in (0, L_z), \quad x \in (0, L_x), \quad y \in (0, L_y). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь функции $A(z, x, y)$, $\rho(z, x, y)$ — нормированные комплексная амплитуда излучения и изменение плотности окружающей среды соответственно. Координата z совпадает с направлением распространения излучения, x и y — поперечные к z координаты, $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, α — коэффициент, равный отношению начальной мощности пучка к характерной мощности самовоздействия, M — число Маха ($0 \leq M < 1$), L_z, L_x, L_y — соответственно границы области по продольной и поперечным координатам.

Система (1) решается совместно со следующими начальными и граничными условиями:

$$\begin{aligned} A(z=0; x, y) &= A_0(x, y); \\ A(z, x=0, y) &= A(z, x=L_x, y) = A(z, x, y=0) = A(z, x, y=L_y) = \rho(z, x=0, y) = \\ &= \frac{\partial \rho}{\partial x}(z, x=0, y) = \frac{\partial \rho}{\partial x}(z, x=L_x, y) = \frac{\partial \rho}{\partial x}(z, x, y=0) = \frac{\partial \rho}{\partial x}(z, x, y=L_y) = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Из (1)–(2) нетрудно увидеть, что в процессе распространения сохраняется мощность пучка.

Введем новую переменную $\varphi = \partial \rho / \partial x$ и получим уравнения (1) и краевые условия (2) относительно A , ρ , φ (так как эта операция тривиальна, то не будем приводить здесь новые уравнения). Для решения полученной задачи используем псевдоспектральную симметричную разностную схему, консервативную в смысле выполнения разностного аналога закона сохранения полной мощности пучка. Приведем краткое описание этой схемы, поскольку построение численного метода лежит в основе

численного моделирования, широко применяемого в задачах атмосферной оптики.

Обозначим через A_h, ρ_h, φ_h разностные аналоги A, ρ, φ . Определим их на сетке $\omega = \omega_z \cdot \omega_x \cdot \omega_y$, где

$$\begin{aligned}\omega_z &= \{z = z_j = jh_z, j = 0, \dots, N_z - 1, h_z = L_z/N_z\}; \\ \omega_x &= \{x = x_{k_1} = k_1h_x, k_1 = 1, \dots, N_x - 1, h_x = L_x/N_x\}; \\ \omega_y &= \{y = y_{k_2} = k_2h_y, k_2 = 1, \dots, N_y - 1, h_y = L_y/N_y\}.\end{aligned}$$

Представим A_h, φ_h в виде конечной суммы Фурье

$$A_h(z, \mathbf{x}, y) = \sum_{\mathbf{k}=1}^{N-1} A_{hk}(z) \psi_{\mathbf{k}}, \quad \varphi_h(z, \mathbf{x}, y) = \sum_{\mathbf{k}=1}^{N-1} \varphi_{hk}(z) \psi_{\mathbf{k}}, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{k} = (k_1, k_2); \quad \sum_{\mathbf{k}=1}^{N-1} = \sum_{k_1=1}^{N_x-1} \sum_{k_2=1}^{N_y-1}; \quad \psi_{\mathbf{k}} = \sin(\pi k_1 x / L_x) \sin(\pi k_2 y / L_y).$$

Коэффициенты A_{hk}, φ_{hk} определяются из разностной задачи

$$\begin{aligned}\frac{\hat{A}_{hk} - A_{hk}}{h_z} - i\lambda_{\mathbf{k}} \bar{A}_{hk} + i\alpha [\bar{\rho}_h \bar{A}_h]_{\mathbf{k}} &= 0; \\ (\lambda_{k_2} + (1 - M^2)\lambda_{k_1}) \hat{\varphi}_{hk} &= -\lambda_{\mathbf{k}} [|\hat{A}_h|^2]_{\mathbf{k}};\end{aligned} \quad (4)$$

$$A_{hk}(z=0) = 4L_x^{-1} L_y^{-1} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} A_0(x, y) dx dy.$$

В (4) $\lambda_{\mathbf{k}} = \lambda_{k_1} + \lambda_{k_2}$, $\lambda_{k_1} = (\pi k_1 / L_x)^2$, $\lambda_{k_2} = (\pi k_2 / L_y)^2$; $\hat{\varphi}_{hk}, \hat{A}_{hk} = \varphi_{hk}, A_{hk}(z_{j+1}); \quad A_{hk} = A_{hk}(z_j);$
 $\bar{A}_{hk} = 0,5(\hat{A}_{hk} + A_{hk}); \quad \hat{A}_h, \hat{\rho}_h = A_h, \rho_h(z_{j+1}); \quad A_h, \rho_h = A_h, \rho_h(z_j); \quad \bar{A}_h, \bar{\rho}_h = 0,5(\hat{A}_h + A_h, \hat{\rho}_h + \rho_h).$

Величины $[|\hat{A}_h|^2]_{\mathbf{k}}, [\bar{\rho}_h \bar{A}_h]_{\mathbf{k}}$ находятся по формулам вида

$$\psi_{\mathbf{k}} = 4L_x^{-1} L_y^{-1} \sum_{j_1=1}^{N_x-1} \sum_{j_2=1}^{N_y-1} \psi(\mathbf{z}, \mathbf{x}_{j_1}, y_{j_2}) \psi_{\mathbf{k}}(x_{j_1}, y_{j_2}) h_x h_y. \quad (5)$$

Определив φ_h из (4) и (3), находим ρ_h по формуле $\rho_h(x) = \int_1^x \varphi_h(\xi) d\xi$. Схема (4) нелинейна, поэтому для перехода на новый слой по z используется итерационный процесс. Положим $\hat{A}_h = A_h$. Из второго уравнения (4), используя (5), найдем $\hat{\varphi}_{hk}$. С помощью второго равенства (3) определим $\hat{\varphi}_h$, а затем получим $\hat{\rho}_h$. Запишем теперь первое уравнение (4) в виде

$$\frac{\hat{A}_{hk} - A_{hk}}{h_z} - i\lambda_{\mathbf{k}} \hat{A}_{hk} + i\alpha [\hat{\rho}_h \hat{A}_h]_{\mathbf{k}} = 0.$$

Отсюда, учитывая (5), найдем \hat{A}_{hk} , а затем из (3) получим \hat{A}_h . Этот же алгоритм используем для определения $\hat{A}_h^s, s = 2, 3, \dots$.

Отметим, что решение (3) сохраняет на сетке разностный аналог мощности пучка. В этом нетрудно убедиться, умножив первое уравнение (4) на $(\bar{A}_{hk})^*$, просуммировав по всем \mathbf{k} и взяв действительную часть.

Результаты численных расчетов

Перейдем к описанию расчетов на ЭВМ, проводившихся по схеме (3)–(5). Как уже отмечалось выше, нами исследовалось самовоздействие профилированных пучков, а именно гипергауссовских и гипертрубчатых. На входе в нелинейную среду задавалось следующее распределение амплитуды:

$$A_0(x, y) = 0,5U_0(x, y)/\|U_0(x, y)\|;$$

$$U_0(x, y) = [J + (1 - J)((x - x_0)^m + (y - y_0)^m)] \exp\{-2[(x - x_0)^m + (y - y_0)^m]\};$$

$$J = 0, 1; m = 2, 4, 6; x_0 = y_0 = 6; \|U_0(x, y)\| = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} |U_0(x, y)|^2 dx dy,$$

где $J = 1$ соответствует гауссовскому и гипергауссовским начальным профилям, а $J = 0$ – трубчатому и гипертрубчатому.

Расчеты проводились для умеренных мощностей пучка при $\alpha \leq -100$. Трасса распространения $L_z = 0,2$; $L_x = L_y = 12$; $M = 0, 0,5, 0,7, 0,9$. В процессе моделирования анализировалась эволюция положения центра тяжести пучка по оси x : $X_{cx} = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} |A|^2 (x - x_0) dx dy$, его пиковой интенсивности

$I_m = \max_x |A(x)|^2$ и ее положения по оси x x_m , радиуса пучка по x

$$a_x^2 = \ln 2 \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} |A|^2 (x - x_0)^2 dx dy / \|A\|^2,$$

пространственных профилей интенсивности излучения и плотности среды в зависимости от параметра M , т.е. скорости движения среды.

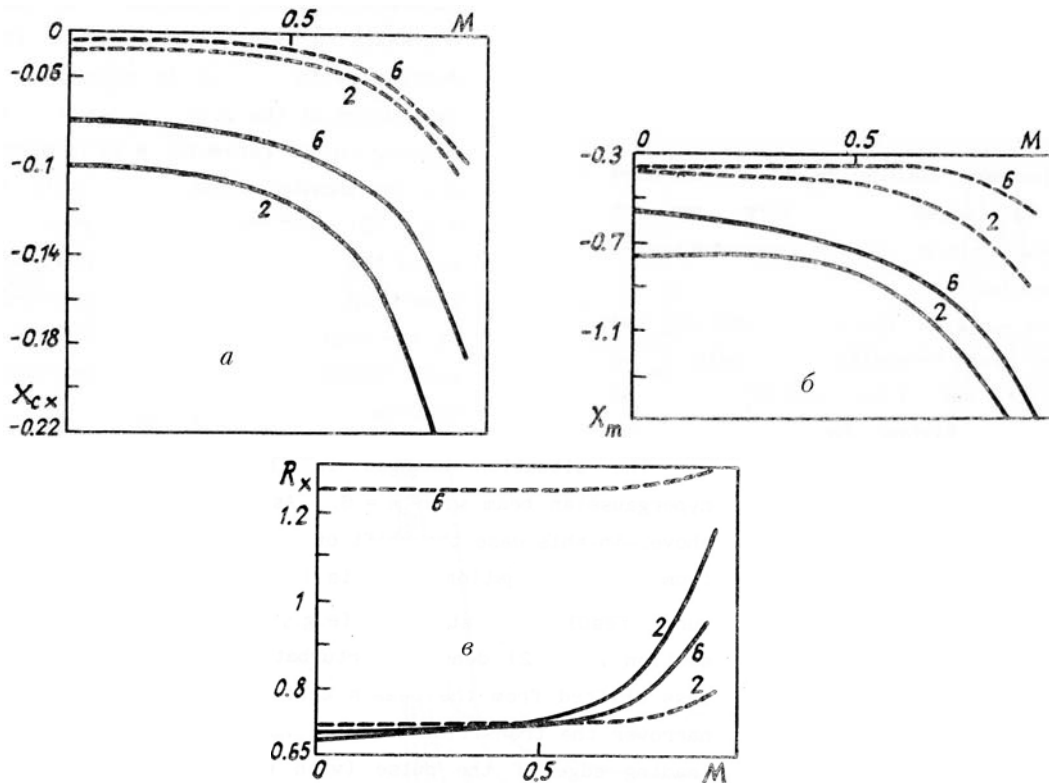


Рис. 1. Зависимости положения центра тяжести светового пучка (а), координаты достижения пиковой интенсивности (б) и радиуса пучка по оси x (в) от отношения скорости движения среды к скорости звука в сечении $z = 0,2$: сплошные кривые – первоначально гауссовские пучки, пунктирные кривые – первоначально трубчатые. В разрывах кривых указано значение m

Некоторые наиболее характерные результаты расчетов (например, для $\alpha = -100$) представлены на рис. 1–3. Как следует из рис. 1, а, с ростом скорости движения среды отклонение центра тяжести от первоначального направления распространения увеличивается и заметно отличается от значения

$X_{цк}$ в случае $M = 0$ при превышении M некоторого критического значения $M_{кр}$, которое определяется начальным профилем пучка. Так, для гауссовского и гипергауссовского ($m = 6$) пучков $M_{кр} = 0,6; 0,7$ соответственно, а для трубчатого и гипертрубчатого профилей положение центра тяжести несущественно изменяется при увеличении M вплоть до значения $0,7$. Отметим, что, как и в случае слабо движущейся среды, переход к профилированным пучкам позволяет значительно уменьшить отклонение центра пучка от оси распространения. Причем с ростом M эффективность перехода к профилированному оптическому излучению увеличивается: $|X_{цк}|$ для гауссовского пучка более чем в три раза превышает значение $|X_{цк}|$ для гипертрубчатого пучка при $M = 0$. Важно подчеркнуть, что с ростом трассы распространения (нами проводились расчеты до $z = 0,32$) отмеченные выше зависимости $X_{цк}$ от m становятся еще более ярко выраженными.

Обратимся к анализу зависимостей пиковой интенсивности и координаты ее достижения от скорости движения среды (для примера рассмотрим сечение $z = 0,2$). Из расчетов следует, что в случае гауссовского пучка сначала с ростом M (до $M = 0,6$) пиковая интенсивность незначительно (в 1,07 раза) увеличивается, а затем остается практически постоянной. Интенсивность же гипергауссовского пучка в этом сечении превосходит интенсивность гауссовского при сравнении ее значений как с равными, так и с различными M . Важно подчеркнуть, что с ростом числа Маха l_m пучка с $m = 6$ монотонно увеличивается и при $M = 0,9$ превосходит соответствующее значение, реализуемое в случае слабо движущейся среды, в 1,25 раза. Максимальное же значение пиковой интенсивности гипергауссовского пучка больше в 1,5 раза l_m оптического излучения, имеющего на входе в среду гауссовский профиль.

Аналогичные зависимости I_m от M реализуются и при распространении трубчатых пучков. Однако в отличие от гауссовских пучков интенсивность трубчатого пучка монотонно возрастает с ростом M : I_m , реализуемое при $M = 0,9$ в сечении $z = 0,2$, превышает соответствующее значение интенсивности для случая слабо движущейся среды в 1,15 раза. Интенсивность гипертрубчатого пучка с $m = 6$ примерно во столько же раз меньше интенсивности оптического излучения, имеющего на входе в среду трубчатый профиль. В целом интенсивность трубчатых пучков может превышать пиковое значение интенсивности гауссовских пучков в 1,15–2 раза (в зависимости от значений числа Маха и профиля пучка). Поэтому переход к трубчатому начальному распределению интенсивности оптического излучения целесообразен также с точки зрения повышения интенсивности на приемнике.

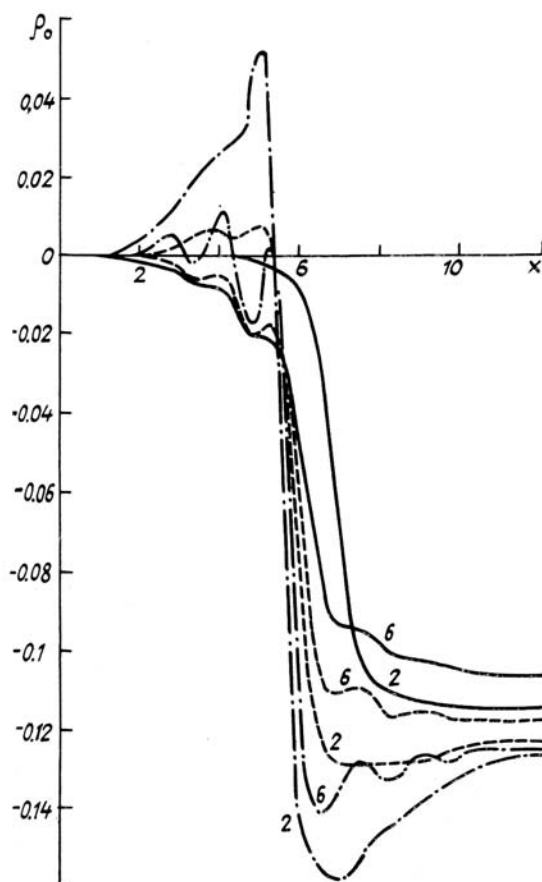


Рис. 2. Профили возмущений плотности среды в сечении $z = 0,2$ в плоскости $y = y_0$ для первоначально трубчатого и гипертрубчатого пучков в случае $M = 0$ (сплошные кривые), $0,7$ (пунктирные кривые), $0,9$ (штрихпунктирные кривые); цифры в разрывах кривых соответствуют значению m

Следует отметить, что в других сечениях трассы распространения может наблюдаться иная ситуация: пиковая интенсивность гипертрубчатого пучка будет значительно превышать I_m оптического излучения, имеющего трубчатое начальное распределение интенсивности. Например, при $z = 0,1$, $M = 0,9$ I_m для $m = 6$ больше I_m для $m = 2$ в 1,8 раза. Это связано с тем, что гипертрубчатый и трубчатый пучки фокусируются на разных трассах. Следовательно, варьируя m и начальный радиус пучка, можно сфокусировать трубчатый пучок в заданное сечение нелинейной среды.

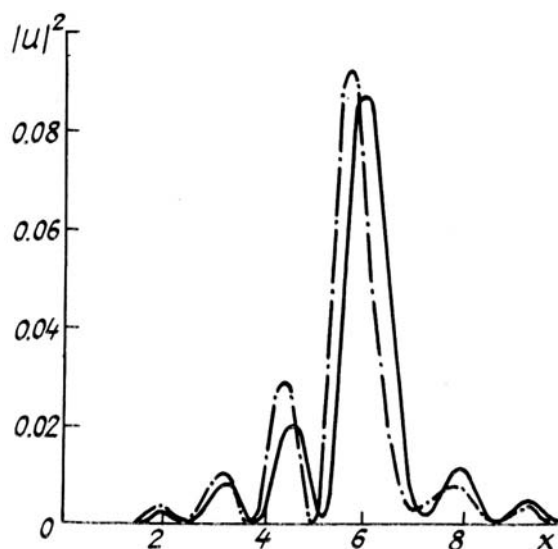


Рис. 3. Распределения интенсивности в сечении $z = 0,2$ в плоскости $y = y_0$ в случае первоначально гипертрубчатого пучка ($m = 6$) для $M = 0$ — сплошная кривая), $0,9$ — штрихпунктирная кривая

Рассмотрим зависимость положения координаты пиковой интенсивности x_m от скорости движения среды (рис. 1, б). Как следует из рисунка, при увеличении скорости движения среды координата достижения пиковой интенсивности смещается навстречу движению среды. Причем x_m существенно отличается от значения, реализуемого при слабом движении среды. Для гауссовского пучка это отличие заметно уже при $M = 0,6$, для гипергауссовского — при $M = 0,5$, для трубчатого — при $M = 0,7$, а для гипертрубчатого — при $M = 0,85$. Нетрудно заметить, что координата максимальной интенсивности гипертрубчатого пучка в значительном интервале скоростей движения среды остается постоянной и возрастает лишь при скоростях, близких к скорости звука.

Анализ зависимостей радиусов пучков по оси x (рис. 1, в) показывает, что трубчатые пучки также испытывают меньшее влияние скорости движения среды на их радиус, чем гауссовские. Отметим, что при больших значениях числа Маха ($M = 0,7 \dots 0,9$) наименьший радиус достигается для трубчатого пучка ($m = 2$). Наименьшее влияние M оказывает на гипертрубчатый пучок с $m = 6$.

Анализируя возмущения плотности и распределений интенсивности в плоскости $y = y_0$, т.е. в центре пучка по оси y , отметим, что, как и в [1–3], профили ρ по x для гауссовского пучка содержат область сжатия ($\rho \geq 0$), расположенную до центра пучка, отклоняющегося навстречу ветру, и область разрежения ($\rho < 0$), расположенную за центром пучка по направлению движения среды. По мере удаления от входа в нелинейную среду амплитуда возмущений плотности уменьшается, а ширина переходной области от более плотной к разреженной среде увеличивается. С ростом M возмущения среды также монотонно увеличиваются. Однако положение перепада плотности зависит от M не монотонно: сначала его координата по оси x увеличивается (если $M \leq 0,75$), а затем уменьшается. Заметим, что профиль интенсивности первоначально гауссовского пучка в процессе распространения становится несимметричным, но имеет лишь один максимум.

Ситуация изменяется в случае использования гипергауссовских пучков с $m = 6$. В этом случае, как отмечалось выше, оптическое излучение в меньшей степени смещается от оси распространения, что приводит к более сильным (например в сечении $z = 0,2$) возмущениям плотности, менее смещенным от центра пучка и имеющим более узкую переходную область. В результате этого передняя часть пучка (по отношению к движению среды) оказывается в области оптически более плотной среды, что приводит к формированию бокового максимума интенсивности, т.е. формируется субпучок. Однако максимальное значение интенсивности в субпучке значительно ниже ее значения в основном максимуме. Аналогично отражается и задняя часть пучка, в результате чего несимметричность профиля основного субпучка увеличивается по сравнению со случаем оптического излучения, имеющего на входе в среду гауссовское распределение.

Более сложная картина возмущения плотности и изменения профиля интенсивности пучка реализуется при распространении первоначально трубчатых пучков. Во-первых, возмущения плотности

среды, наводимые трубчатым пучком, примерно в 1,5 раза больше возмущений, получаемых при распространении гауссовских пучков. Во-вторых, при $M \geq 0,5$ в области $\rho \geq 0$ реализуется немонотонная зависимость ρ от x (рис. 2, штриховая и штрихпунктирная кривые с цифрой 2). (Заметим, что с ростом M имеют место различная степень роста $\rho(x)$ и только один максимум). Сечение среды, в котором появляются несколько максимумов ρ , определяется начальным профилем пучка и число Маха.

Важно подчеркнуть, что в отличие от распространения гипергауссовских пучков в данном случае хорошо выражена структура субпучков (по направлению движения среды формируется боковой субпучок). При этом несимметричность распределения интенсивности оптического излучения проявляется уже на трассе $z = 0,044$ как для $m = 2$, так и для $m = 6$. Существенное различие в распространении гауссовских и трубчатых пучков заключается также в том, что формируемый центральный максимум интенсивности в процессе трансформации кольцевого профиля пучка смещается сначала (например, в сечении $z = 0,44$) по направлению движения среды (от M это смещение практически не зависит). Причем несимметричность профиля и смещение центрального максимума наиболее ярко выражены для трубчатого пучка ($m = 2$). От скорости движения среды зависит трасса, на которой центральная часть трубчатого и гипертрубчатого пучков смещается по направлению движения среды, а также полуширина центрального пика интенсивности и его основания.

При дальнейшем распространении гипертрубчатого пучка (например, в сечении $z = 0,1$) формируется структура субпучков, аналогичная описанной в [9]. Отличия от [9] проявляются лишь количественно. Такая структура вызывает модуляцию возмущений плотности (рис. 2, кривые б), нарастающую при увеличении скорости движения среды. В результате отражения субпучков от соответствующих неоднородностей среды профиль пучка становится несимметричным (рис. 3). Однако в двумерном случае наблюдается несимметричность расположения субпучков относительно центрального субпучка (ср. с щелевыми пучками в [6]): в двумерном случае происходит слияние центрального и следующего за ним по движению среды субпучка в один. Следовательно, нелинейные искажения в двумерном случае проявляются при меньших начальных мощностях оптического излучения.

Выводы

1. В настоящей статье предложен новый метод расчета самовоздействия световых пучков в дозвуковом потоке газа.
2. Изучена дефокусировка профилированных световых пучков.
3. Проанализированы результаты численных экспериментов, показывающие, как и в случае слабого движения среды, целесообразность перехода к профилированным пучкам, для которых, например, смещение центра тяжести значительно меньше отклонения от оси первоначального направления распространения гауссовских пучков (преимущества имеют место и для других характеристик оптического излучения).
4. Показано, что при распространении профилированных пучков формируется боковой субпучок, причем на некотором отрезке трассы центральный максимум смещается по направлению движения среды.
5. Отмечена несимметричность расположения субпучков относительно центрального в двумерном случае в отличие от щелевых пучков.

1. Смит Д. К. //ТИИЭР. 1977. Т. 65. № 12. С. 59.
2. Wallace J., Pasciak J. //Appl. Opt. 1976. V. 15. № 5. P. 278.
3. Ellinwood J. W., Mirels H. //Appl. Opt. 1975. V. 14. № 9. P. 2238.
3. Кучеров А. Н. //ЖТФ. 1982. Т. 52. № 8. С. 1549.
4. Уолш Дж., Ульрих П. Б. //Распространение лазерного пучка в атмосфере/Под ред. Дж. Стробена/Пер. с англ. М.: Мир, 1981. 414 с.
5. Воробьев В. В. и др.//Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 2. С. 164.
6. Егоров К. Д. //Вестн. Моск-го ун-та. Физ. и астрон. 1979. Т. 20. № 4. С. 105.
7. Hayes J. N. //Appl. Opt. 1974. V. 13. № 9. P. 2072.
8. Захарова И. Г., Карамзин Ю. Н., Трофимов В. А. //Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 3. С. 294.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию
18 июля 1990 г.

I. G. Zakharova, Yu. N. Karamzin, V. A. Trofimov. **Nonlinear Propagation of Profiled Light Beams through Subsonic Gas Flows.**

Propagation of hiper-Gaussian and hiper-tubular light beams through a subsonic gas flow is analysed in the paper on basis of numerical simulations. It is shown that the profiled beams undergo weaker nonlinear distortions, since nonmonotonic behavior of the medium motion direction takes place. Differences in the characters of propagation of two-dimensional and slit-like beams are discussed.