

В.А. Федоров

К измерению содаром параметров модуля и направления горизонтальной скорости ветра

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 8.06.2004 г.

Описываются алгоритмы определения содаром «Волна-3» средних, стандартных отклонений, коэффициентов асимметрии и эксцесса модуля и направления вектора горизонтальной скорости ветра. Рассматриваются два возможных подхода построения как самих измерительных алгоритмов, так и оценок их погрешностей. Представлены примеры содарных измерений высотных профилей указанных параметров с нанесением соответствующих доверительных интервалов.

Введение

В [1, 2] оцениваются параметры продольных u и поперечных v компонент вектора горизонтальной скорости ветра \mathbf{V}_h с помощью содаров. Эти характеристики часто служат базой для косвенного определения параметров модуля V_m и направления φ данного вектора. Так, в [2] оценивание стандартного отклонения $\sigma(\varphi)$ осуществляется на основе связи

$$\theta'(i) = v(i)/M(u), \quad (1)$$

где $\theta'(i)$ — отклонение текущих значений $\varphi(i)$ от направления θ среднего вектора $M(\mathbf{V}_h)$ [1];

$$M(u) = \sqrt{M^2(V_x) + M^2(V_y)}$$

— модуль $M(\mathbf{V}_h)$, совпадающий со средним значением u -компоненты; $M(V_x)$, $M(V_y)$ — средние значения ортогональных компонент вектора $M(\mathbf{V}_h)$ в некоторой декартовой системе координат. (Здесь и в дальнейшем все направления рассматриваются в метеорологическом смысле). Выражение (1) соответствует линейной части разложения в ряд Тейлора в окрестности средних $M(u)$ и $M(v) = 0$ исходного соотношения для θ' [2]:

$$\theta'(i) = \arctg[v(i)/u(i)], \quad -\pi \leq \theta' < \pi \quad (2)$$

Аппроксимация (1) считается справедливой, если пульсации направления ветра не превышают 20–30°. Тогда $\sigma(\varphi)$ определяется интенсивностью турбулентности I_v [3–5] для v -компоненты:

$$\sigma(\varphi) = \sigma(\theta') = I_v = \sigma(v)/M(u). \quad (3)$$

А для коэффициентов асимметрии γ и эксцесса ε следует:

$$\gamma(\varphi) = \gamma(\theta') = \gamma(v), \quad \varepsilon(\varphi) = \varepsilon(\theta') = \varepsilon(v). \quad (4)$$

Выражение (1) широко используется и в изучении структуры пограничного слоя атмосферы с помощью высотных метеорологических мачт [3, 5].

Основой же для косвенных измерений параметров V_m является соотношение

$$V_m = u + v^2/2M(u). \quad (5)$$

Его можно получить, разлагая в ряд Тейлора до квадратичных членов включительно исходное выражение, связывающее текущие значения модуля $V_m(i)$ с соответствующими ортогональными компонентами горизонтальной скорости ветра \mathbf{V}_h (см., например, [6]):

$$V_m(i) = \sqrt{V_x^2(i) + V_y^2(i)} = \sqrt{u^2(i) + v^2(i)}. \quad (6)$$

Из (5) следует связь средних значений модуля и продольной компоненты вектора \mathbf{V}_h :

$$M(V_m) = M(u)(1 + I_v^2/2). \quad (7)$$

Для определения стандартного отклонения $\sigma(V_m)$ воспользуемся известным статистическим соотношением: $\sigma^2(\cdot) = A_2(\cdot) - M^2(\cdot)$, где A_2 — второй начальный момент. Причем из (6) следует

$$A_2(V_m) = M(V_m^2) = \sigma^2(u) + M^2(u) + \sigma^2(v).$$

Тогда, с учетом (7):

$$\sigma(V_m) = \sigma(u)\sqrt{1 - I_v^2\sigma^2(v)/4\sigma^2(u)}. \quad (8)$$

Из (5) также можно получить выражения для связей коэффициентов асимметрии и эксцесса модуля V_m с параметрами uv -компонент. При этом данные соотношения включают в себя центральные моменты $\mu(v)$ 6-го и 8-го порядков. Однако при практической реализации косвенного способа измерений замена $\mu_6(v)$, $\mu_8(v)$ на их выборочные значения $\hat{\mu}_6(v)$, $\hat{\mu}_8(v)$, из-за невысокой точности определения

последних при ограниченном числе наблюдений N , будет приводить к большим ошибкам оценивания $\gamma(V_m)$ и $\varepsilon(V_m)$. Приведение же этих соотношений к гауссову случаю путем замены $\mu_6(v)$ и $\mu_8(v)$ с помощью известных функциональных зависимостей на достаточно точно измеряемые $\mu_2(v)$ также неприемлемо при отклонении распределения v -компоненты от нормального. Тем не менее в [3, 6] приведены отличающиеся друг от друга приближенные связи $\gamma(V_m)$ с параметрами uv -компонент. В [3]:

$$\gamma(V_m) = \gamma(u) + \sigma^2(v) / M(V_m)\sigma(u). \quad (9)$$

В [6]:

$$\gamma(V_m) = \gamma(u) + 3\sigma^2(v) / M(u)\sigma(u). \quad (10)$$

Одной из целей статьи является практическая проверка работоспособности основанных на разложениях (1), (5) косвенных оценок параметров модуля V_m и направления ϕ вектора горизонтальной скорости ветра применительно к акустическому зондированию атмосферы. Для этого проведем сравнение результатов с аналогичными данными, получаемыми так называемым «прямым» способом [1, 5, 6], который не основан на разложениях (1), (5). Другая цель заключается в получении стандартных ошибок и величин 90%-х доверительных интервалов для параметров V_m и ϕ непосредственно из самих экспериментальных данных и для двух указанных вариантов построения измерительных алгоритмов.

1. Анализ оценок параметров модуля горизонтальной скорости ветра

Вначале обратимся к «прямому» способу оценивания параметров V_m . При его реализации полученные с помощью соотношений (6) текущие значения $V_m(i)$ рассматриваются как результаты непосредственных прямых измерений. Поэтому дальнейшее определение параметров V_m (средних значений, стандартных отклонений, коэффициентов асимметрии, эксцесса), их точечных и интервальных ошибок можно проводить аналогично оцениванию параметров радиальных составляющих V_r полного вектора скорости ветра \mathbf{V} , которое подробно описано в [7].

Достоинства и недостатки данного способа при проведении содарных измерений описаны в [1]. Важнейшим недостатком является невозможность вычисления в некоторых циклах зондирования «мгновенных» значений uv -компонент при пропадании эхосигнала хотя бы в одном из радиальных каналов содара. В итоге это приводит к ухудшению точности измерений (росту соответствующих доверительных интервалов) и к понижению высоты зондирования относительно потенциально возможной, особенно при малых временах усреднений.

При реализации косвенного способа, заменяя в (7), (8) истинные моменты uv -компонент вектора \mathbf{V}_h на их оценки, получаем соотношения для вы-

числения средних значений и стандартных отклонений модуля горизонтальной скорости ветра:

$$\begin{aligned} \hat{M}(V_m)_k &= \hat{M}(u) + \hat{D}(v) / 2\hat{M}(u), \\ \hat{\sigma}(V_m)_k &= \sqrt{\hat{D}(u) - \hat{D}^2(v) / 4\hat{M}^2(u)}, \end{aligned} \quad (11)$$

где выражения для оценок средних $\hat{M}(u)$ и дисперсий $\hat{D}(u)$, $\hat{D}(v)$ даны в [1]. (Здесь и далее оценки параметров V_m и ϕ , соответствующие косвенному способу, обозначены индексом k).

Для нахождения стандартных ошибок измерений (11) используем метод линеаризации, т.е. ограничимся линейными членами в соответствующих рядах Тейлора. Учет нелинейных членов в данном случае с практической точки зрения не целесообразен из-за дальнейшей необходимости использования выборочных моментов высокого порядка, которые при ограниченном числе наблюдений N оцениваются с большими ошибками. Тогда, после необходимых усреднений, получаем искомые соотношения:

$$\begin{aligned} \sigma[\hat{M}(V_m)_k] &= \left\{ (1 - I_v^2/2)^2 D[\hat{M}(u)] + D[\hat{D}(v)] / 4M^2(u) + \right. \\ &\quad \left. + (1 - I_v^2/2) \text{cov}[\hat{M}(u), \hat{D}(v)] / M(u) \right\}^{1/2}, \\ \sigma[\hat{\sigma}(V_m)_k] &= \left\{ 4D[\hat{D}(u)] + I_v^4 D[\hat{D}(v)] + I_v^6 \sigma^2(v) D[\hat{M}(u)] - \right. \\ &\quad \left. - 4I_v^2 \text{cov}[\hat{D}(u), \hat{D}(v)] + 4I_v^3 \sigma(v) \text{cov}[\hat{M}(u), \hat{D}(u)] - \right. \\ &\quad \left. - 2I_v^5 \sigma(v) \text{cov}[\hat{M}(u), \hat{D}(v)] \right\}^{1/2} / 4\sigma(V_m), \end{aligned}$$

где выражения для дисперсий оценок соответствующих моментов uv -компонент и их ковариаций приведены в [1, 4] или непосредственно из них вытекают. Из представленных соотношений следует, что в большинстве практических ситуаций стандартные ошибки измерений $\hat{M}(V_m)_k$ и $\hat{\sigma}(V_m)_k$ в основном определяются случайными ошибками (дисперсиями) оценок аналогичных величин продольной компоненты u вектора \mathbf{V}_h .

Экспериментальные результаты

Приведем примеры измерения содаром ИОА СО РАН «Волна-3» высотных профилей параметров модуля горизонтальной скорости ветра двумя рассмотренными выше способами (рис. 1–4). Все они получены в пригороде г. Томска вечером или в течение ночи 20 ноября 1999 г. при времени усреднения $T_{av} = 60$ мин и соответствуют профилям различных параметров uv -компонент вектора \mathbf{V}_h , представленных в [1, рис. 2–5] и [4, рис. 1–3]. Не претендуя на детальную физическую интерпретацию полученных данных, сравним используемые способы оценивания и покажем их реальные точностные характеристики, достигаемые при указанном T_{av} . Для этого на всех графиках нанесены величины соответствующих 90%-х доверительных интервалов $I_{0,9}$.

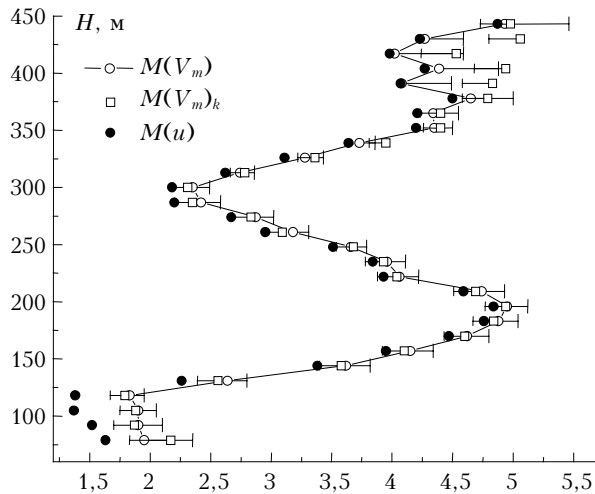


Рис. 1. Среднее значение модуля и u -компоненты горизонтальной скорости ветра, м/с

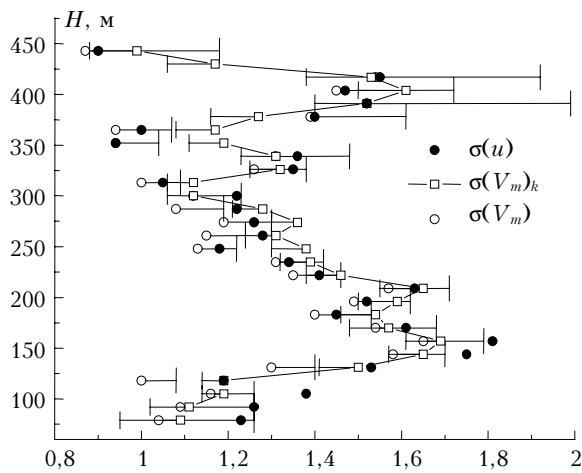


Рис. 2. Стандартное отклонение модуля и u -компоненты горизонтальной скорости ветра, м/с

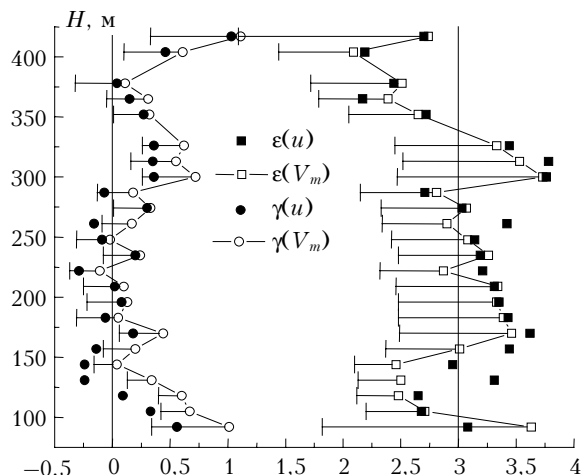


Рис. 3. Коэффициенты асимметрии и эксцесса модуля и u -компоненты вектора V_h

Здесь и в дальнейшем их значения определялись согласно [1, 4, 7] и основаны на предварительном вычислении стандартных ошибок измерений рас-

сматриваемых параметров. Для большей наглядности на ряде рисунков нанесены только односторонние $I_{0,9}$. Надстрочные знаки « $\hat{\cdot}$ » (указатель оценки) на всех рисунках будем опускать.

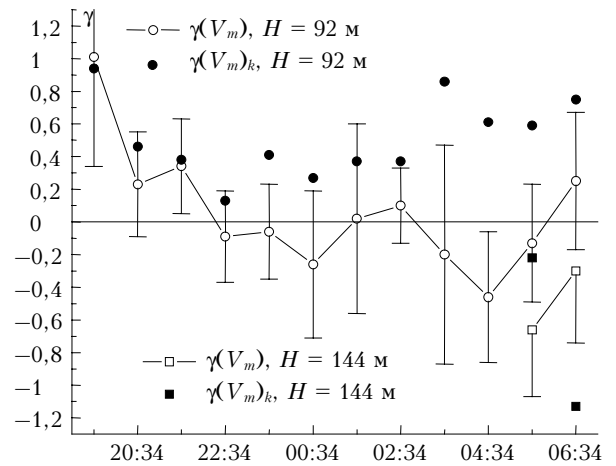


Рис. 4. Часовые изменения коэффициента асимметрии модуля горизонтальной скорости ветра

На рис. 1 показаны достаточно сложные ходы высотных зависимостей среднего модуля V_m , полученные в 19:34. Они подобны аналогичным профилям модуля среднего вектора $M(V_h)$ (т.е., фактически $M(u)$), измеренным в это же время и представленным в работе [1, рис. 2]. Так, на большей части высотного диапазона, при наличии устойчивого эхосигнала во всех трех радиальных каналах содара, отклонение $\hat{M}(V_m)$ от $\hat{M}(V_m)_k$ незначительно. Только выше ~ 380 м это отклонение увеличивается, а на двух высотах доверительные интервалы для $\hat{M}(V_m)$ и $\hat{M}(V_m)_k$ даже не перекрываются. Последнее можно объяснить тем, что с уменьшением мощности эхосигнала, $\hat{M}(V_m)$, в силу вышеуказанного недостатка «прямого» способа, определяется только по некоторой части измеренных радиальных компонент $V_r(i)$ вектора V . А оценка $\hat{M}(V_m)_k$ использует весь полученный статистический ансамбль данных. Однако максимальная разница между $\hat{M}(V_m)$ и $\hat{M}(V_m)_k$ невелика, она не превосходит 0,8 м/с. В принципе при применении косвенного способа могут наблюдаться и весьма существенные ложные увеличения точечных значений $\hat{M}(V_m)_k$, связанные, в основном, с использованием малого времени усреднения T_{av} . При этом из-за небольшого объема данных в обрабатываемых статистических ансамблях $V_r(i)$ возможно появление недостоверно высоких значений оценок $\hat{D}(v)$ [1], которое и будет приводить к увеличению результатов измерений $\hat{M}(V_m)_k$ (11). Но, как правило, данный эффект четко проявляет себя достаточно резким увеличением доверительных интервалов как для $\hat{D}(v)$, так и для $\hat{M}(V_m)_k$ и поэтому может быть идентифицирован.

На рис. 1 также приведен высотный профиль средних значений продольной компоненты $M(u)$, полученный «прямым» способом. Видно, что разница между $\hat{M}(V_m)$ и $\hat{M}(u)$ максимальна при малых скоростях ветра, но в данном случае она невелика и не превышает 0,6 м/с. В других ситуациях наблюдались большие отличия, иногда до нескольких метров в секунду.

На рис. 2, как и на рис. 1, наблюдается достаточно высокая коррелированность точечных значений стандартных отклонений V_m , полученных двумя способами оценивания. Однако число значимых отличий между $\hat{\sigma}(V_m)$ и $\hat{\sigma}(V_m)_k$ уже в 3 раза больше, чем в предыдущем рассмотренном случае, и они присутствуют даже в нижней части высотного диапазона. При этом разница между $\hat{\sigma}(V_m)$ и $\hat{\sigma}(V_m)_k$ все же невелика, она не превосходит 0,25 м/с. Что касается возможных появлений аномальных значений $\hat{\sigma}(V_m)_k$, то они, как и ранее, в основном сопровождаются увеличенными $I_{0,9}$. Максимальные отличия между $\hat{\sigma}(u)$ и $\hat{\sigma}(V_m)$ также отмечаются при малых скоростях ветра и составляют примерно 0,2 м/с.

В целом на основе опыта использования в содаре «Волна-3» косвенного способа оценивания средних и стандартных отклонений V_m необходимо отметить, что при небольших значениях среднего продольной компоненты $M(u)$ (примерно до $2 \div 3$ м/с) получаемые результаты целесообразно контролировать аналогичными данными «прямого» способа. Это объясняется возможной неработоспособностью приближенных соотношений (7), (8), так как их применение предполагает малую величину пульсаций uv -компонент относительно $M(u)$ [6].

На рис. 3 показаны высотные профили коэффициентов асимметрии и эксцесса модуля и продольной компоненты вектора V_h , полученные «прямым» способом. Видно, что для всех высот значения $\hat{\gamma}(V_m)$ всегда больше $\hat{\gamma}(u)$, на что и указывалось ранее многими авторами (см., например, [3, 6]). Подобного однозначного соответствия между точечными значениями $\hat{\epsilon}(V_m)$ и $\hat{\epsilon}(u)$ не наблюдается. С другой стороны, их измерение сопровождается довольно большими величинами $I_{0,9}$, что затрудняет сравнительную интерпретацию полученных данных (см. также [1]). Как и ранее, наибольшие отличия точечных значений коэффициентов асимметрии и эксцесса V_m и u присутствуют при малых скоростях ветра.

Выше было сделано несколько замечаний относительно проблематичности использования косвенных способов оценивания $\gamma(V_m)$ и $\epsilon(V_m)$. Проведенные исследования на большом экспериментальном материале подтверждают их обоснованность. В качестве характерного примера на рис. 4 представлены временные профили $\hat{\gamma}(V_m)$ и $\hat{\gamma}(V_m)_k$ для высоты $H = 92$ м (частично и для $H = 144$ м) при $T_{av} = 60$ мин. В этом диапазоне высот за все 12 ч наблюдений фиксировался хороший уровень эхо-

сигнала, а в течение 2 ч после начала измерений происходило усиление ветра. Так, на $H = 92$ м значение $M(u)$ вначале возросло с 1,5 (см. рис. 1) до 2,8 м/с и далее изменялось преимущественно в диапазоне $3,5 \div 5$ м/с.

Вычисления $\hat{\gamma}(V_m)$ и $\hat{\gamma}(V_m)_k$ проводились по одному статистическому ансамблю радиальных составляющих вектора скорости ветра. Причем при расчете $\hat{\gamma}(V_m)_k$ применялось соотношение (9) и использовались значения $M(V_m)$ и параметров uv -компонент, полученные «прямым» способом. Такое вычисление $\hat{\gamma}(V_m)_k$ в сравнении с $\hat{\gamma}(V_m)$, получаемым непосредственно из текущих значений $V_m(i)$, позволяет также более корректно оценить работоспособность соотношений (9). Рис. 4 для $H = 92$ м показывает как хорошее совпадение точечных значений $\hat{\gamma}(V_m)_k$ и $\hat{\gamma}(V_m)$, так и их неприемлемо большие отличия (в максимуме до величины 1,1). К тому же достаточно часто наблюдаются и различия в знаках полученных коэффициентов асимметрии. Из этого рисунка и анализа других данных следует, что использование соотношений (9) чаще всего приводит к увеличению $\hat{\gamma}(V_m)_k$ относительно $\hat{\gamma}(V_m)$. Иногда отмечается и обратное. Один из таких случаев показан на рис. 4 для $H = 144$ м, где последнее значение $\hat{\gamma}(V_m)_k$ меньше соответствующего $\hat{\gamma}(V_m)$ на 0,8. При этом $M(u)$ составляла величину 6,3 м/с, т.е. была вполне достаточной для справедливости разложения (5), лежащего в основе косвенных способов оценивания параметров V_m . Отметим, что использование соотношения (10) для вычисления $\gamma(V_m)$ еще более увеличивает положительную разницу между $\hat{\gamma}(V_m)_k$ и $\hat{\gamma}(V_m)$.

2. Анализ оценок параметров направления горизонтальной скорости ветра

Рассмотрим оценку направления θ среднего вектора горизонтальной скорости ветра с компонентами $M(V_x)$ и $M(V_y)$, справедливую для двух рассматриваемых способов измерений:

$$\hat{\theta} = \arctg[\hat{M}(V_y)/\hat{M}(V_x)], \quad 0 \leq \hat{\theta} < 2\pi, \quad (12)$$

где выражения для $\hat{M}(V_x)$ и $\hat{M}(V_y)$ приведены в [1]. Применяя метод линеаризации, с учетом соотношений между V_x , V_y и uv -компонентами вектора V_h [1], получаем простую связь стандартных ошибок измерений θ и среднего v -компоненты:

$$\sigma(\hat{\theta}) = \sigma[\hat{M}(v)]/M(u). \quad (13)$$

Если при реализации «прямого» способа в качестве оценки $\hat{M}(v)$ используется выборочное среднее по N текущим отсчетам $v(i)$ [7], то (13) принимает вид:

$$\sigma(\hat{\theta}) = \sigma(v)/M(u)\sqrt{N}.$$

А если справедливо (3), то $\sigma(\hat{\theta}) = \sigma(\varphi) / \sqrt{N}$, что соответствует классическому выражению для стандартной ошибки выборочного среднего в линейной статистике. Последнее соотношение верно и для косвенного способа, если в качестве оценок средних всех трех радиальных компонент $V_r(i)$ используются выборочные средние, а число их отсчетов одинаково и равно N .

Перейдем к оцениванию других характеристик направления φ вектора \mathbf{V}_h . При этом все центральные моменты φ должны определяться относительно среднего направления $M(\varphi)$ «мгновенных» векторов $\mathbf{V}_h(i)$, которое в общем случае не совпадает с направлением среднего вектора $M(\mathbf{V}_h)$, т.е. $M(\varphi) \neq \theta$. Величину этого смещения можно оценить, учитывая при разложении (2) соответствующие квадратичные члены. Тогда вместо (1) получаем

$$\theta' = v / M(u) - uv' / M^2(u). \quad (14)$$

Отсюда непосредственно вытекает

$$M(\theta') = -\text{cov}(u, v) / M^2(u).$$

Таким образом, отличие среднего направления $M(\varphi)$ «мгновенных» векторов $\mathbf{V}_h(i)$ от направления θ среднего вектора $M(\mathbf{V}_h)$ прямо пропорционально величине корреляционного момента между uv -компонентами и обратно пропорционально квадрату средних значений скорости ветра $M(u)$. Если состояние ветрового поля \mathbf{V}_h близко к изотропному, то корреляция между различными компонентами скорости практически отсутствует [8] и указанным отличием можно пренебречь. По данным содара «Волна-3» в большинстве случаев это отклонение действительно невелико, оно значимо в основном при малых скоростях ветра вблизи подстилающей поверхности.

При использовании косвенного способа измерений оценку среднего направления $M(\varphi)$ можно представить в виде

$$\hat{M}(\varphi)_k = \hat{\theta}_k + \hat{M}(\theta')_k = \hat{\theta} - \hat{c}\hat{v}(u, v) / \hat{M}^2(u),$$

где согласно [1]:

$$\hat{c}\hat{v}(u, v) = \sum_{r=1}^3 u_r v_r \hat{D}(V_r);$$

u_r, v_r — коэффициенты перехода от радиальных компонент V_r вектора \mathbf{V} к uv -компонентам вектора \mathbf{V}_h ; $\hat{D}(V_r)$ — поканальные оценки дисперсии V_r . Тогда справедливо

$$\sigma[\hat{M}(\varphi)_k] = \sqrt{D(\hat{\theta}) + D[\hat{M}(\theta')_k] + 2\text{cov}[\hat{\theta}, \hat{M}(\theta')_k]},$$

где

$$\text{cov}[\hat{\theta}, \hat{M}(\theta')_k] = -2M(\theta') \times$$

$$\times \text{cov}[\hat{M}(u), \hat{M}(v)] / M^2(u) - \text{cov}[\hat{M}(u), \hat{D}(v)] / M^3(u);$$

$$D[\hat{M}(\theta')_k] =$$

$$= \text{cov}[\hat{D}(u), \hat{D}(v)] / M^4(u) + 4M^2(\theta') D[\hat{M}(u)] / M^2(u) + 4M(\theta') \text{cov}[\hat{D}(u), \hat{M}(v)] / M^3(u),$$

а выражения для $D[\hat{M}(u)]$ и ковариаций оценок соответствующих моментов uv -компонент приведены в [1, 4] или непосредственно из них вытекают. Из этих соотношений следует, что стандартная ошибка измерения $M(\varphi)$ в основном определяется случайной ошибкой $\sigma(\hat{\theta})$.

Оценка стандартного углового отклонения $\sigma(\varphi)$ вектора \mathbf{V}_h , соответствующая (3), т.е. линейной части разложения (1) для θ' , имеет вид

$$\hat{\sigma}_l(\varphi)_k = \hat{I}_{vk} = \hat{\sigma}(v) / \hat{M}(u).$$

Отсюда следует выражение для величины ее случайной ошибки

$$\sigma[\hat{\sigma}_l(\varphi)_k] = \sigma(\hat{I}_{vk}).$$

С другой стороны, внося необходимые усреднения в (14) и полагая, что выполняется $\text{cov}^2(u, v), M(u) \text{cov}(u, v^2), \text{cov}(u^2, v^2) \ll \sigma^2(u) \sigma^2(v)$, получаем более точный аналог (3):

$$\sigma(\varphi) = I_v \sqrt{1 + I_u^2},$$

где I_u — величина интенсивности турбулентности для u -компоненты [3–5]. Поэтому вместо $\hat{\sigma}_l(\varphi)_k$ можно рекомендовать к использованию оценку

$$\hat{\sigma}(\varphi)_k = \hat{I}_{vk} \sqrt{1 + \hat{I}_{uk}^2},$$

где $\hat{I}_{uk} = \hat{\sigma}(u) / \hat{M}(u)$ [4]. Но при этом, из-за введения в $\hat{\sigma}(\varphi)_k$ дополнительной априорной неопределенности, ее стандартная ошибка увеличивается:

$$\sigma[\hat{\sigma}(\varphi)_k] = [(1 + I_{uk}^2) D(\hat{I}_{vk}) + I_{uk}^2 I_{vk}^2 D(\hat{I}_{uk}) / (1 + I_{uk}^2) + 2I_{uk} I_{vk} \text{cov}(\hat{I}_{uk}, \hat{I}_{vk})]^{1/2},$$

где

$$\text{cov}(\hat{I}_{uk}, \hat{I}_{vk}) = \frac{1}{M^2(u)} \left\{ \frac{\text{cov}[\hat{D}(u), \hat{D}(v)]}{4\sigma(u)\sigma(v)} + I_u I_v D[\hat{M}(u)] - \frac{I_v \text{cov}[\hat{M}(u), \hat{D}(u)]}{2\sigma(u)} - \frac{I_u \text{cov}[\hat{M}(u), \hat{D}(v)]}{2\sigma(v)} \right\}.$$

Последнее выражение получено после линейризации оценок $\hat{I}_{uk}, \hat{I}_{vk}$ и проведения требуемых усреднений. Из него следуют и соотношения для дисперсий $D(\hat{I}_{uk}), D(\hat{I}_{vk})$, приведенные в [4], так как по определению

$$\text{cov}(\hat{I}_{uk}, \hat{I}_{uk}) = D(\hat{I}_{uk}) \text{ и } \text{cov}(\hat{I}_{vk}, \hat{I}_{vk}) = D(\hat{I}_{vk}).$$

Применение «прямого» способа измерений параметров φ основано на предварительном вычислении текущих направлений векторов $V_h(i)$:

$$\varphi(i) = \arctg[V_y(i)/V_x(i)], \quad 0 \leq \varphi < 2\pi,$$

и дальнейшем использовании методов круговой статистики [9]. Эти методы базируются на введенной в [9] характеристической функции случайного угла φ , т.е. на последовательности тригонометрических моментов τ_p относительно нулевого направления $\varphi \equiv 0 \pmod{2\pi}$:

$$\tau_p = M\{\exp(jp\varphi)\} = \alpha_p + j\beta_p = \rho_p \exp(j\mu_p),$$

$$p = \pm 1, \pm 2, \dots,$$

где

$$\alpha_p = \alpha_p(0) = M\{\cos p\varphi\}, \quad \beta_p = \beta_p(0) = M\{\sin p\varphi\}$$

– косинус- и синус-моменты порядка p ;

$$\rho_p = \sqrt{\alpha_p^2 + \beta_p^2}, \quad 0 \leq \mu_p = \arg \tau_p < 2\pi$$

– модуль и полярный угол комплексного числа τ_p .

При $\tau_1 \neq 0$ однозначно определено круговое среднее случайного угла φ :

$$\mu = \mu_1 = M_c(\varphi) = \arg \tau_1.$$

Круговую дисперсию направлений φ характеризует величина $D_c(\varphi) = 1 - \rho$, где $\rho = \rho_1 = |\tau_1|$ – модуль среднего вектора с координатами $\{\cos \varphi(i), \sin \varphi(i)\}$ и $0 \leq D_c(\varphi) \leq 1$. А в качестве кругового стандартного отклонения используется величина [9]:

$$\sigma_c(\varphi) = \sqrt{-2 \ln[1 - D_c(\varphi)]},$$

которая в общем случае изменяется в диапазоне $[0, \infty]$. Если $\rho > 0$ и $\varphi_0 \equiv \mu \pmod{2\pi}$, то переходим к центральным тригонометрическим моментам:

$$\alpha_p(\mu) = M\{\cos p(\varphi - \mu)\}, \quad \beta_p(\mu) = M\{\sin p(\varphi - \mu)\}.$$

Для симметричного распределения на окружности $W(\varphi)$ $\beta_2(\mu) = 0$, поэтому в качестве коэффициента асимметрии в [9] предлагается использовать

$$\gamma_{1c}(\varphi) = \beta_2(\mu) / D_c^{3/2}(\varphi).$$

Ее введение обосновывается также тем, что (при малых вариациях δ случайного угла φ) $W(\varphi)$ близко к распределению на соответствующем интервале прямой. С другой стороны, результаты проведенного моделирования и экспериментальных исследований свидетельствуют о том, что для обеспечения большего соответствия круговых и линейных коэффициентов асимметрии целесообразно в $\gamma_c(\varphi)$ использовать нормировку $\sigma_c^3(\varphi)$. Далее учтем, что при малых δ $\sigma_c^2(\varphi) \approx 2D_c(\varphi)$ [9] и в отличие от [9] мы используем не математическое, а метеорологическое определение $\varphi(i)$. В результате приходим к следующему определению кругового коэффици-

ента асимметрии: $\gamma_c(\varphi) = -\gamma_{1c}(\varphi) / 2\sqrt{2}$. В качестве же коэффициента эксцесса используем величину $\varepsilon_c(\varphi) = \varepsilon_{1c}(\varphi) + 3$, где согласно [9], но при нашей нормировке

$$\varepsilon_{1c}(\varphi) = \{\alpha_2(\mu) - [1 - D_c(\varphi)]^4\} / 2D_c^2(\varphi).$$

В основе оценок вышеприведенных круговых параметров φ лежат выборочные тригонометрические моменты относительно заданного направления φ_0 [9]:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_p(\varphi_0) &= a_p(\varphi_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos p[\varphi(i) - \varphi_0], \\ \hat{\beta}_p(\varphi_0) &= b_p(\varphi_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sin p[\varphi(i) - \varphi_0]. \end{aligned} \quad (15)$$

Тогда оценка кругового среднего направления имеет вид

$$\hat{\mu} = \hat{M}_c(\varphi) = \arctg[b_1(0)/a_1(0)], \quad 0 \leq \hat{\mu} < 2\pi.$$

Ее стандартная ошибка получена в [9] методом линеаризации, т.е фактически при использовании разложения $\hat{\mu} = \mu + \alpha[b_1(0) - \beta] / \rho^2 - \beta[a_1(0) - \alpha] / \rho^2$ (здесь и далее аномальные случаи $\rho = 0$, $\rho = 1$ не рассматриваются; $\alpha = \alpha_1$, $\beta = \beta_1$; также предполагается независимость отсчетов $\varphi(i)$ и с учетом несмещенности статистик (15) относительно исходных определений $\alpha_p(\varphi_0)$, $\beta_p(\varphi_0)$:

$$\sigma[\hat{M}_c(\varphi)] = \sigma[\hat{\mu}] = \sqrt{[\rho^2 - \alpha_2(\alpha^2 - \beta^2) - 2\alpha\beta\beta_2] / 2N\rho^4}.$$

Оценку кругового стандартного отклонения можно записать в виде

$$\hat{\sigma}_c(\varphi) = \sqrt{-2 \ln r},$$

где

$$r = \hat{\rho} = \sqrt{a_1^2(0) + b_1^2(0)}$$

– модуль выборочного среднего вектора со случайными координатами $\{\cos \varphi(i), \sin \varphi(i)\}$. Применяя метод линеаризации и учитывая приведенные в [9] выражения для дисперсий $D[a_1(0)]$, $D[b_1(0)]$ и ковариаций $\text{cov}[a_1(0), b_1(0)]$, получаем

$$\begin{aligned} \sigma[\hat{\sigma}_c(\varphi)] &= \\ &= \sqrt{[\rho^2(1 - 2\rho^2) + \alpha_2(\alpha^2 - \beta^2) + 2\alpha\beta\beta_2] / 2N\rho^4 \sigma_c^2(\varphi)}. \end{aligned}$$

Оценку круговой асимметрии запишем в виде

$$\hat{\gamma}_c(\varphi) = -\hat{\gamma}_{1c}(\varphi) / 2\sqrt{2}.$$

Поэтому справедливо

$$\sigma[\hat{\gamma}_c(\varphi)] = \sigma[\hat{\gamma}_{1c}(\varphi)] / 2\sqrt{2}.$$

При этом рассмотрим два варианта оценивания $\hat{\gamma}_{1c}(\varphi)$. В первом пренебрегаем флуктуациями выборочного $\hat{\mu}$ относительно истинного значения

$\mu = M_c(\varphi)$, т.е. фактически полагаем, что круговое среднее направление известно:

$$\hat{\gamma}_{1c}(\varphi; \mu) = b_2(\mu)/(1-r)^{3/2}.$$

Если же не пренебрегать указанными флуктуациями $\hat{\mu}$, то

$$\hat{\gamma}_{1c}(\varphi; \hat{\mu}) = b_2(\hat{\mu})/(1-r)^{3/2}.$$

Вид выражений для стандартных ошибок первой и второй рассматриваемых оценок одинаков:

$$\sigma[\hat{\gamma}_{1c}(\varphi; \cdot)] = \left\{ \frac{1}{(1-\rho)^3} D[b_2(\cdot)] + \frac{9\gamma_{1c}^2(\varphi)}{4(1-\rho)^2} D[r] + \frac{3\gamma_{1c}(\varphi)}{(1-\rho)^{5/2}} \text{cov}[b_2(\cdot), r] \right\}^{1/2},$$

где

$$D[r] = [\rho^2(1-2\rho^2) + \alpha_2(\alpha^2 - \beta^2) + 2\alpha\beta\beta_2]/2N\rho^2$$

– получено в [9] при использовании разложения

$$r = \rho + \beta[b_1(0) - \beta]/\rho + \alpha[a_1(0) - \alpha]/\rho.$$

Для $\sigma[\hat{\gamma}_{1c}(\varphi; \mu)]$ из определений центральных моментов и оценок (15) следует

$$D[b_2(\mu)] = [1 - \alpha_4(\mu) - 2\beta_2^2(\mu)]/2N.$$

Также справедливо

$$\text{cov}[b_2(\mu), r] = \cos 2\mu \text{cov}[b_2(0), r] - \sin 2\mu \text{cov}[a_2(0), r].$$

Далее, используя вышеприведенное разложение для r , получаем

$$\begin{aligned} \text{cov}[b_2(0), r] &= (\alpha\beta_3 + 2\alpha\beta - \alpha_3\beta - 2\beta_2\rho^2)/2N\rho, \\ \text{cov}[a_2(0), r] &= (\alpha^2 - \beta^2 + \alpha\alpha_3 + \beta\beta_3 - 2\alpha_2\rho^2)/2N\rho. \end{aligned}$$

Выражение для $\sigma[\hat{\gamma}_{1c}(\varphi; \hat{\mu})]$ дополняется членами, связанными с неопределенностью положения выборочного кругового направления $\hat{\mu}$. Так,

$$D[b_2(\hat{\mu})] = D[b_2(\mu)] + 4\alpha_2(\mu)\{\alpha_2(\mu)\sigma^2[\hat{\mu}] + \sin 2\mu \text{cov}[a_2(0), \hat{\mu}] - \cos 2\mu \text{cov}[b_2(0), \hat{\mu}]\}$$

и

$$\text{cov}[b_2(\hat{\mu}), r] = \text{cov}[b_2(\mu), r] - 2\alpha_2(\mu)\text{cov}[\hat{\mu}, r],$$

где, используя разложения для $\hat{\mu}$ и r , получаем соотношения для ковариационных членов:

$$\begin{aligned} \text{cov}[a_2(0), \hat{\mu}] &= (\alpha\beta_3 - 2\alpha\beta - \alpha_3\beta)/2N\rho^2, \\ \text{cov}[b_2(0), \hat{\mu}] &= (\alpha^2 - \beta^2 - \alpha\alpha_3 - \beta\beta_3)/2N\rho^2, \\ \text{cov}[\hat{\mu}, r] &= [\beta_2(\alpha^2 - \beta^2) - 2\alpha\alpha_2\beta]/2N\rho^3. \end{aligned}$$

Аналогично вышеизложенному рассмотрим два варианта оценок кругового коэффициента эксцесса:

$$\hat{\epsilon}_{1c}(\varphi; \mu) = [a_2(\mu) - r^4]/2(1-r)^2$$

и

$$\hat{\epsilon}_{1c}(\varphi; \hat{\mu}) = [a_2(\hat{\mu}) - r^4]/2(1-r)^2.$$

Структура выражений для стандартных ошибок обеих оценок также одинакова:

$$\begin{aligned} \sigma[\hat{\epsilon}_c(\varphi; \cdot)] &= \{D[a_2(\cdot)] + 16[\epsilon_{1c}(1-\rho) - \rho^3]^2 D[r] + \\ &+ 8[\epsilon_{1c}(1-\rho) - \rho^3] \text{cov}[a_2(\cdot), r]\}^{1/2} / 2(1-\rho)^2, \end{aligned}$$

где $\sigma[\hat{\epsilon}_c(\varphi; \mu)]$ соответствуют члены

$$\text{cov}[a_2(\mu), r] = \cos 2\mu \text{cov}[a_2(0), r] + \sin 2\mu \text{cov}[b_2(0), r]$$

и

$$D[a_2(\mu)] = [1 + \alpha_4(\mu) - 2\alpha_2^2(\mu)]/2N.$$

А $\sigma[\hat{\epsilon}_c(\varphi; \hat{\mu})]$:

$$\begin{aligned} \text{cov}[a_2(\hat{\mu}), r] &= \text{cov}[a_2(\mu), r] + 2\beta_2(\mu)\text{cov}[\hat{\mu}, r], \\ D[a_2(\hat{\mu})] &= D[a_2(\mu)] + 4\beta_2(\mu)\{\beta_2(\mu)\sigma^2[\hat{\mu}] + \\ &+ \cos 2\mu \text{cov}[a_2(0), \hat{\mu}] + \sin 2\mu \text{cov}[b_2(0), \hat{\mu}]\}. \end{aligned}$$

Отметим, что определение круговых параметров направления горизонтальной скорости ветра можно проводить и на основе выборочных тригонометрических моментов углов θ' (2). При этом вычисленные значения параметров и их стандартных ошибок совпадают с таковыми при использовании статистик φ . Только необходимо учитывать, что $M_c(\theta')$ характеризует отклонение $M_c(\varphi)$ от направления θ среднего вектора $M(\mathbf{V}_H)$. Для дальнейшего сравнения рассмотрим и подход, заключающийся в переносе исходных угловых распределений $W(\theta')$ с окружности на интервал прямой $-\pi \leq \theta' \leq \pi$. Тогда, используя методы линейной статистики (см., например, [7]), получаем новые оценки рассматриваемых угловых параметров: $\hat{M}_{cl}(\theta')$, $\hat{\sigma}_{cl}(\varphi)$, $\hat{\gamma}_{cl}(\varphi)$, $\hat{\epsilon}_{cl}(\varphi)$.

Экспериментальные результаты

Рис. 5–8 соответствуют рис. 1–3 по времени, месту проведения измерений и T_{av} . Из рис. 5 следует, что результаты измерений среднего направления скорости ветра косвенным $\hat{M}(\varphi)_k$ и «прямым» $\hat{M}_c(\varphi)$ способами практически совпадают. Достаточно резкие изменения $M(\varphi)$ на малых высотах можно объяснить неоднородным характером подстилающей поверхности в месте проведения экспериментов. Так как скорости ветра на этих высотах были незначительными, то определение их направлений сопровождалось увеличенными доверительными интервалами. При этом также наблюдались и наибольшие отклонения $M(\varphi)$ от направления θ среднего вектора горизонтальной скорости ветра, достигающие в максимуме величины $-7,5^\circ$.

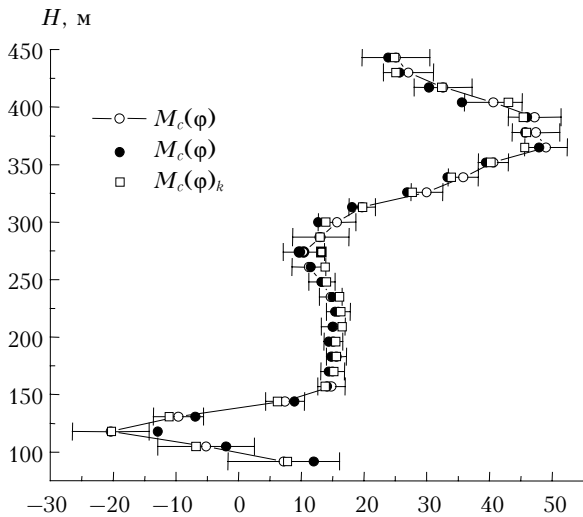


Рис. 5. Средние направления горизонтальной скорости ветра, град

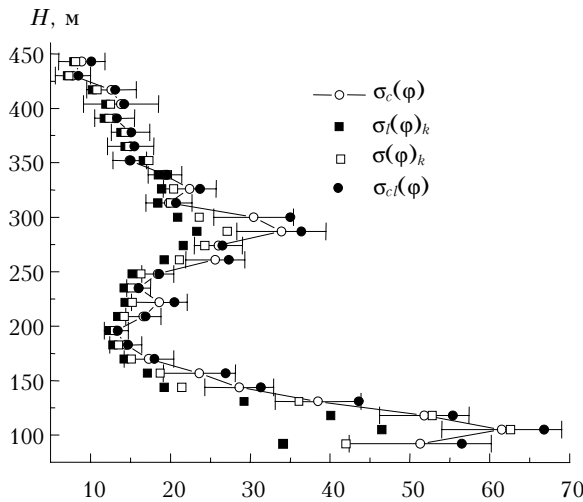


Рис. 6. Стандартное угловое отклонение горизонтальной скорости ветра, град

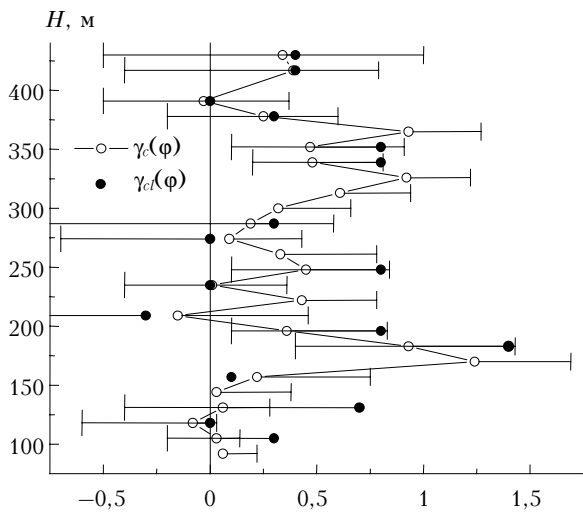


Рис. 7. Угловой коэффициент асимметрии

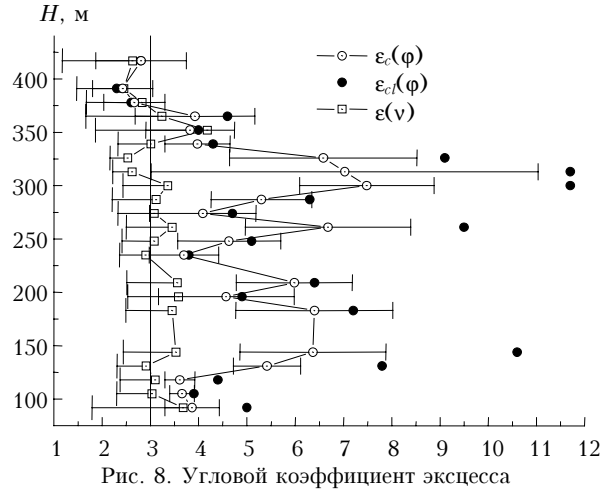


Рис. 8. Угловой коэффициент эксцесса

На рис. 6 показаны результаты измерений стандартных угловых отклонений $\sigma(\varphi)$ вектора \mathbf{V}_h двумя косвенными способами ($\hat{\sigma}_l(\varphi)_k$, $\hat{\sigma}(\varphi)_k$), «прямым» $\hat{\sigma}_c(\varphi)$, а также $\hat{\sigma}_{cl}(\varphi)$. Отметим высокую коррелированность полученных данных и то, что на всех высотах самые минимальные значения $\sigma(\varphi)$ всегда дает $\hat{\sigma}_l(\varphi)_k$, а самые максимальные — $\hat{\sigma}_{cl}(\varphi)$. Как и следовало ожидать, при малых V_m наблюдаются достаточно большие значения $\sigma(\varphi)$, особенно вблизи подстилающей поверхности. При этом отмечается и наибольший разброс оценок $\sigma(\varphi)$. Особенно занижены величины $\hat{\sigma}_l(\varphi)_k$ относительно данных трех других оценок. В то же время значения $\hat{\sigma}(\varphi)_k$ гораздо лучше соответствуют круговым стандартным отклонениям $\hat{\sigma}_c(\varphi)$. Следовательно, при малых скоростях ветра, ориентировочно до $3 \div 4$ м/с, целесообразно вместо $\hat{\sigma}_l(\varphi)_k$ использовать оценку $\hat{\sigma}(\varphi)_k$, основанную на учете квадратичных членов в разложении θ' (14). Неожиданным является неплохое соответствие значений $\hat{\sigma}_c(\varphi)$ и $\hat{\sigma}_{cl}(\varphi)$. Так, на всех высотах доверительные интервалы $I_{0,9}$ для $\hat{\sigma}_c(\varphi)$ накрывают точечные значения $\hat{\sigma}_{cl}(\varphi)$. Причем указанное соответствие подтверждается проведенными исследованиями на большом экспериментальном материале при различных T_{av} . Поэтому в принципе для определения $\sigma(\varphi)$ можно использовать обычное (не круговое) выборочное стандартное отклонение исходных углов $\theta'(i)$ (2). Хотя при этом значения $\hat{\sigma}_{cl}(\varphi)$ и их $I_{0,9}$ всегда будут несколько завышены относительно таковых для $\hat{\sigma}_c(\varphi)$. С ростом V_m отличия между всеми указанными оценками $\sigma(\varphi)$ уменьшаются.

На рис. 7 показаны результаты измерений углового коэффициента асимметрии

$$\hat{\gamma}_c(\varphi) = -\hat{\gamma}_{lc}(\varphi; \hat{\mu}) / 2\sqrt{2} \text{ и } \hat{\gamma}_{cl}(\varphi).$$

Большинство этих точечных значений, как и $\hat{\gamma}(V_m)$ на рис. 3, положительно. Но, в отличие от измере-

ний $\sigma(\varphi)$, хорошего соответствия между ними не наблюдается. Также $I_{0,9}[\hat{\gamma}_{cl}(\varphi)]$ существенно превышают $I_{0,9}[\hat{\gamma}_c(\varphi)]$. Однако результаты указанных измерений, представленные в интервальном виде, в принципе не противоречат друг другу. Так, все $I_{0,9}[\hat{\gamma}_c(\varphi)]$ накрывают соответствующие значения $\hat{\gamma}_c(\varphi)$. Это справедливо и для явно недостоверных точечных значений $\hat{\gamma}_{cl}(\varphi)$ с $I_{0,9} \geq 2,5$, не показанных на рис. 7. В целом можно констатировать, что использование оценки $\hat{\gamma}_{cl}(\varphi)$ на практике нецелесообразно. Аналогичный вывод относительно оценки эксцесса $\hat{\epsilon}_{cl}(\varphi)$ следует из рис. 8, так как отличия точечных значений $\hat{\epsilon}_{cl}(\varphi)$ от $\hat{\epsilon}_c(\varphi) = \hat{\epsilon}_{ic}(\varphi; \hat{\mu}) + 3$ могут быть достаточно велики. Это верно и для косвенной оценки $\hat{\epsilon}(\varphi)_k = \hat{\epsilon}(v)$, которая вытекает из соотношения (4), т.е. из линейной части разложения θ' (2). Учет квадратичных членов, аналогично сделанному при получении оценки $\hat{\delta}(\varphi)_k$, не привел к существенному положительному результату. Отметим большие значения круговых эксцессов в средней части высотного диапазона, что указывает на острровершинность соответствующих угловых распределений $W(\varphi)$ и на их значимые отличия от намотанного нормального распределения и распределения Мизеса, играющих центральную роль в круговой статистике. Этому выводу явно противоречат данные, полученные с помощью оценки $\hat{\epsilon}(v)$, которая в строгом смысле соответствует $W(v)$ на прямой. Как и для распределений на прямой, оценивание больших круговых $\epsilon(\varphi)$ сопровождается изрезанностью их профилей и значительными величинами $I_{0,9}$ [1].

Резюмируя вышеизложенное, можно констатировать, что использование косвенных способов оценивания $\gamma(V_m)$, $\epsilon(V_m)$, $\gamma(\varphi)$, $\epsilon(\varphi)$ в акустическом зондировании атмосферы, при характерных для

него пространственно-временных масштабах усреднений и отбора данных, может приводить к весьма существенным неконтролируемым ошибкам. Поэтому в содаре «Волна-3» для определения коэффициентов асимметрии и эксцесса модуля и направления горизонтальной скорости ветра применяется только «прямой» способ. Используя соотношения, приведенные в статье, можно оценить степень неопределенности измеряемых содаром параметров V_m и φ , что позволяет более правильно интерпретировать результаты акустического зондирования атмосферы.

Автор выражает благодарность В.А. Гладких, А.Э. Макиенко и С.Л. Одинцову, сотрудничество с которыми способствовало выполнению данной работы.

1. Федоров В.А. К измерению содаром параметров продольных и поперечных компонент горизонтальной скорости ветра // Оптика атмосф. и океана. 2003. Т. 16. № 10. С. 913–920.
2. Remtech Doppler Sodar. Operating Manual DT94/003. 2000. 114 p.
3. Бызова Н.Л., Иванов В.Н., Гаргер Е.К. Турбулентность в пограничном слое атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 264 с.
4. Федоров В.А. К измерению содаром параметров динамической турбулентности // Оптика атмосф. и океана. 2003. Т. 16. № 12. С. 1120–1125.
5. Ларичева Е.П., Мазурин Н.Ф., Сергеева И.А. Некоторые характеристики пульсаций поперечной компоненты скорости ветра в пограничном слое атмосферы // Тр. ИЭМ. 1987. Вып. 41. № 126. С. 3–11.
6. Иванов В.Н., Мазурин Н.Ф. Законы распределения пульсаций скорости ветра в нижнем 300-метровом слое атмосферы // Тр. ИЭМ. 1972. Вып. 27. С. 25–36.
7. Федоров В.А. Измерение содаром «Волна-3» параметров радиальных компонент вектора скорости ветра // Оптика атмосф. и океана. 2003. Т. 16. № 2. С. 151–155.
8. Ламли Дж., Пановский Г. Структура атмосферной турбулентности. М.: Мир, 1966. 264 с.
9. Мардуа К. Статистический анализ угловых наблюдений. М.: Наука, 1978. 240 с.

V.A. Fedorov. Toward sodar measurements of the horizontal wind speed and direction.

Algorithms, employed to determine the means, standard deviations, asymmetry coefficients, and excess of the horizontal wind speed and direction from Volna-3 sodar measurements, are described. Two possible approaches to the construction of the algorithms and the estimation of their errors are considered. Some vertical profiles of the characteristics of interest along with the confidence intervals are exemplified as determined from the sodar measurements.