

Воздействие нестационарного электрического поля на массив слабо взаимодействующих углеродных нанотрубок

Н.Р. Садыков, Н.А. Скоркин*

Снежинский физико-технический институт – филиал НИЯУ МИФИ
456776, г. Снежинск, Челябинская область, ул. Комсомольская, 8

Поступила в редакцию 16.04.2012 г.

Рассмотрен механизм воздействия нестационарного электрического поля на систему слабо взаимодействующих углеродных нанотрубок. Для плотности тока получено уравнение, представляющее собой операторно-разностное уравнение второго порядка по пространству, где «узлы сетки» совпадают с расположением атомов графена. Предлагается разностный оператор заменить оператором Лапласа в двухмерном случае. Полученные результаты позволяют рассмотреть эффект генерации миллиметрового излучения.

Ключевые слова: наноэлектромагнетизм, СВЧ-излучение, углеродные нанотрубки, наночастицы, наносекундные электрические импульсы; *nanoelectromagnetism, microwave radiation, carbon nanotubes, nanoparticles, electric field, nanosecond electrical pulse.*

Введение

Недавно открытые новые структуры, такие как фуллерены, углеродные нанотрубки (УНТ), нанопроволочки, ансамбли на основе ДНК, квантовые точки и др., а также новые явления в мире структур пониженной размерности, такие как огромное магнитосопротивление, кулоновская блокада, эффекты размерного квантования и т.д., определили бурное развитие новой науки – нанотехнологии.

Структуры пониженной размерности играют значительную роль в молекулярной биологии, физике твердого тела, медицине, электронике и т.д.

Большой интерес во многих разделах науки и техники вызывают УНТ в связи с их необычными свойствами. В зависимости от радиуса УНТ и схемы сворачивания графитовой плоскости нанотрубки могут быть полупроводниками, полуметаллами, металлическими проводниками. Эти и другие уникальные свойства УНТ при их взаимодействии с электрическими полями обуславливают ряд новых свойств и явлений.

В работе [1] рассмотрен механизм воздействия нестационарного электрического поля на систему не взаимодействующих (практически единичных) УНТ ($p, 0$) типа «зигзаг» (p не кратно трем). На основе полученных результатов рассмотрена возможность генерации миллиметрового излучения. В [2] рассмотрено распространение излучения в волноводе из N изолированных металлических УНТ

(p кратно трем) конечной длины. Диаметр поперечного сечения пучка УНТ был намного меньше длины волны излучения в вакууме. В [2] рассматривался случай сильного взаимодействия между УНТ, когда расстояние между нанотрубками соизмеримо с их диаметром. В настоящей статье в отличие от [1] аналогичная задача рассмотрена для массива слабо взаимодействующих (расстояние между нанотрубками соизмеримо с их длиной) металлических УНТ ($p, 0$) типа «зигзаг» (p кратно трем).

Если УНТ находится под переменным электрическим потенциалом, то по ней потечет переменный электрический ток. Зависимость наводимого тока от приложенного напряжения определяет характеристики УНТ как электрического проводника [3–7]. Проводимость УНТ определяется не классическими, а квантовыми законами движения π -электронов.

1. Уравнение для поверхностных токов для массива УНТ при наличии нестационарного поля

Рассмотрим массив слабо взаимодействующих металлических УНТ ($p, 0$) типа «зигзаг», т.е. систему УНТ, где отдельная нанотрубка имеет радиус R_m и длину L_m . УНТ направлены вдоль оси координат OZ . При воздействии внешнего поля происходит индуцирование поверхностного тока. Представим искомые электромагнитные поля через скалярный потенциал Герца $\Pi_m(\mathbf{r})$ [2, 4, 8], удовлетворяющий уравнению

$$(\Delta + k^2)\Pi_m(\mathbf{r}) = 0, \quad (1)$$

© Садыков Н.Р., Скоркин Н.А., 2013

* Наиль Рахматуллович Садыков (n.r.sadykov@ Rambler.ru); Николай Андреевич Скоркин (n.a.scorkin@ Rambler.ru).

где $k = \omega/c$, ω – несущая частота; c – скорость света в вакууме; $m \in [1, N]$ – номер УНТ.

Предположим, что Π_m является функцией только радиуса $\rho^{(m)}$ и продольной координаты z в цилиндрической системе координат. Для двух компонентов электрического поля выполняются следующие равенства [1–4, 8]:

$$E_{\rho^{(m)}}^m = \frac{\partial^2 \Pi_m}{\partial \rho^{(m)} \partial z}, \quad E_z^m = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) \Pi_m, \quad H_{\phi^{(m)}}^m = ik \frac{\partial \Pi_m}{\partial \rho^{(m)}}. \quad (2)$$

Для скалярного потенциала Герца должно выполняться равенство [2]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Pi_m}{\partial \rho^{(m)}} \Big|_{\rho^{(m)}=R_m+0} - \frac{\partial \Pi_m}{\partial \rho^{(m)}} \Big|_{\rho^{(m)}=R_m-0} = \\ & = \frac{4\pi\sigma_m}{i\omega} \left[\frac{\partial^2 \Pi_m}{\partial z^2} + k^2 \Pi_m + E_z^{m0} + \sum_{s=1, s \neq m}^N E_z^{ms}(z) \right] \Big|_{\rho^{(m)}=R_m}, \\ & \Pi_m \Big|_{\rho^{(m)}=R_m+0} = \Pi_m \Big|_{\rho^{(m)}=R_m-0}; \\ & \sigma_m \approx i4e^2 v_F / [\pi h R_m (\omega + iv)], \end{aligned} \quad (3)$$

где $h = 2\pi\hbar$ – постоянная Планка; v_F – скорость электрона на поверхности Ферми; $v = 1/\tau$, τ – время релаксации в кинетическом уравнении Больцмана; R_m – радиус m -й УНТ; $E_z^{m0}(z)$ – внешнее электромагнитное поле, действующее на m -ю УНТ; $E_z^{ms}(z)$ – электрическое поле, производимое влиянием поверхностной плотности тока s -й нанотрубки на m -ю нанотрубку; выражение для аксиальной проводимости нанотрубки σ_m для УНТ ($m, 0$) типа «зигзаг» с металлическим характером зонной структуры (m кратно 3) приведено в [3, формула (18)].

Уравнение (1) с граничными условиями (3) для уединенных УНТ имеет решение [2] (рис. 1)

$$\begin{aligned} & \Pi_m(\rho^{(m)}, z) = A_m \exp(ih_m z) \times \\ & \times \begin{cases} K_0(\kappa_m R_m) I_0(\kappa_m \rho^{(m)}), & \rho^{(m)} < R_m, \\ I_0(\kappa_m R_m) K_0(\kappa_m \rho^{(m)}), & \rho^{(m)} > R_m. \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь A_m – амплитуда; h_m – постоянная распространения волноводного канала m -й УНТ; $\kappa_m^2 = h_m^2 - k^2$; $I_0(x)$ и $K_0(x)$ – модифицированные функции Бесселя порядка нуль.

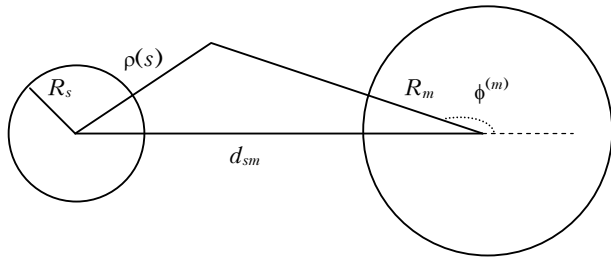


Рис. 1. Взаимное расположение двух нанотрубок

Левую часть (3) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Pi_m}{\partial \rho^{(m)}} \Big|_{\rho^{(m)}=R_m+0} - \frac{\partial \Pi_m}{\partial \rho^{(m)}} \Big|_{\rho^{(m)}=R_m-0} = \\ & = A_m \left\{ I_0(\kappa_m R_m) \frac{dK_0(\kappa_m \rho^{(m)})}{d\rho^{(m)}} \Big|_{R_m} - \right. \\ & \left. - K_0(\kappa_m R_m) \frac{dI_0(\kappa_m \rho^{(m)})}{d\rho^{(m)}} \Big|_{R_m} \right\} \exp(ih_m z) = \\ & = -A_m \kappa_m W\{K_0, I_0\} \exp(ih_m z) = \\ & = -\frac{A_m}{R_m} \exp(ih_m z) = \frac{2\Pi_m(R_m, z)}{R_m X_m}; \\ & W\{K_0(x), I_0(x)\} = K_0(x) \frac{dI_0(x)}{dx} - I_0(x) \frac{dK_0(x)}{dx} = \frac{1}{x}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $W\{K_0, I_0\}$ – вронскиан; $X_m = -2K_0(\kappa_m R_m) \times I_0(\kappa_m R_m) < 0$ (см. [1, 3, 4, 8]).

Значение поля $E_z^{ms}(z)$ в (3) может быть найдено с помощью (2) и (4) в цилиндрической системе координат $(\rho^{(s)}, \phi^{(s)}, z)$ для s -й УНТ ($s \neq m$) с использованием теоремы аддитивности для $K_0(\kappa_s \rho^{(s)})$, $\rho^{(s)} > R_s$ (см. рис. 1), где $\rho^{(s)}$ определяет поверхность m -й нанотрубки:

$$\begin{aligned} & E_z^{ms}(\rho^{(s)}, z) = -A_s \kappa_s^2 I_0(\kappa_s R_s) K_0(\kappa_s \rho^{(s)}) = \\ & = -A_s \kappa_s^2 I_0(\kappa_s R_s) \sum_{l=-\infty}^{\infty} K_l(\kappa_m d_{sm}) I_l(\kappa_m R_m) \exp(i[lh_s z + l\phi^{(m)}]). \end{aligned} \quad (6)$$

При $l = 0$ несимметричные моды ($l \neq 0$) имеют малое значение, поэтому в дальнейшем вкладом этих мод пренебрежем. Равенство (6) перепишем в виде

$$E_z^{ms}(\rho^{(s)}, z) = -\frac{\kappa_s^2 K_0(\kappa_m d_{sm}) I_0(\kappa_m R_m)}{K_0(\kappa_s R_s)} \Pi_s(R_s, z). \quad (7)$$

Для правой части (3) с учетом (4) и (7) следует

$$\begin{aligned} & \frac{4\pi\sigma_m}{i\omega} \left[\frac{\partial^2 \Pi_m}{\partial z^2} + k^2 \Pi_m + E_z^{m0} - \right. \\ & \left. - \kappa_s^2 I_0(\kappa_m R_m) \sum_{s=1, s \neq m}^N \frac{K_0(\kappa_m d_{sm})}{K_0(\kappa_s R_s)} \Pi_s \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

С учетом (5), (6) и (7) уравнение (3) запишется в виде

$$\begin{aligned} & \frac{i\omega}{2\pi\sigma_m R_m X_m} \Pi_m(R_m, z) = \left[\frac{\partial^2 \Pi_m}{\partial z^2} + k^2 \Pi_m \right] \Big|_{\rho^{(m)}=R_m} - \\ & - \kappa_s^2 I_0(\kappa_m R_m) \sum_{s=1, s \neq m}^N \frac{K_0(\kappa_m d_{sm})}{K_0(\kappa_s R_s)} \Pi_s(R_s, z) + E_z^{m0}. \end{aligned} \quad (9)$$

С учетом формулы (П.2) (см. Приложение) и соотношения $\Pi_m = \tilde{\Pi}_m - \Phi_m(z)$ уравнение (9) запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 - \frac{i\omega}{2\pi\sigma_m R_m X_m} \right] \tilde{\Pi}_m(R_m, z) - \\ & - \kappa_s^2 I_0(\kappa_m R_m) \sum_{s=1, s \neq m}^N \frac{K_0(\kappa_m d_{sm})}{K_0(\kappa_s R_s)} \tilde{\Pi}_s(R_s, z) = \\ & = - \frac{i\omega}{2\pi\sigma_m R_m X_m} \Phi_m(R_m, z) - \\ & - \kappa_s^2 I_0(\kappa_m R_m) \sum_{s=1, s \neq m}^N \frac{K_0(\kappa_m d_{sm})}{K_0(\kappa_s R_s)} \Phi_s(R_s, z). \end{aligned} \quad (10)$$

Соотношение (10) было получено для монохроматического излучения. С учетом равенства $k = \omega/c$ в случае квазимонохроматического излучения в дальнейшем произведем преобразование

$$k^2 \rightarrow [\partial^2 / \partial t^2] c^{-2}, \quad k \rightarrow [\partial / \partial t] c^{-1}.$$

Эти преобразования следуют из Фурье-преобразования в первом приближении. Например, в случае электрического поля имеет место [9–11]:

$$E(t) = \int E_0(\alpha) \exp[-i(\omega + \alpha)t] d\alpha = E_0(t) \exp[-i\omega t],$$

$$\begin{aligned} \frac{dE(t)}{dt} &= \int [-i(\omega + \alpha)] E_0(\alpha) \exp[-i(\omega + \alpha)t] d\alpha = \\ &= \left[-i\omega E_0(t) + \frac{dE_0(t)}{dt} \right] \exp[-i\omega t], \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 E(t)}{dt^2} = \left[-\omega^2 E_0(t) - 2i\omega \frac{dE_0(t)}{dt} + \frac{d^2 E_0(t)}{dt^2} \right] \exp[-i\omega t],$$

где в случае квазимонохроматического излучения амплитуда волны имеет слабую зависимость от времени (или небольшой спектральный разброс относительно несущей частоты ω).

Воздействуем на левую и правую части (10) оператором $\partial^2 / \partial z^2 + k^2$ и с учетом равенств (П.2) и (П.3) окончательно получаем систему уравнений для поверхностной плотности тока:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 j_m}{\partial t^2} + v \frac{\partial j_m}{\partial t} - \beta^2 c^2 \frac{\partial^2 j_m}{\partial z^2} - \sum_{s=1, s \neq m}^{\bar{N}} \Lambda_{ms}^2 j_s = \\ & = - \frac{\beta^2 c^2}{2\pi R_m X_m} \frac{\partial E_z^{m0}}{\partial t} + \sigma_m \beta^2 \sum_{s=1, s \neq m}^{\bar{N}} \Lambda_{ms}^2 E_z^{s0}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\Lambda_{ms}^2 = c^2 \kappa_s^2 I_0(\kappa_m R_m) \frac{K_0(\kappa_m d_{sm})}{K_0(\kappa_s R_s)}; \quad \beta^2 = 1 / \left\{ 1 + \frac{c}{v_F} \frac{\pi}{4\alpha X} \right\},$$

где при выводе (11) во втором слагаемом в левой части было учтено, что $c \gg (\alpha v_F |X_m|)$ ($\alpha = 1/137$ – постоянная тонкой структуры); проводимость σ_m определена в (3); \bar{N} означает суммирование по ближайшим соседям m -й УНТ; β – коэффициент замедления. Уравнение (11) при $\Lambda_{ms} = 0$ было получено в [1].

2. Уравнение для плотности тока в массиве параллельно ориентированных слабо взаимодействующих нанотрубок

Рассмотрим массив одинаковых нанотрубок, расположенных в соответствии с рис. 2.

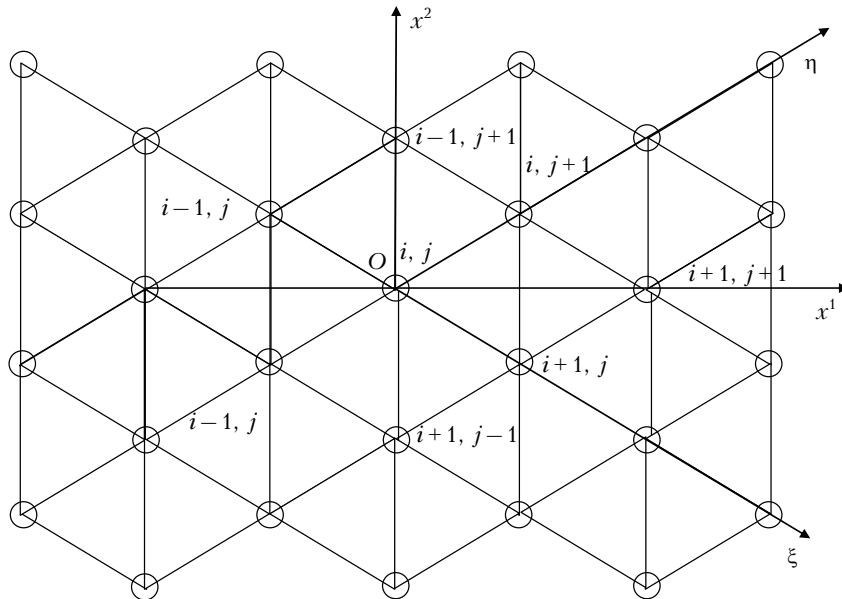


Рис. 2. Геометрия задачи: расположение массива нанотрубок и направление осей декартовой системы координат

В этом случае расстояние между нанотрубками, радиусы и длины нанотрубок будут одинаковыми: $d_{sm} = d$, $R_m = R$, $L_m = L$. При этом выполняются условия $d \gg R$, $d \sim L$, где R и L соответственно радиус и длина одинаковых УНТ. Условие $d \sim L$ предполагает, что можно будет воспользоваться моделью ближайших соседей. Конкретное соотношение для выполнения этого условия получим ниже.

Рассмотрим область, заполненную массивом параллельно ориентированных одинаковых УНТ. На рис. 2 в виде окружностей изображено схематичное расположение нанотрубок. Оси OX^1 и OX^2 определяют направления двух декартовых осей (ниже оператор Лапласа запишем относительно этих двух декартовых координат). Оси $O\xi$ и $O\eta$ определяют криволинейную систему координат. Вместо индекса m положение m -й нанотрубки будем характеризовать числами i, j : $\xi_i = id$, $\eta_j = jd$. Пусть i отсчитывается вдоль оси $O\xi$, а j – вдоль оси $O\eta$, причем угол между осями (см. рис. 2) равен $\pi/3$. В таких обозначениях для одинаковых УНТ системе уравнений (11) с учетом модели ближайших соседей можно записать в виде разностно-операторных уравнений

$$\frac{\partial^2 j_{i,j}(t)}{\partial t^2} + v \frac{\partial j_{i,j}}{\partial t} - \beta^2 c^2 \frac{\partial^2 j_{i,j}}{\partial z^2} - \Lambda^2 (j_{i-1,j} + j_{i-1,j+1} + j_{i,j+1} + j_{i+1,j} + j_{i+1,j-1} + j_{i,j-1}) = -\frac{\beta^2 c^2}{2\pi R X} \frac{\partial E_{0z}}{\partial t} \Big|_{i,j}, \quad (12)$$

где в случае одинаковых УНТ $\Lambda_{ms}^2 = \Lambda^2$. При выводе (12) в правой части (11) пренебрегли вторым слагаемым, которое по порядку величины меньше первого слагаемого на величину $\omega v_F / c \ll 1$.

Покажем, что в (12) выражение в скобках является разностной аппроксимацией оператора Лапласа в двумерной области в неортогональной системе координат, изображенной на рис. 2 (такой подход использовался в работах [12–14] для описания взаимодействия излучения в световедущих элементах в поперечном сечении оптического жгута).

Для того чтобы доказать, что в (12) выражение в скобках представляет собой разностный оператор Лапласа в двумерной области, совместим начало декартовой системы координат $X^1 O X^2$ с точкой (i, j) , ось x^1 направим через точку $(i + 1, j + 1)$, ось x^2 – через точку $(i - 1, j + 1)$. При таком выборе декартовой системы координат получаем

$$j_{i-1,j+1} - 2j_{i,j} + j_{i+1,j-1} = d^2 \frac{\partial^2 j_m}{\partial (x^2)^2} + O(d^4),$$

$$j_{i,j+1} - 2j_{i,j} + j_{i,j-1} = \frac{d^2}{4} \left(3 \frac{\partial^2 j_m}{\partial (x^1)^2} + \frac{\partial^2 j_m}{\partial (x^2)^2} \right) + O(d^4),$$

$$j_{i+1,j} - 2j_{i,j} + j_{i-1,j} = \frac{d^2}{4} \left(3 \frac{\partial^2 j_m}{\partial (x^1)^2} + \frac{\partial^2 j_m}{\partial (x^2)^2} \right) + O(d^4), \quad (13)$$

где $j_m = j(t, x^1, x^2)$, $O(d^4) \sim d^4$.

Из (13) следует

$$j_{i-1,j} + j_{i-1,j+1} + j_{i,j+1} + j_{i+1,j} + j_{i+1,j-1} + j_{i,j-1} = 6j_m + \frac{3}{2} d^2 \Delta_{\perp} j_m, \quad (14)$$

где двумерный оператор Лапласа в декартовой системе координат имеет вид

$$\Delta_{\perp} = \left\{ \frac{\partial^2}{\partial (x^1)^2} + \frac{\partial^2}{\partial (x^2)^2} \right\}.$$

В (14) индекс \perp означает, что оси двумерной декартовой системы координат перпендикулярны оси симметрии УНТ.

С учетом (14) операторно-разностное уравнение (12) запишем в виде дифференциального уравнения второго порядка

$$\frac{\partial^2 j_m(t)}{\partial t^2} + v \frac{\partial j_m}{\partial t} - \beta^2 c^2 \frac{\partial^2 j_m}{\partial z^2} - 6\Lambda^2 j_m - \frac{3}{2} \Lambda^2 d^2 \Delta_{\perp} j_m = -\frac{\beta^2 c^2}{2\pi R X} \frac{\partial E_{0z}}{\partial t}. \quad (15)$$

В случае одинаковых УНТ введем полную плотность тока

$$J = 2\pi R j_m N. \quad (16)$$

С учетом (8) и (9) уравнение (15) в окончательной форме примет вид [1, 4, 5]:

$$\frac{\partial^2 J}{\partial t^2} + v \frac{\partial J}{\partial t} + \omega_0^2 J - \frac{3}{2} \Lambda^2 d^2 \Delta_{\perp} J = -I \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{E_{0z}}{\tilde{E}} \right). \quad (17)$$

Здесь $\omega_0^2 = \beta^2 c^2 h_0^2 - 6\Lambda^2$; $J \sim \exp(ih_0 z)$.

Из (17) видно, что величина плотности тока инвариантна относительно любых поворотов направления распространения нестационарного электрического поля в плоскости $X^1 O X^2$. Это объясняется тем, что в (13) разложение произведено с точностью до $O(d^4)$ (приведенная на рис. 2 «схема» имеет четвертый порядок аппроксимации), т.е. анизотропные слагаемые в (17) будут содержаться в слагаемых более высокого порядка.

3. Обсуждение результатов

При распространении нестационарного электрического поля с крутым передним фронтом вдоль выделенного направления в среде на основе УНТ одинаковой длины в нанотрубках генерируются поверхностные токи, что, в свою очередь, приводит к генерации когерентного излучения. Оценим для этого случая длину и радиус когерентности, которые определяют объем когерентности. Из (17) следует, что ширина спектра колебаний «источников» тока (УНТ) $\Delta F = 2\nu$. Тогда время когерентности $t_c \approx 1/\Delta F = 1/(2\nu)$. Соответственно длина когерентности $l_c = ct_c \approx c/(2\nu)$ (длина когерентности

определяет размер области экрана, на которой наблюдается интерференционная картина).

Предположим, что при комнатной температуре время релаксации $\tau = 1/\nu = 3 \cdot 10^{-12}$ с. Тогда $l_c \approx 450$ мкм. Такое малое значение l_c объясняется большим значением ширины спектра электрических колебаний УНТ. Величину ν можно уменьшить, например, за счет уменьшения температуры среды T . Так, при уменьшении T в 2 раза $\tau = 1/\nu = 10^{-10}$ с [15]. В этом случае $l_c \sim 1$ см. При длине нанотрубок L (расстояние между УНТ порядка их длины) получаем $l_c \ll L$. Пусть пучок (массив) УНТ имеет поперечные размеры $D = 3$ см. Тогда радиус пространственной когерентности $\rho_c \approx l_c/Q_0 \approx 15$ см, где $Q_0 = 0,003$ – угол, под которым из точки наблюдения на экране видны максимально удаленные интерферирующие источники (УНТ).

Заключение

Из полученных результатов следует, что для массива нанотрубок с поперечными размерами $d = 3$ см радиус пространственной когерентности $\rho_c \approx 15$ см, длина когерентности $l_c \approx 450$ мкм. Поскольку нас будет интересовать случай $\sigma = 2\pi\nu$, то при $\tau = 3 \cdot 10^{-12}$ с протяженность сверхкороткого импульса $\Delta\tilde{x} \sim \sigma\tau \approx 0,9$ мм, а при $\tau = 10^{-10}$ с ≈ 3 мм. Это значит, для СВЧ-излучения с длиной волны $\lambda \sim 1$ мм можно наблюдать «интерференционную картину». При таких длинах волн и длительности сверхкороткого излучения более актуальной является величина дифракционной расходимости светового пучка при выходе из среды на основе УНТ. В нашем случае при выполнении условий $D = 3$ см и $\lambda \sim 1$ мм угловая расходимость $\Delta\theta \sim \lambda/D \approx 0,03$.

Полученное операторно-разностное уравнение второго порядка по пространству позволяет численно промоделировать процесс распространения излучения в произвольном массиве слабо взаимодействующих нанотрубок.

В полученном уравнении разностный оператор заменен оператором Лапласа в двухмерном случае, что позволяет использовать для теоретического анализа хорошо разработанные теоретические методы. Например, пусть нестационарный электрический импульс распространяется вдоль оси OX , а ось OY направлена перпендикулярно оси OX и оси симметрии УНТ. В этом случае третье слагаемое в левой части (17) преобразуется к виду

$$\Delta_{\perp}J = (3\Lambda^2 d^2/2)(\partial^2 J/\partial x^2 + \partial^2 J/\partial y^2).$$

Для первого слагаемого имеем неравенство

$$(3\Lambda^2 d^2/2)(\partial^2 J/\partial x^2) \sim \Lambda^2 d^2 J/(\Delta x)^2 \ll \Lambda^2 J,$$

где в рассматриваемой задаче $\Delta x \approx 0,03$ м – ширина переднего фронта нестационарного импульса. Поэтому пренебрегаем первым слагаемым в равенстве, приведенном выше. Что же касается слагаемого $(3\Lambda^2 d^2/2)(\partial^2 J/\partial y^2)$, то влиянием этого слагаемого на резонансную частоту ω_0 также можно пренебречь.

Тогда в соответствии с (17) для резонансной частоты имеет место равенство $\omega_0^2 = \beta^2 c^2 h_0^2 - 6H^2$. Учет слагаемого $(3\Lambda^2 d^2/2)(\partial^2 J/\partial y^2)$ позволяет определить распределение плотности тока в перпендикулярном к оси OX направлении (нестационарное поле распространяется вдоль оси OX). Действительно, пусть имеет место на границе первое крайнее условие $J(t, x, y = H/2) = J(t, x, y = -H/2) = 0$. Тогда поверхностная плотность тока может быть представлена в виде линейной комбинации различных мод $\sim \cos[\pi n y/H]$, $\sim \sin[\pi(1/2 + k y/H)]$, где $-H/2 \leq y \leq H/2$, n, k – целые числа.

Уравнение (17) позволяет также рассмотреть задачу в цилиндрической системе координат.

Использование для определения плотности тока уравнения (17) удобно еще и тем, что при численном решении этого уравнения можно воспользоваться произвольной разностной схемой, например прямоугольной, т.е. в этом случае нет необходимости учитывать гексоганальную структуру графенового листа. Последнее означает, что можно использовать готовые стандартные программы.

Уравнение (17) [или (12)] было получено в приближении ближайших соседей (шесть одинаковых УНТ находятся на расстоянии d , см. рис. 2). Это имеет место, когда УНТ достаточно хорошо изолированы. Если это приближение перестает работать, в (12) можно учесть следующий слой из шести одинаковых уединенных УНТ, находящихся на расстоянии $\sqrt{3}d$. Это приведет к тому, что в левой части (17) кроме слагаемого $3\Lambda^2 d^2 \Delta_{\perp} J/2$ появится еще дополнительное слагаемое $9\Lambda_1^2 d^2 \Delta_{\perp} J/2$, где

$$\Lambda_1^2 = c^2 \kappa^2 I_0(\kappa R) K_0(\sqrt{3}\kappa d) / K_0(\kappa R).$$

Это в свою очередь (рис. 3) приведет к тому, что при выполнении условия $d/L = 1$ коэффициент при слагаемом в левой части (17) увеличится в число раз $\{1 + 3\Lambda_1^2/\Lambda^2\}_{d/L=1} \approx 1,1$. Видно, что в этом случае приближение ближайших соседей выполняется.

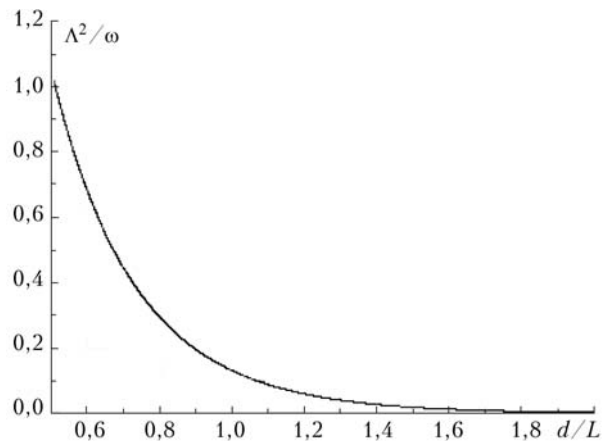


Рис. 3. Зависимость Λ^2/ω^2 от расстояния между центрами УНТ

ПРИЛОЖЕНИЕ

Для изолированной УНТ имеет место ([8, формула (21)]:

$$\Pi = \tilde{\Pi}(z) - \Phi(z) = \frac{2i\sigma_{zz}R}{\omega} \times \int_0^\pi d\phi \int_{-L/2}^{L/2} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}(z')}{\partial z'^2} + k^2 \tilde{\Pi}(z') \right] G(R, \phi, z - z') dz' \quad (\text{П.1})$$

(Π – скалярный потенциал). В (П.1)

$$G(\rho, \phi, z) = \frac{\exp(ik\sqrt{R^2 + \rho^2 - 2R\rho\cos\phi})}{\sqrt{R^2 + \rho^2 - 2R\rho\cos\phi}},$$

$$\Phi(z) = \frac{1}{2ik} \int_{-L/2}^{L/2} E_z^{m0}(z') \exp(ik|z - z'|) dz',$$

$$E_z^{m0} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + k^2 \Phi(z). \quad (\text{П.2})$$

Формула (П.1) получается из соотношений

$$\Pi(\rho, z) = \frac{2iR}{\omega} \int_0^\pi d\phi \int_{-L/2}^{L/2} j(z') G(R, \phi, z - z') dz';$$

$$j(z) = \sigma_{zz} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}(z)}{\partial z^2} + k^2 \tilde{\Pi}(z) \right]. \quad (\text{П.3})$$

В соответствии с [8, формулы (22) и (25)] на поверхности УНТ

$$\tilde{T}(z, \phi) = \sigma_{zz} \int_{-L/2}^{L/2} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}(z')}{\partial z'^2} + k^2 \tilde{\Pi}(z') \right] G(R, \phi, z - z') dz' =$$

$$= \int_{-L/2}^{L/2} \frac{j(z')}{r} \exp(ikr) dz' = -j(z)X + V(z, j(z)), \quad (\text{П.4})$$

где

$$X = -2K_0(\kappa R)I_0(\kappa R);$$

$$r^2 = (z - z')^2 + \zeta^2, \quad \zeta = 2R \sin(\phi / 2).$$

Из (П.1) и (П.4) следует

$$\Pi(z) = \tilde{\Pi}(z) - \Phi(z) = -\frac{i2\pi R X}{\omega} j(z) + \frac{i2\pi R}{\omega} V(z, j(z)) =$$

$$= \frac{i2\pi\sigma_{zz} R X}{\omega} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}(z)}{\partial z^2} + k^2 \tilde{\Pi}(z) \right] + \frac{i2\pi R}{\omega} V(z, j(z)). \quad (\text{П.5})$$

Здесь

$$V[z, j(z)] = \int_{-L/2}^{L/2} \ln(2q|z - z'|) \exp(ik|z - z'|) \times$$

$$\times \left[\frac{z - z'}{|z - z'|} \frac{\partial j(z')}{\partial z'} - ikj(z') \right] dz'.$$

Sadykov N.R., Scorkin N.A. Influence of non-stationary electric field on an array of weakly interacting carbon nanotubes.

The mechanism of influence of non-stationary electric field on system of weakly interacting carbon nanotubes is considered. For current density the equation is received, which is the operator-difference equation of the second order on the space, where “grid points” coincide with grapheme atomic arrangement. It is offered to replace the difference operator by Laplace operator in two-dimensional case. The received results allow to consider the effect of generation of millimeter radiation.

Из (П.5) следует

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 - \frac{i\omega}{2\pi\sigma_{zz} R X} \right] \tilde{\Pi}(z) =$$

$$= -\frac{i\omega}{2\pi\sigma_{zz} R X} \Phi(z) + \frac{1}{\sigma_{zz} X} V(z, j(z)). \quad (\text{П.6})$$

1. *Садьков Н.Р., Скоркин Н.А.* Воздействие нестационарного электрического поля на углеродные нанотрубки // Оптика атмосф. и океана. 2012. Т. 25, № 4. С. 344–348.
2. *Shuba M.V., Maksimenko S.A., Lakhtakia A.* Electromagnetic wave propagation in an almost circular bundle of closely packed metallic carbon nanotube // Phys. Rev. B. 2007. V. 76, N 24. P. 155407 (1–9).
3. *Slepyan G.Ya., Maksimenko S.A., Lakhtakia A., Yevtushenko O.M., Gusakov A.V.* Electrodynamics of carbon nanotubes: Dynamic conductivity, impedance boundary conditions and surface wave propagation // Phys. Rev. B. 1999. V. 60, N 24. P. 17136–17149.
4. *Максименко С.А., Слепян Г.Я.* Электродинамика углеродных нанотрубок // Радиотехн. и электрон. 2002. Т. 47, № 3. С. 261–280.
5. *Максименко С.А., Слепян Г.Я.* Электромагнитные свойства наноструктур // Вестн. Фонда фундаментальных исследований. 2006. № 4. С. 92–113.
6. *Hagmann M.J.* Isolated carbon nanotubes as high-impedance transmission lines for microwave through terahertz frequencies // IEEE Trans. on Nanotechnol. 2005. V. 4, N 2. P. 289–296.
7. *Batrakov K.G., Maksimenko S.A., Kuzhir P.P., Thomsen C.* Carbon nanotube as a Cherenkov-type light emitter and free electron laser // Phys. Rev. B. 2009. V. 79. 125408 (1–12).
8. *Slepyan G.Ya., Shuba M.V., Maksimenko S.A., Lakhtakia A.* Theory of optical scattering by achiral carbon nanotubes and their potential as optical nanoantennas // Phys. Rev. B. 2006. V. 73. P. 195416 (1–11).
9. *Садьков Н.Р., Садькова М.О.* Распространение сверхкоротких импульсов в нелинейных диспергирующих средах при наличии поглощения // Оптика атмосф. и океана. 1998. Т. 11, № 2–3. С. 223–227.
10. *Садьков Н.Р.* Эволюция огибающей субпикосекундных импульсов // Оптика и спектроскопия. 1999. Т. 86, № 2. С. 307–310.
11. *Садьков Н.Р.* Эволюция солитонов в одномодовых волоконных световодах с несмещенной дисперсией // Оптика и спектроскопия. 2001. Т. 90, № 5. С. 812–816.
12. *Садькова М.О., Садьков Н.Р., Паришук И.Э.* Моделирование передающих свойств оптических жгутов // Изв. Челяб. науч. центра. 2005. Вып. 4. С. 15–20.
13. *Садьков Н.Р., Садькова М.О., Паришук И.Э., Афанасьев А.Н.* Вывод системы эволюционных уравнений для оптических жгутов // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19, № 2–3. С. 248–253.
14. *Садьков Н.Р.* Вывод системы эволюционных уравнений в оптических жгутах // Оптика и спектроскопия. 2006. Т. 101, № 6. С. 1018–1022.
15. *Jishi R.A., Dresselhaus M.S., Dresselhaus G.* Electron-photon coupling and the electrical conductivity of fullerene nanotubes // Phys. Rev. B. 1993. V. 48, N 15. P. 11385–11389. doi:10.1103/PhysRevB.48.11385.