

Формирование заданных распределений интенсивности. Часть 2: Генетический алгоритм и его комбинация с алгоритмами покоординатного спуска и алгоритмом Гершберга–Сакстона

А.С. Микрюков, И.В. Ильина, Т.Ю. Черезова*

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
119992, г. Москва, ГСП-2, Ленинские горы

Поступила в редакцию 4.05.2009 г.

Для формирования заданных распределений световых полей предлагается гибридная методика, являющаяся комбинацией генетического алгоритма и алгоритма Гершберга–Сакстона. Анализируется эффективность этой методики по сравнению с генетическим алгоритмом, а также с комбинацией генетического алгоритма с алгоритмами покоординатного спуска с постоянным и переменным шагом.

Ключевые слова: генетический алгоритм, алгоритм Гершберга–Сакстона, формирование световых пучков, гибридная методика; genetic algorithm, Gerchberg–Saxton algorithm, laser beam shaping, hybrid technique.

Введение

Для формирования лазерного излучения с заданной пространственной структурой разработаны различные методы и алгоритмы [1]. В работе [2] было проведено исследование эффективности применения так называемых алгоритмов локального поиска (алгоритма Гершберга–Сакстона, алгоритмов покоординатного спуска с постоянным и переменным шагом) для формирования кольцевого, квадратного и эллиптического распределений интенсивности. Была продемонстрирована зависимость данных алгоритмов от начальных условий. Для повышения точности формирования были предложены два гибридных алгоритма, представляющие собой комбинацию алгоритма Гершберга–Сакстона и алгоритма покоординатного спуска и отличающиеся последовательностью их выполнения. Использование гибридных алгоритмов позволило значительно повысить качество формирования заданных распределений интенсивности и сгладить зависимость эффективности формирования от выбора начальных данных.

Альтернативой существующим алгоритмам локального поиска являются алгоритмы глобального поиска, которые позволяют избежать стагнации в области локального экстремума и найти наилучшее решение задачи — так называемый глобальный экстремум оптимизируемой функции. К таким алгоритмам относится генетический алгоритм [3], в основу которого

были положены генетические процессы биологических организмов [4]. Генетический алгоритм (ГА), как было показано в работах [5–7], может эффективно применяться для подбора фазовых функций различных корректоров при решении задач формирования излучения. В данной статье исследуется эффективность применения комбинаций генетического алгоритма с алгоритмами покоординатного спуска (АПС) и алгоритмом Гершберга–Сакстона (АГС) на примере формирования кольцевого, квадратного и эллиптического распределений интенсивности.

1. Генетический алгоритм в задаче формирования излучения

При использовании ГА решение конкретной задачи должно быть специальным образом закодировано, а именно: представлять собой «вектор» (хромосому), состоящий из определенного количества управляемых параметров (генов). В данной работе ГА применялся для отыскания фазовой функции корректора $\varphi(x, y)$, заданной в виде линейной комбинации полиномов Цернике:

$$\varphi(x, y) = \sum_{i=1}^n a_i Z_i(x, y),$$

где a_i — амплитуда i -го полинома Цернике, рад; $Z_i(x, y)$ — i -й полином Цернике. В соответствии с этим отыскиваемое «вектор-решение» представляло собой набор амплитуд полиномов Цернике. Принципиальная схема генетического алгоритма и используемая оптическая схема эксперимента приведены на рис. 1.

* Алексей Сергеевич Микрюков (anzio64@gmail.com); Инна Вячеславовна Ильина (ilyina_inna@mail.ru); Татьяна Юрьевна Черезова (cherezova@mail.ru).

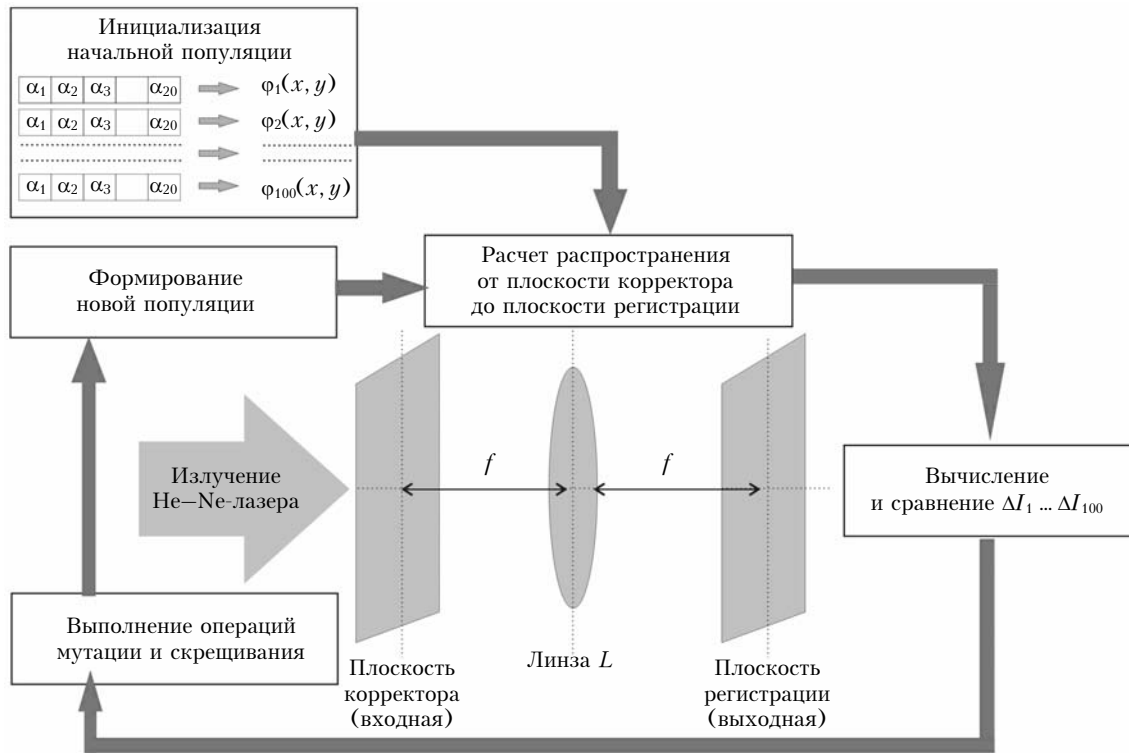


Рис. 1. Схематическая диаграмма генетического алгоритма

На первом шаге алгоритма создается популяция – начальный набор «векторов-решений» (100 штук). Каждый вектор задает фазовую функцию корректора, после чего рассчитывается распространение излучения через выбранную оптическую систему от входной плоскости корректора до выходной плоскости регистрации. В данном случае оптическая система представляла собой систему типа «пространство–линза–пространство», таким образом, световые поля в плоскости корректора и плоскости регистрации связаны преобразованием Фурье. Распределения интенсивности в плоскости регистрации, соответствующие заданным в плоскости корректора «векторам», используются для вычисления оценочной функции ΔI (функции приспособленности). Функция приспособленности представляет собой среднеквадратическое отклонение рассчитываемого в выходной плоскости профиля интенсивности $I_i(x_1, y_1)$ от идеального $I_1(x_1, y_1)$, которое требуется сформировать:

$$\Delta I = \sqrt{\frac{\iint (I_1(x_1, y_1) - I_i(x_1, y_1))^2 dx_1 dy_1}{\iint I_1^2(x_1, y_1) dx_1 dy_1}}, \quad (1)$$

где (x_1, y_1) – декартовы координаты расчетной сетки в выходной плоскости.

После вычисления оценочных функций ГА переходит на следующую итерацию, которая начинается с формирования новой популяции. Новая популяция формируется следующим образом: 40 особей из прошлой популяции, имеющих наилучшую оценочную функцию, переходят в новую популяцию без изменения, из них лучшие 20 особей подвергаются про-

цедуре «мутации», т.е. случайному изменению определенного количества управляемых параметров на заданную величину (амплитуду мутации), и также входят в новую популяцию. Из 60 особей, оставшихся в старой популяции, 30 подвергаются процедуре скрещивания, т.е. обмениваются значениями управляемых параметров, начиная с задаваемой случайным образом «точки излома». Из оставшихся 30 особей в новую популяцию случайным образом отбираются 10 особей, после чего новая популяция считается полностью сформированной.

Основные характеристики излучения и параметры оптической схемы, используемые при численном моделировании, были следующими. Использовалось коллимированное излучение He–Ne-лазера (длина волны $\lambda = 0,63 \cdot 10^{-6}$ м) гауссовой формы (полуширина пучка по уровню убывания интенсивности в e^2 раз $\omega = 1 \cdot 10^{-2}$ м). Излучение проходит через фазовый корректор, расположенный во входной плоскости, как отмечено на рис. 1. Входная плоскость корректора лежит в передней фокальной плоскости линзы L (фокусное расстояние $f = 0,35$ м), а выходная плоскость (плоскость регистрации), в которой необходимо получить излучение с заданным профилем интенсивности, находится в задней фокальной плоскости линзы. Размер расчетной сетки во входной и выходной плоскостях выбирался равным $R_{in} = 4 \cdot 10^{-2}$ м и $R_{out} = 2,4 \cdot 10^{-4}$ м соответственно, а число точек на расчетной сетке $N_{in} = N_{out} = 512$.

При реализации ГА были заданы следующие параметры: «вектор» представлял собой набор из 20 первых полиномов Цернике; значения амплитуд

полиномов Цернике определялись случайным образом в диапазоне $[-2 \text{ рад}; 2 \text{ рад}]$. Амплитуда «мутирующих» генов принималась равной 1 рад; скрещивание осуществлялось по одной точке излома. Формируемые распределения интенсивности (кольцевое, квадратное и эллиптическое) были соответственно заданы следующим образом (рис. 2, а):

$$I(x_1, y_1) = (x_1^2 + y_1^2)^{10} \exp(-2(x_1^2 + y_1^2)/\omega_1^2), \quad (2)$$

где $\omega_1 = 0,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$,

$$I(x_1, y_1) = \begin{cases} I_0, & |x_1|, |y_1| \leq d \\ 0, & |x_1|, |y_1| > d \end{cases}, \quad (3)$$

где $d = 0,75 \cdot 10^{-4} \text{ м}$,

$$I(x_1, y_1) = \exp\left(-\frac{x_1^2}{\omega_X^2} - \frac{y_1^2}{\omega_Y^2}\right), \quad (4)$$

где $\omega_X = 0,75 \cdot 10^{-5} \text{ м}$, $\omega_Y = 0,45 \cdot 10^{-4} \text{ м}$.

В численном эксперименте было обнаружено, что при достаточно большом количестве управляемых параметров (в данном случае 20 полиномов Цернике), задающих «вектор», для формирования излучения требуется выполнение чрезвычайно большого количества итераций, при этом точность формирования за конечное количество итераций оказывается невысокой. Так, например, при формировании коль-

цевого и квадратного распределений интенсивности потребовалось осуществить 100 000 итераций генетического алгоритма для достижения точности формирования 54,5 и 27,4% соответственно. Точность формирования эллиптического распределения интенсивности составила 8,2% после выполнения 50 000 итераций. Результаты формирования при варьировании генетическим алгоритмом 20 полиномов Цернике представлены на рис. 2, б.

Для повышения эффективности работы ГА и сокращения количества итераций, выполняемых при поиске решения задач формирования, количество варьируемых параметров было уменьшено до пяти наиболее значимых для каждого случая формирования полиномов Цернике. В соответствии с этим для формирования кольцевого распределения интенсивности ввиду его осевой симметрии варьировалось пять первых полиномов Цернике, обладающих центральной симметрией ($Z_3, Z_8, Z_{15}, Z_{24}, Z_{35}$), для формирования квадратного распределения интенсивности были выбраны полиномы Z_3 (дефокусировка), Z_{12}, Z_{13} (астигматизмы второго порядка), Z_{16}, Z_{17} (четырёхлистники). При формировании эллиптического распределения интенсивности изменялись амплитуды полиномов Z_1, Z_2 (наклоны), Z_3 (дефокусировка), Z_4, Z_5 (астигматизмы). Аналитические выражения, задающие данные полиномы, указаны в таблице.

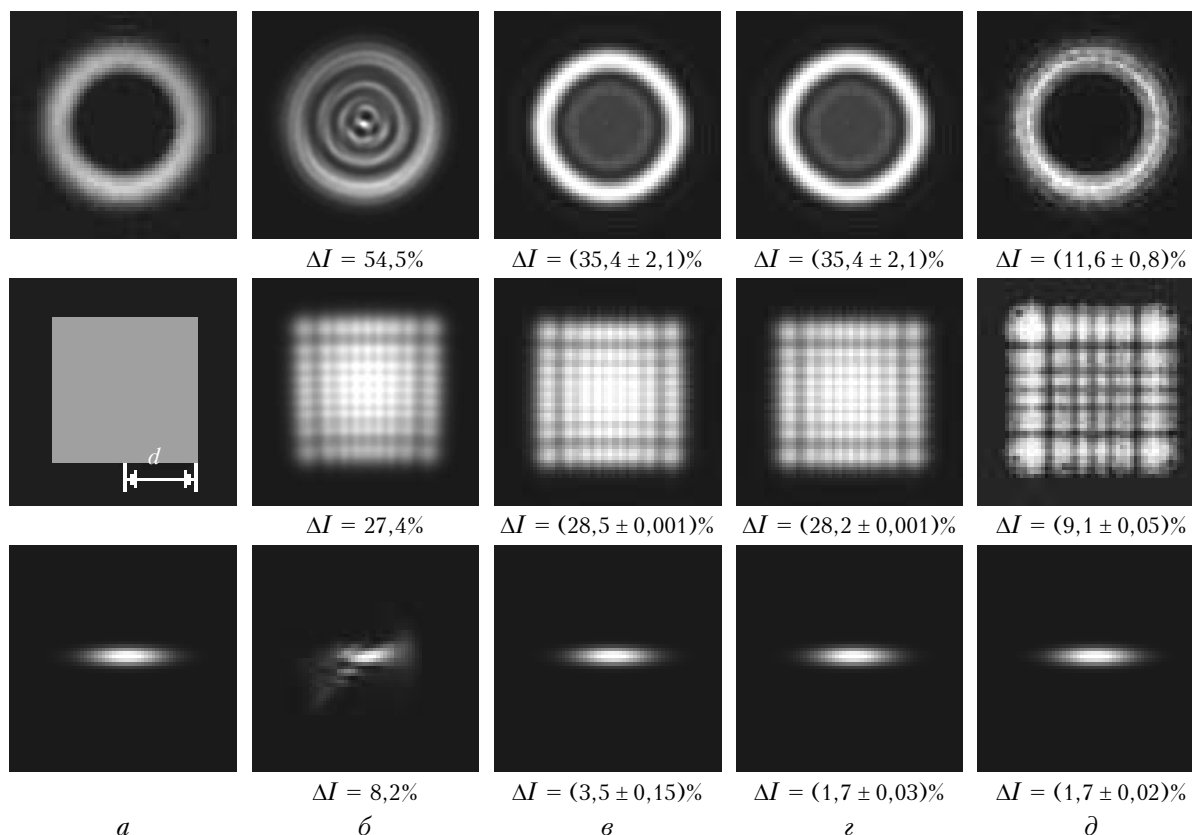


Рис. 2. Формирование заданных распределений интенсивности: а – идеальные распределения интенсивности; б, в – распределения интенсивности, полученные при варьировании генетическим алгоритмом 20 и 5 полиномов Цернике соответственно; г – распределения интенсивности, полученные при совместном использовании ГА и АПС с постоянным шагом; д – распределения интенсивности, полученные при совместном использовании ГА и АГС

Полиномы Цернике, варьируемые генетическим алгоритмом при формировании кольцевого, квадратного, эллиптического распределений интенсивности

Полиномы Цернике	Распределение интенсивности		
	кольцевое	квадратное	эллиптическое
$Z_1 = x$			+
$Z_2 = y$			+
$Z_3 = 2r^2 - 1$, где $r^2 = x^2 + y^2$	+	+	+
$Z_4 = x^2 - y^2$			+
$Z_5 = 2xy$			+
$Z_8 = 1 - 6r^2 + 6r^4$	+		
$Z_{11} = (x^2 - y^2)[-3 + 4(x^2 + y^2)]$		+	
$Z_{12} = -6xy + 8xy(x^2 + y^2)$		+	
$Z_{15} = -1 + 12r^2 - 30r^4 + 20r^6$	+		
$Z_{16} = x^4 - 6x^2y^2 + y^4$		+	
$Z_{17} = 4x^3y - 4xy^3$		+	
$Z_{24} = 1 - 20r^2 + 90r^4 - 140r^6 + 70r^8$	+		
$Z_{35} = -1 + 30r^2 - 210r^4 + 560r^6 - 630r^8 + 252r^{10}$	+		

При уменьшении числа управляемых параметров количество итераций, необходимое для получения решения задач формирования, сократилось и составило в среднем 200 итераций. Помимо этого, при использовании данных наборов управляемых параметров удалось существенно повысить точность формирования эллиптического распределения интенсивности (ошибка составила 3,5%). Ошибка формирования кольцевого распределения интенсивности также была уменьшена до 35,4%. Однако повысить качество формирования квадратного распределения интенсивности не удалось, ошибка формирования немного превысила ошибку формирования при использовании 20 варьируемых полиномов Цернике и составила 28,5%.

Из полученных результатов можно сделать вывод о существенной зависимости количества итераций генетического алгоритма от количества управляемых параметров и о необходимости их тщательного подбора в случаях, когда требуется повышение точности и эффективности отыскания алгоритмом решения за конечное время. Результаты формирования указанных распределений интенсивности при уменьшении управляемых генетическим алгоритмом параметров приводятся на рис. 2, в.

2. Гибридные алгоритмы: объединение генетического алгоритма с алгоритмом покоординатного спуска и алгоритмом Гершберга–Сакстона

Как отмечалось в более ранних работах [7–10], повышение эффективности формирования требуемых профилей интенсивности возможно при объединении ГА с другими алгоритмами, например с алгоритмами локального поиска. В данной статье рассматриваются несколько гибридных алгоритмов, а именно: ком-

бинации генетического алгоритма с алгоритмами покоординатного спуска с постоянным и переменным шагом и алгоритмом Гершберга–Сакстона. В первом случае фазовая функция, полученная с помощью ГА, подавалась «на вход» АПС с постоянным шагом, во втором случае – «на вход» АПС с переменным шагом (т.е. шаг каждый раз уменьшался в 2 раза по мере попадания алгоритма в область стагнации), а в третьем случае – на «вход» АГС.

При последовательном выполнении алгоритмов была отмечена связь между ошибкой формирования после выполнения первого алгоритма (ГА) и итоговой ошибкой формирования после выполнения второго алгоритма (АПС или АГС): итоговая ошибка была тем меньше, чем меньше оказывалась ошибка после ГА. Сокращение величины первой ошибки возможно либо при значительном увеличении числа итераций ГА, либо, как было ранее продемонстрировано, при тщательном подборе управляемых алгоритмом параметров. Поэтому, как и ранее, было решено варьировать генетическим алгоритмом набор из 5 наиболее значимых для каждого случая формирования полиномов Цернике. На рис. 2, г приводятся результаты совместного применения ГА и АПС с постоянным шагом (результаты применения ГА и АПС с переменным шагом практически не отличаются, поэтому не представлены), на рис. 2, д – результаты совместного применения ГА и АГС.

Как видно из рис. 2, при последовательном применении ГА и АПС существенно повысить точность формирования не удастся (исключение составляет только формирование эллиптического распределения интенсивности, где ошибка уменьшилась с 3,5 до 1,7%). С другой стороны, последовательное применение ГА и АГС позволяет значительно уменьшить ошибку формирования с 38,5 до 11% для кольцевого распределения, с 28,5 до 9% для квадратного и с 3,5 до 1,7% для эллиптического распределений интенсивности. Таким образом, данный гибридный алгоритм является наиболее эффективным и предпочтительным по сравнению как с генетическим алгоритмом, так и с его комбинациями с алгоритмами покоординатного спуска.

Заключение

В статье рассматривается известный алгоритм глобального поиска – генетический алгоритм и анализируется эффективность применения данного алгоритма и его комбинаций с алгоритмами локального поиска (алгоритмом покоординатного спуска с постоянным и переменным шагом и алгоритмом Гершберга–Сакстона) для задач формирования кольцевого, квадратного и эллиптического распределений интенсивности. В численном эксперименте продемонстрированы зависимость точности формирования генетическим алгоритмом от количества управляемых им параметров – полиномов Цернике – и возможность ее улучшения при сокращении числа управляемых параметров с 20 до 5 (при этом были выбраны наиболее значимые для каждого случая формирования полиномы). Исследование эффективности гибридных алгоритмов показало, что совмещение

генетического алгоритма с алгоритмами покоординатного спуска не позволяет улучшить качество формирования (кроме случая формирования эллиптического распределения интенсивности, когда ошибка была уменьшена с 3,5 до 1,7%). С другой стороны, последовательное применение генетического алгоритма и алгоритма Гершберга–Сакстона является наиболее эффективным и надежным для всех рассматриваемых задач формирования (ошибку формирования удавалось уменьшить в 2–3 раза).

При сравнении генетического алгоритма с алгоритмами локального поиска, подробно рассмотренными в [2], можно сделать следующие выводы. Каждый из рассмотренных алгоритмов проявляет существенную зависимость от различных параметров: алгоритм Гершберга–Сакстона – от начального фазового приближения, алгоритмы покоординатного спуска – от начальных амплитуд варьируемых полиномов и так же, как генетический алгоритм, от количества используемых полиномов. При тщательном подборе данных параметров, как правило, удается повысить точность формирования, однако не во всех случаях достигается высокая точность формирования (менее 10%). В данных случаях наиболее перспективным является применение гибридных методик. При их использовании удается не только улучшить качество формирования, но и уменьшить влияние указанных выше параметров на эффективность формирования. Два рассмотренных в [2] гибридных алгоритма, объединивших алгоритм покоординатного спуска с алгоритмом Гершберга–Сакстона, и гибридный алгоритм, объединяющий генетический алгоритм с алгоритмом Гершберга–Сакстона, по эффективности формирования не уступают друг другу и позволяют осуществить формирование кольцевого, квадратного и эллиптического распределений интенсивности с высокой точностью.

A.S. Mikryukov, I.V. Plyina, T.Yu. Cherezova. Laser-beam shaping. Part 2: Genetic algorithm and its combination with Hill-climbing and Gerchberg–Saxton algorithms.

A hybrid approach, which combines genetic and Gerchberg–Saxton algorithms is proposed for given intensity distribution formation. The effectiveness of the hybrid algorithm is investigated in comparison with that of genetic algorithm and its combinations with constant-step and variable-step hill-climbing algorithms.

1. *Dickey F.M., Holswade S.C., Shealy D.L.* Laser Beam Shaping applications. CRC Press, 2006. P. 269–339.
2. *Микрюков А.С., Ильина И.В., Черезова Т.Ю.* Формирование заданных распределений интенсивности. Часть 1. Алгоритм Гершберга–Сакстона, алгоритм покоординатного спуска и их комбинации // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23. № 1. С. 59–65.
3. *Zalzala A.M.S., Fleming P.J.* Genetic Algorithms in Engineering Systems. London: Institution of Electrical Engineers, 1997. P. 1–41.
4. *Qi X., Palmieri F.* Theoretical analysis of evolutionary algorithms with an infinite population size in continuous space: Part I. Basic properties of selection and mutation // IEEE Trans. Neural Netw. 1994. V. 5. N 1. P. 102–119.
5. *Johnson E.G., Kathman A.D., Hochmuth D.H., Cook A., Brown D.R., Delaney B.* Advantages of genetic algorithm optimization methods in diffractive optic design // Diffractive and Miniaturized Optics / Ed. by S.-H. Lee. Bellingham; Wash.: SPIE Press, 1993. V. CR49 of Critical Review Series. P. 54–74.
6. *Evans N.C., Shealy D.L.* Design and optimization of an irradiance profile-shaping system with a genetic algorithm method // Appl. Opt. 1998. V. 37. N 22. P. 5216–5221.
7. *Sheldakova J.V., Cherezova T.Y., Kudryashov A.V.* Genetic and hill-climbing algorithms for high power laser beam correction // Proc. SPIE. 2005. V. 5975. P. 265–272.
8. *Zhou G., Chen Y., Wang Z., Song H.* Genetic local search algorithm for optimization design of diffractive optical elements // Appl. Opt. 1999. V. 38. N 20. P. 4281–4290.
9. *Zhou G., Yuan X., Dowd P., Lam Y.-L., Chan Y.-C.* Design of diffractive phase elements for beam shaping: hybrid approach // J. Opt. Soc. Amer. A. 2001. V. 18. N 4. P. 791–800.
10. *Шелдакова Ю.В., Кудряшов А.В., Рукосуев А.Л., Черезова Т.Ю.* Использование гибридного алгоритма управления биморфным зеркалом для фокусировки светового излучения // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20. № 4. С. 380–383.