«Оптика атмосферы и океана», **24**, № 2 (2011)

УДК 539.194:539.196.3

Общее решение задачи расчета оптико-акустического сигнала в газе при учете тепловой диффузии

А.Е. Протасевич*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 16.08.2010 г.

В пренебрежении только производной по времени от избыточного давления в уравнении теплопроводности получено точное решение системы двух линеаризованных уравнений гидродинамики, описывающих формирование оптико-акустического сигнала в газах. В данном решении кроме тепловой диффузии (теплопроводности) учитываются также протяженность во времени процесса релаксации возбужденных молекул при переходе поглощенной световой энергии лазерного излучения в тепло и диффузия возбужденных молекул из освещенной области.

Ключевые слова: оптико-акустический, газ, теплопроводность, релаксация, диффузия; optoacoustic, gas, thermal conductivity, relaxation, diffusion.

Введение

Всем хорошо известна система двух линеаризованных уравнений гидродинамики [1], описывающих формирование оптико-акустических сигналов в газах. Эта система уравнений может быть сведена к одному дифференциальному уравнению четвертого порядка относительно приращения температуры, однако в большинстве практических случаев задача нахождения оптико-акустических сигналов сводится к независимому решению двух уравнений, получающихся из исходных при пренебрежении связью между звуковыми и тепловыми полями [1]. Так, в работе [2] решена задача о формировании «звукового» оптико-акустического сигнала для случая теплового источника с мгновенной релаксацией возбужденных лазерным импульсом молекул в открытом пространстве. В недавней работе [3] предложено обобщение этих решений на случай, когда учитываются продолжительность во времени процесса релаксации возбужденных молекул, а также возможность их диффузии из освещенной области. Однако в этой работе автор не рассмотрел влияние тепловой диффузии (теплопроводности) на процесс формирования оптико-акустического сигнала. Такое обобщение, т.е. учет решения уравнения теплопроводности для получения более точного теплового источника, для рассмотренных ситуаций провести возможно, и это является целью настоящей работы. Решение задачи в таком виде представляется, по мнению автора, наиболее полным на текущий момент времени.

* Александр Евгеньевич Протасевич (A.E.Protasevich@mail.ru).

Модель, предположения и обозначения

В основу данной работы положена система двух уравнений, описывающих формирование оптико-акустического сигнала в газе [1]. Приращения температуры T_1 (избыточная температура) и давления p_1 (избыточное давление), согласно [1], должны удовлетворять следующей системе:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} - K\nabla^2 T_1 = \frac{1}{\rho_0 C_V}\left(\frac{\partial p_1}{\partial t} + W\right); \tag{1}$$

$$v^2\nabla^2\left(p_1 + \frac{\kappa}{T_0 C_V}\frac{\partial T_1}{\partial t}\right) - \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = -(\gamma-1)\frac{\partial W}{\partial t}. \tag{2}$$

Здесь ρ_0 – равновесная плотность; T_0 – равновесная температура; t – время; $\nabla^2 \equiv \Delta$ – оператор Лапласа [4]; C_V и κ – теплоемкость (при постоянном объеме) и теплопроводность газа; W – плотность внешних тепловых источников на единицу объема; γ – отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и объеме; $K = \dfrac{\kappa}{\rho_0 C_V}$ – коэффициент тепловой диффузии; v – скорость звука [1].

В общем случае плотность тепловых источников определяется из соотношения [1]:

$$W = N_1 \omega_{VT} h\nu, \tag{3}$$

где $\omega_{VT} = 1/\tau_{VT}$; τ_{VT} – время колебательно-поступательной релаксации, ответственной за переход энергии возбуждения молекул в тепло; N_1 – населенность верхнего колебательного уровня (которая является функцией времени и пространственной координаты); h — постоянная Планка; ν — частота излучения.

В данной статье рассматривается задача о формировании оптико-акустического сигнала в поглощающем газе (или смеси активного и буферного газов) в открытом пространстве при прохождении лазерного импульса с гауссовой формой распределения интенсивности I по поперечному сечению пучка. Временная зависимость интенсивности I импульса лазерного излучения будет моделироваться либо мгновенным (дельта-образным) импульсом, либо прямоугольным импульсом, либо импульсом гауссовой формы. Таким образом, будет предполагаться, что задача является цилиндрически симметричной, с осью симметрии совпадающей с оптической осью лазерного пучка. Кроме этого будет предполагаться, что поглощение света невелико и, следовательно, интенсивность лазерного излучения постоянна по всей длине пути лазерного луча. Вышесказанное означает, что интенсивность импульса лазерного излучения может быть представлена в виде

$$I(r,t) = \frac{E}{2\pi}\psi(r)\varphi(t), \tag{4}$$

где r — расстояние до оптической оси; E — полная энергия лазерного импульса:

$$E = 2\pi\int_{-\infty}^{+\infty}dt\int_{0}^{\infty}r dr\, I(r,t);$$

функция

$$\psi(r) = \frac{2}{r_G^2}\exp\left(-\frac{r^2}{r_G^2}\right)$$

описывает пространственное распределение интенсивности (параметр r_G характеризует радиус гауссова пучка), а функция $\varphi(t)$ определяет временную зависимость интенсивности лазерного излучения:

1) мгновенный импульс:

$$\varphi(t) = \delta(t). \tag{5}$$

Здесь посредством $\delta(t)$ обозначена дельта-функция Дирака [5];

2) импульс прямоугольной формы:

$$\varphi(t) = \frac{\vartheta(t)\vartheta(\tau - t)}{\tau}. \tag{6}$$

Здесь посредством $\vartheta(t)$ обозначена единичная функция Хевисайда [5], определяемая как

$$\vartheta(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0, \end{cases}$$

параметр τ характеризует длительность импульса;

3) импульс гауссовой формы:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\tau}\exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right), \tag{7}$$

параметр τ характеризует длительность импульса.

При высоком давлении газа процесс преобразования поглощенной световой энергии в тепло можно считать мгновенным, что всегда и делают. Однако при рассмотрении задачи о генерации оптико-акустического сигнала в газе, находящемся при низком давлении, необходимо учитывать как временную протяженность самого процесса релаксации возбужденных молекул, так и процесс их диффузии из освещенной области [6]. Такой подход видится наиболее продуктивным, тем более что случай мгновенной релаксации возбужденных молекул всегда можно получить в пределе, когда время колебательно-поступательной релаксации τ_{VT} стремится к нулю. Согласно этому подходу временная зависимость плотности возбужденных молекул $N_1(r, t)$ из (3) описывается уравнением [6], которое в цилиндрически симметричном случае будет иметь вид

$$\frac{\partial N_1(r,t)}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 N_1(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial N_1(r,t)}{\partial r}\right) - \\ - \omega_{VT}N_1(r,t) + \Phi(r,t), \tag{8}$$

где D — коэффициент диффузии возбужденных молекул; ω_{VT} — имеет тот же смысл, что и в (3); r и t — имеют тот же смысл, что и в (1), (2); $\Phi(r, t)$ — мощность источника генерации возбужденных молекул, которая пропорциональна произведению коэффициента поглощения света α и интенсивности лазерного излучения $I(r, t)$. Подчеркнем, что в настоящей статье рассматривается только линейное поглощение света, т.е. предполагается, что коэффициент поглощения света α является константой. Кроме того, предполагается, что до воздействия импульса лазерного излучения на поглощающий газ плотность возбужденных молекул $N_1(r, t)$ была равна нулю, и это будет служить начальным условием для уравнения (8).

Начальные условия для системы уравнений (1) и (2) следует выбирать из того, что в начальный момент времени система находилась в равновесном состоянии и, следовательно, приращение температуры и приращение давления отсутствовали.

В [1] приведено, что в большинстве практических случаев связь между звуковыми и тепловыми полями через члены $\partial p_1/\partial t$ в (1) и $\partial T_1/\partial t$ в (2) достаточно слаба, так что задача нахождения оптико-акустических сигналов сводится к независимому решению двух уравнений:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} - K\nabla^2 T_1 = \frac{1}{\rho_0 C_V}W, \tag{9}$$

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - \upsilon^2\nabla^2 p_1 = (\gamma - 1)\frac{\partial W}{\partial t}. \tag{10}$$

Уравнение (10) решалось в работе [2] в предположении, что релаксация возбужденных молекул происходит мгновенно, а в [3] приведено решение, учитывающее продолжительность во времени процесса релаксации возбужденных молекул и их диффузию из освещенной области. При этом полностью игнорировалось уравнение (9).

В настоящей статье будет представлено точное решение системы уравнений (2) и (9), которая посредством решения уравнения теплопроводности (9) учитывает изменение размеров теплового источника за счет тепловой диффузии. Подобная система уравнений для описания оптико-акустического сигнала, но в жидкости, приведена в работе [7], в которой, однако, при получении решения тепловой диффузией (теплопроводностью) пренебрегается.

Отметим, что уравнение (2) после подстановки в него выражения для плотности внешних тепловых источников на единицу объема W, полученного из уравнения (9), принимает вид

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - v^2\nabla^2 p_1 = (\gamma-1)\rho_0 C_V \frac{\partial^2 T_1}{\partial t^2} + \kappa\left(\frac{v^2}{T_0 C_V} - \gamma + 1\right)\nabla^2 \frac{\partial T_1}{\partial t}. \quad (11)$$

Цилиндрически симметричное решение для оптико-акустического сигнала в газе при учете тепловой диффузии (теплопроводности)

В цилиндрически симметричном случае уравнение (9) с использованием прежде введенных обозначений можно переписать в виде

$$\kappa\left(\frac{\partial^2 T_1(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_1(r,t)}{\partial r}\right) - \rho_0 C_V \frac{\partial T_1(r,t)}{\partial t} = -W(r,t),$$

и его решением, согласно [5], будет

$$\frac{\partial}{\partial t}T_1(r,t) = \frac{1}{\rho_0 C_V}\int_{-\infty}^{t} d\zeta \int_0^{\infty} d\xi\, G(r,\xi,t-\zeta)\frac{\partial}{\partial \zeta}W(\xi,\zeta), \quad (12)$$

где функция Грина имеет вид

$$G(r,\xi,t) = \frac{\xi}{2Kt}\exp\left(-\frac{r^2+\xi^2}{4Kt}\right) I_0\left(\frac{r\xi}{2Kt}\right),$$

а посредством I_0 здесь и далее обозначена модифицированная функция Бесселя.

Аналогично решением уравнения (8), опять согласно [5], будет

$$N_1(r,t) = \int_{-\infty}^{t} dt' \exp\left(-\omega_{VT}(t-t')\right)\int_0^{\infty} d\xi\, \tilde{G}(r,\xi,t-t')\Phi(\xi,t'), \quad (13)$$

где функция Грина определяется по формуле

$$\tilde{G}(r,\xi,t) = \frac{\xi}{2Dt}\exp\left(-\frac{r^2+\xi^2}{4Dt}\right) I_0\left(\frac{r\xi}{2Dt}\right).$$

Подстановка (13) в (3) и последующая подстановка полученного выражения в (12) и определяет искомую производную по времени от приращения температуры, которая в дальнейшем используется для определения акустического источника в волновом уравнении (11). Как уже отмечалось ранее, величина $\Phi(r, t)$ в (13) пропорциональна произведению коэффициента поглощения света α и интенсивности лазерного излучения $I(r, t)$, которая для рассматриваемых модельных импульсов имеет вид (4) и (5)–(7).

Уравнение (11) в случае цилиндрической симметрии имеет вид

$$\frac{\partial^2 p_1(r,t)}{\partial t^2} - v^2\left(\frac{\partial^2 p_1(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p_1(r,t)}{\partial r}\right) = = a\frac{\partial^2 T_1(r,t)}{\partial t^2} + b\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 T_1(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_1(r,t)}{\partial r}\right), \quad (14)$$

где для сокращения последующей записи введены следующие обозначения:

$$a = (\gamma-1)\rho_0 C_V; \qquad b = \kappa\left(\frac{v^2}{T_0 C_V} - \gamma + 1\right).$$

Решение уравнения (14), в соответствии с формулами, приведенными в [2], можно записать в виде

$$p_1(r,t) = a\int_{-\infty}^{t} dt' \int_0^{\infty} r'dr' \int_0^{\infty} kdk \cos kv(t-t') \times J_0(kr)J_0(kr')\frac{\partial T_1(r',t')}{\partial t'} + b\int_{-\infty}^{t} dt' \int_0^{\infty} r'dr' \int_0^{\infty} kdk \cos kv(t-t') \times J_0(kr)J_0(kr')\left(\frac{\partial^2 T_1(r',t')}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'}\frac{\partial T_1(r',t')}{\partial r'}\right), \quad (15)$$

где посредством J_0 обозначена бесселева (цилиндрическая) функция нулевого порядка первого рода [8].

Пользуясь [4, 8], нетрудно увидеть, что для всех рассматриваемых в настоящей статье случаев с различной модельной интенсивностью лазерного импульса (4) и (5)–(7) будут удовлетворяться соотношения:

$$\int_{-\infty}^{t} dt' \int_0^{\infty} r'dr' \int_0^{\infty} kdk \cos kv(t-t') J_0(kr)J_0(kr') \times \left(\frac{\partial^2 T_1(r',t')}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'}\frac{\partial T_1(r',t')}{\partial r'}\right) =$$
$$= \int_{-\infty}^{t} dt'' \int_{-\infty}^{t''} dt' \int_0^{\infty} r'dr' \int_0^{\infty} kdk \cos kv(t''-t') \times J_0(kr)J_0(kr')\frac{\partial}{\partial t'}\left(\frac{\partial^2 T_1(r',t')}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'}\frac{\partial T_1(r',t')}{\partial r'}\right) =$$
$$= \frac{1}{v}\int_{-\infty}^{t} dt' \int_0^{\infty} r'dr' \int_0^{\infty} dk \sin kv(t-t') \times J_0(kr)J_0(kr')\frac{\partial}{\partial t'}\left(\frac{\partial^2 T_1(r',t')}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'}\frac{\partial T_1(r',t')}{\partial r'}\right)$$

и

$$\int_0^{\infty} rdr J_0(kr)\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 T_1(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_1(r,t)}{\partial r}\right) = -k^2\int_0^{\infty} rdr J_0(kr)\frac{\partial T_1(r,t)}{\partial t}.$$

С помощью этих соотношений и выражений (3), (4), (12), (13), (15) окончательное решение уравнения (14) можно записать в общем виде

$$p_1(r,t) = \frac{\alpha E \omega_{VT}}{2\pi\rho_0 C_V} \int_0^\infty k dk\, J_0(kr) \exp(-k^2 r_G^2/4) \times$$
$$\times \frac{1}{\omega_{VT} + k^2 D - k^2 K} \int_{-\infty}^0 dz \left(a\cos kvz + \frac{kb}{v}\sin kvz \right) \times$$
$$\times \left[(\omega_{VT} + k^2 D) \int_{-\infty}^0 dx \varphi(x+z+t) \exp\left((\omega_{VT} + k^2 D) x \right) - \right.$$
$$\left. -k^2 K \int_{-\infty}^0 dx \varphi(x+z+t) \exp(k^2 K x) \right] \qquad (16)$$

для любого из трех рассматриваемых модельных лазерных импульсов.

В выражении (16) использованы ранее введенные обозначения, в частности посредством α обозначен коэффициент поглощения света, а посредством E — полная энергия лазерного импульса, так что произведение этих двух величин αE есть поглощенная газом световая энергия лазерного импульса, приходящаяся на единицу длины пути лазерного луча, которая, в свою очередь, полностью преобразовалась в тепло. Чтобы не загромождать статью выписыванием простых, но громоздких окончательных результатов, приведем здесь только значения интегралов, входящих в (16) для всех рассматриваемых моделей лазерного импульса (4) и (5)–(7). Все эти выражения могут быть получены с помощью формул, приведенных в [8].

1) Мгновенный импульс

В этом случае функция $\varphi(t)$ определяется выражением (5), и мы, следовательно, имеем

$$\int_{-\infty}^0 dz \cos kvz \int_{-\infty}^0 dx \varphi(x+z+t) \exp(\lambda x) =$$
$$= \begin{cases} 0 & \text{при } t<0, \\ \dfrac{1}{\lambda^2+(kv)^2}\{\lambda[\cos kvt - \exp(-\lambda t)] + kv \sin kvt\} & \text{при } t>0; \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^0 dz \sin kvz \int_{-\infty}^0 dx \varphi(x+z+t) \exp(\lambda x) =$$
$$= -kv \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^0 dz \cos kvz \int_{-\infty}^0 dx \varphi(x+z+t') \exp(\lambda x) =$$
$$= \begin{cases} 0 & \text{при } t<0, \\ \dfrac{1}{\lambda^2+(kv)^2}\{kv[\cos kvt - \exp(-\lambda t)] - \lambda \sin kvt\} & \text{при } t>0. \end{cases}$$

2) Импульс прямоугольной формы

В этом случае функция $\varphi(t)$ определяется выражением (6), что приводит к следующим выражениям:

$$\int_{-\infty}^0 dz \cos kvz \int_{-\infty}^0 dx \varphi(x+z+t) \exp(\lambda x) =$$
$$= \begin{cases} 0 & \text{при } t<0, \\ \left(\dfrac{1}{kv\tau}\right)\dfrac{1}{\lambda^2+(kv)^2} \times \\ \times\{kv[\exp(-\lambda t) - \cos kvt] + \lambda \sin kvt\} & \text{при } 0<t<\tau, \\ \left(\dfrac{1}{kv\tau}\right)\dfrac{1}{\lambda^2+(kv)^2}\{kv[\exp(-\lambda t) - \cos kvt - \\ -\exp\left(-\lambda(t-\tau)\right) + \cos kv(t-\tau)] + \\ +\lambda[\sin kvt - \sin kv(t-\tau)]\} & \text{при } t>\tau; \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^0 dz \sin kvz \int_{-\infty}^0 dx \varphi(x+z+t) \exp(\lambda x) =$$
$$= -kv \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^0 dz \cos kvz \int_{-\infty}^0 dx \varphi(x+z+t') \exp(\lambda x) =$$
$$= \begin{cases} 0 & \text{при } t<0, \\ \left(\dfrac{1}{kv\tau\lambda}\right)\dfrac{1}{\lambda^2+(kv)^2}\{\lambda^2[\cos kvt - 1] + \\ +(kv)^2[\exp(-\lambda t) - 1] + \lambda kv \sin kvt\} & \text{при } 0<t<\tau, \\ \left(\dfrac{1}{kv\tau\lambda}\right)\dfrac{1}{\lambda^2+(kv)^2}\{\lambda^2[\cos kvt - \cos kv(t-\tau)] + \\ +(kv)^2\left[\exp(-\lambda t) - \exp\left(-\lambda(t-\tau)\right)\right] + \\ +\lambda kv\left[\sin kvt - \sin kv(t-\tau)\right]\} & \text{при } t>\tau. \end{cases}$$

3) Импульс гауссовой формы

В этом случае функция $\varphi(t)$ определяется выражением (7) и значения интегралов имеют вид

$$\int_{-\infty}^0 dz \cos kvz \int_{-\infty}^0 dx \varphi(x+z+t) \exp(\lambda x) =$$
$$= \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right)\frac{1}{\lambda^2+(kv)^2} \times$$
$$\times \left\{ \lambda \left[\mathrm{Re}\left(\exp(-z^2)\mathrm{erfc}(-iz)\Big|_{z=\frac{kv\tau}{2}-i\frac{t}{\tau}} \right) - \right. \right.$$
$$\left. -\exp(x^2)\mathrm{erfc}(x)\Big|_{x=\frac{\lambda\tau}{2}-\frac{t}{\tau}} \right] +$$
$$\left. +kv\,\mathrm{Im}\left(\exp(-z^2)\mathrm{erfc}(-iz)\Big|_{z=\frac{kv\tau}{2}-i\frac{t}{\tau}} \right) \right\};$$

$$\int_{-\infty}^{0} dz \sin kvz \int_{-\infty}^{0} dx \varphi(x+z+t) \exp(\lambda x) =$$

$$= -kv \int_{-\infty}^{t} dt' \int_{-\infty}^{0} dz \cos kvz \int_{-\infty}^{0} dx \varphi(x+z+t') \exp(\lambda x) =$$

$$= \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right) \frac{1}{\lambda^2 + (kv)^2} \times$$

$$\times \left\{ kv \left[\mathrm{Re}\left(\exp(-z^2) \mathrm{erfc}(-iz) \Big|_{z=\frac{kv\tau}{2} - i\frac{t}{\tau}} \right) - \right. \right.$$

$$\left. - \exp(x^2) \mathrm{erfc}(x) \Big|_{x=\frac{\lambda\tau}{2} - \frac{t}{\tau}} \right] -$$

$$\left. - \lambda \mathrm{Im}\left(\exp(-z^2) \mathrm{erfc}(-iz) \Big|_{z=\frac{k\mathrm{v}\tau}{2} - i\frac{t}{\tau}} \right) \right\}.$$

Здесь i обозначает мнимую единицу; $\mathrm{erf}(x)$ – интеграл вероятностей, а $\mathrm{erfc}(x) = 1 - \mathrm{erf}(x)$ – дополнительный интеграл вероятностей [5, 8], так что выполняются равенства:

$$\exp(-z^2)\mathrm{erfc}(-iz) = -i\exp(-z^2)\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{z}^{\infty}\exp(t^2)dt =$$

$$= \exp(-z^2)\left(1 + i\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{z}\exp(t^2)dt\right).$$

С некоторыми свойствами и существующими алгоритмами вычисления этой специальной функции можно ознакомиться в работе [9], а также в цитируемой там литературе.

Очевидно, что во всех приведенных выражениях в качестве параметра λ нужно выбирать поочередно $\omega_{VT} + k^2D$ и k^2K, чтобы получить члены, содержащиеся в (16).

Заключение

В настоящей статье получены аналитические выражения, позволяющие рассчитывать избыточное давление звуковой волны, возникающей в газе при преобразовании в тепло поглощенной им световой энергии лазерного импульса с пространственным распределением интенсивности, имеющим гауссову форму. Задача обладала цилиндрической симметрией с осью симметрии, совпадающей с оптической осью, и решалась в открытом пространстве в стандартном для таких задач предположении, что поглощение излучения на пути лазерного луча незначительно, так что можно считать: интенсивность лазерного излучения постоянна по всей длине пути луча (двумерная задача).

Плотность тепловых источников определялась из решения уравнения, описывающего релаксацию возбужденных молекул после поглощения ими световой энергии лазерного импульса. Это уравнение также содержало член, описывающий диффузию возбужденных молекул из освещенной области. Нетрудно видеть, что при низких давлениях газа диффузия возбужденных молекул начинает заметно сказываться на результатах вычислений, получаемых с помощью приведенных в данной статье формул. Поскольку численные расчеты по этим формулам не вызывают абсолютно никаких затруднений, то подробный анализ результатов расчетов здесь не приводится.

Рассматривалось три вида временной зависимости лазерного импульса: мгновенный импульс, импульс прямоугольной формы и импульс гауссовой формы. Видно, что в предельном случае коротких лазерных импульсов, когда длительность импульса стремится к нулю, решения, полученные для лазерных импульсов прямоугольной и гауссовой форм, переходят в решение, полученное для мгновенного возбуждения.

Выражения для случая мгновенной релаксации возбужденных молекул получаются в пределе, когда в приведенных выражениях время релаксации стремится к нулю (скорость релаксации стремится к бесконечности). Именно такие ситуации обычно и рассматриваются в литературе.

В настоящее время полученные результаты являются, видимо, наиболее общими для задач подобного типа и легко переходят в свои предельные частные случаи. Надеемся, что данная статья будет полезна специалистам, занимающимся изучением взаимодействия света с веществом.

1. *Жаров В.П., Летохов В.С.* Лазерная оптико-акустическая спектроскопия. М.: Наука, 1984. 320 с.
2. *Джиджоев М.С., Попов В.К., Платоненко В.Т., Чугунов А.В.* Зависимость параметров оптоакустического сигнала от радиуса возбуждаемой области // Квант. электрон. 1984. Т. 11, № 2. С. 414–416.
3. *Протасевич А.Е.* Уточнение некоторых аналитических решений для оптико-акустического сигнала в жидкостях и газах // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 11. С. 1021–1026.
4. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. М.: Наука, 1965. 608 с.
5. *Полянин А.Д.* Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 576 с.
6. *Пономарев Ю.Н., Агеев Б.Г., Зигрист М.В., Капитанов В.А., Куртуа Д., Никифорова О.Ю.* Лазерная оптико-акустическая спектроскопия межмолекулярных взаимодействий в газах / Под ред. Л.Н. Синицы. Томск: МГП «РАСКО», 2000. 200 с.
7. *Heritier J.M.* Electrostrictive limit and focusing effects in pulsed photoacoustic detection // Opt. Commun. 1983. V. 44, N 4. P. 267–272.
8. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963. 1100 с.
9. *Wells R.J.* Rapid approximation to the Voigt/Faddeeva function and its derivatives // J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer. 1999. V. 62, Iss. 1. P. 29–48.

A.E. Protasevich. **General solution of the problem of calculation of optoacoustic signal in gas when considering thermal diffusion.**

An exact solution of the system of two linearized hydrodynamic equations describing generation of the optoacoustic signal in gases was obtained neglecting only the time derivative of excess pressure in the thermal conductivity equation. In addition to the thermal diffusion (thermal conductivity), the time length of excited molecules relaxation process at laser pulse light energy transformation into heat and diffusion of excited molecules from lighted region is considered in the given solution.