

И.А. Бородин, М.А. Воронцов

## ВЛИЯНИЕ ТЕРМОДЕФОРМАЦИЙ ЗЕРКАЛ РЕЗОНАТОРА НА ПРОСТРАНСТВЕННУЮ СТРУКТУРУ ИЗЛУЧЕНИЯ. МЕТОДЫ КОМПЕНСАЦИИ

На основе решения самосогласованной задачи проводится анализ влияния термодформаций зеркал неустойчивого телескопического резонатора на выходные характеристики излучения. Приводятся результаты расчета поля в управляемом резонаторе при наличии тепловых деформаций. Обсуждаются методы активной компенсации деформаций зеркал, вызванных действием лучевой нагрузки.

Характеристики выходного излучения лазера во многом зависят от различного рода искажений внутри резонатора. Одним из основных источников этих искажений являются тепловые деформации зеркал [1, 2]. В последнее время интенсивно исследуются возможности внутрирезонаторной компенсации аббераций волнового фронта с помощью управляемых гибких зеркал [2, 3]. Характер термодформации таких зеркал существенно отличается от деформации обычных (неуправляемых) зеркал резонатора. При разработке алгоритмов управления волновым фронтом излучения адаптивных резонаторов необходимо учитывать наличие термодформаций корректора.

Качественное рассмотрение влияния термодформаций зеркал на некоторые характеристики излучения было проведено в [4]. При этом обратное влияние установившегося в резонаторе электромагнитного поля на характер тепловых деформаций не учитывалось. Совместное рассмотрение уравнений для электромагнитного поля в резонаторе и уравнений термоупругости позволяет не только подробно исследовать характер влияния термонискажений на структуру выходного излучения, но и разработать методы компенсации этих искажений.

В настоящей работе на основе решения самосогласованной задачи проводится сравнительный анализ влияния тепловых деформаций зеркал резонатора на выходные характеристики излучения, приводятся результаты расчета поля в управляемом резонаторе при наличии тепловых деформаций, обсуждаются методы активной компенсации деформаций зеркал под действием лучевой нагрузки.

1. Рассмотрим неустойчивый телескопический резонатор, состоящий из вогнутого и выпуклого зеркал с радиусами кривизны  $R_1$  и  $R_2$ , расположенных на расстоянии  $L$  друг от друга. Расчет поля в резонаторе будем проводить методом итераций [1]. Представим резонатор в виде эквивалентной оптической линии, состоящей из повторяющихся ячеек. Каждая ячейка соответствует полному проходу излучения через резонатор в обоих направлениях. Число ячеек выбирается существенно большим числа проходов, требуемых для установления поля в резонаторе. Распространение излучения в каждой ячейке описывается параболическим уравнением для комплексной амплитуды  $A(r, z)$ :

$$2i\kappa \frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp} A + igA - 2n_{\Phi} A, \quad (1)$$

в котором  $\kappa$  — волновой параметр;  $g$  — коэффициент усиления;  $n_{\Phi}$  — флуктуации показателя преломления активной среды [1]. Будем считать активную среду однородной и пренебрегать эффектами типа насыщения коэффициента усиления:  $n_{\Phi} = 0$ ,  $g = g_0 = \text{const}$ . Влияние термодформаций на волновой фронт излучения будем учитывать с помощью бесконечно тонких фазовых экранов, расположенных вблизи поверхностей зеркал. Комплексные коэффициенты пропускания экранов  $t_1(r) = \exp(i2\kappa\omega_1(r))$  и  $t_2(r) = \exp(i2\kappa\omega_2(r))$  выражаются через осевые смещения поверхностей зеркал  $\omega_1(r)$  и  $\omega_2(r)$ , вызванные их нагревом.

Представим зеркало в виде плоской круглой пластины радиуса  $r_0$  и толщины  $z_0$ , свободной от механических нагрузок, полагая, что коэффициенты теплопроводности  $k$ , теплового расширения  $\alpha$ , Пуассона  $\nu$ , модуль Юнга  $E$  не зависят от температуры пластины. Изменение профиля поверхности зеркала в процессе нагрева не учитывается. Считается, что искажения вносятся в волновой фронт излучения только после установления стационарной формы отражающей поверхности. Это позволяет ограничиться решением стационарной самосогласованной задачи расчета выходного поля с учетом термодформаций зеркал резонатора.

Для определения осевого  $w(r, z)$  и радиального  $u(r, z)$  смещении точек пластины, находящейся под действием стационарной осесимметричной лучевой нагрузки, воспользуемся линейной несвязанной теорией термоупругости [5]. Распределение температуры  $T(r, z)$  в пластине находится из решения стационарного уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

при следующих граничных условиях. На отражающей поверхности задан стационарный тепловой поток, пропорциональный интенсивности  $I(r)$  падающего на нее излучения:

$$\kappa \frac{\partial T}{\partial z} = (1 - r_{\text{отр}}) I(r) \text{ при } z = z_0/2, \quad (3)$$

$r_{\text{отр}}$  — коэффициент отражения зеркала. Цилиндрическая поверхность поддерживается при постоянной температуре

$$T(r_0, z) = 0. \quad (4)$$

Под  $T(r, z)$  будем понимать разность между установившимся и начальным (равномерным) распределением температуры пластины. Тыльная поверхность является теплоизолированной:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \text{ при } z = -z_0/2. \quad (5)$$

Искомые смещения  $w$  и  $u$  должны удовлетворять системе уравнений:

$$\begin{aligned} \Delta u - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{(1-2\nu)} \frac{\partial e}{\partial r} - \frac{2(1+\nu)}{(1-2\nu)} \alpha \frac{\partial T}{\partial r} &= 0; \\ \Delta w + \frac{1}{(1-2\nu)} \frac{\partial e}{\partial z} - \frac{2(1+\nu)}{(1-2\nu)} \alpha \frac{\partial T}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ,  $e = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z}$  — объемное расширение. Граничные условия системы (6) для свободной пластины имеют следующий вид:

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zr} = 0, \text{ при } z = \pm z_0/2; \quad (7)$$

$$\sigma_{rr} = \sigma_{rz} = 0, \text{ при } r = r_0, \quad (8)$$

$\sigma_{ij}$  — компоненты тензора термоупругих напряжений [6].

Совместное решение уравнений (1), (2) и (6) с соответствующими граничными условиями представляет значительные трудности. Получить аналитическое решение задачи термоупругости (6)–(8) для заданного распределения температуры  $T(r, z)$  в пластине не удается (сложно удовлетворить всем граничным условиям на краях).

Воспользуемся приближенным методом решения этой задачи, суть которого сводится к следующему [7]. Сначала находится частное решение неоднородных уравнений термоупругости (6), записанных для твердого тела с учетом найденного заранее распределения температуры и удовлетворяющих граничным условиям (7) на плоских лицевой и тыльной поверхностях. Напряжения на цилиндрической поверхности оказываются отличными от нуля (условие (8) не выполнено). Далее решаются однородные уравнения термоупругости ( $\partial T / \partial r = \partial T / \partial z = 0$ ) с неоднородными граничными условиями [8]. Их решение возможно только с привлечением численных методов и требует значительных затрат времени ЭВМ. При таком подходе трудно рассчитывать на решение самосогласованной задачи.

В предлагаемом приближенном методе расчета распределенные по цилиндрической поверхности напряжения  $\sigma_{rr}$  и  $\sigma_{rz}$  заменяются эквивалентными изгибающим моментом и растягивающей силой. Далее, в предположение  $z_0 \ll r_0$  с помощью теории тонких пластин определяется дополнительный изгиб зеркала. Искомое осевое смещение точек пластины представляет собой сумму двух этих решений и может быть получено аналитически [7]:

$$\begin{aligned} w(r, z) = \alpha z_0 (1 + \nu) \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\mu_k^0 r) \cdot (B_k \operatorname{sh}(\gamma_k z) + A_k \operatorname{ch}(\gamma_k z)) / \gamma_k + \\ + 6\alpha r_0 (1 - \nu) [1 - r^2] \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\mu_k^0) \cdot A_k (\gamma_k \operatorname{ch}(\gamma_k/2) - 2 \operatorname{sh}(\gamma_k/2)) / \gamma_k^3. \end{aligned} \quad (9)$$

При этом температура внутри пластины выражается соотношением

$$T(r, z) = \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\mu_k^0 r) \cdot (A_k \operatorname{sh}(\gamma_k z) + B_k \operatorname{ch}(\gamma_k z)), \quad (10)$$

где коэффициенты  $A_k$ ,  $B_k$  определяются из граничных условий задачи теплопроводности (2)–(5);  $J_0$ ,  $J_1$  — функции Бесселя нулевого и первого порядка;  $\gamma_k = \mu_k^0 z_0 / r_0$ ,  $\mu_k^0$  — корни уравнения  $J_0(\mu_k^0) = 0$ . Пространственные координаты в формулах нормированы на радиус и толщину зеркала.

Представим схему решения самосогласованной задачи следующим образом:

а) Для выбранного типа резонатора методом итераций определяется комплексная амплитуда стационарного поля при недеформированных поверхностях зеркал. Это позволяет рассчитать распределение интенсивности в плоскостях расположения зеркал.

б) По заданным распределениям интенсивности из соотношений (9), (10) находятся стационарные профили поверхностей нагретых зеркал.

в) Проводится расчет поля в резонаторе с деформированными зеркалами (уравнение 1). Искажения волнового фронта, возникающие при отражении светового пучка от деформированного зеркала, учитываются с помощью фазового множителя  $t_1$  или  $t_2$  в граничных условиях.

Процедуры расчета поля в резонаторе с искаженными зеркалами и расчета термдеформаций зеркала по заданному распределению интенсивности на их поверхности повторяются до тех пор, пока в резонаторе с заданной точностью не установится стационарное распределение электромагнитного поля при наличии стационарного профиля поверхности одного или обоих зеркал, деформированных вследствие нагрева.

2. Исследуем характер влияния тепловых деформаций зеркал на пространственную структуру излучения на примере телескопического резонатора с характерными параметрами: увеличение  $M$  равно 2,5; эквивалентное число Френеля  $N_3 = 5,5$ ; радиусы охлаждаемые по периферии зеркал  $r_D = 1,25$  см и  $r_C = 5$  см. Зеркала — медные, коэффициент отражения поверхностей  $r_{отр} = 0,985$ . Толщина этих зеркал равна 0,5 см. В качестве критерия оценки расходимости выходного излучения будем использовать фактор Штреля SH — пиковую интенсивность выходного излучения в фокусе линзы, расположенной на выходе резонатора, нормированную на соответствующее значение, полученное для резонатора, зеркала которого не испытывают термдеформаций.

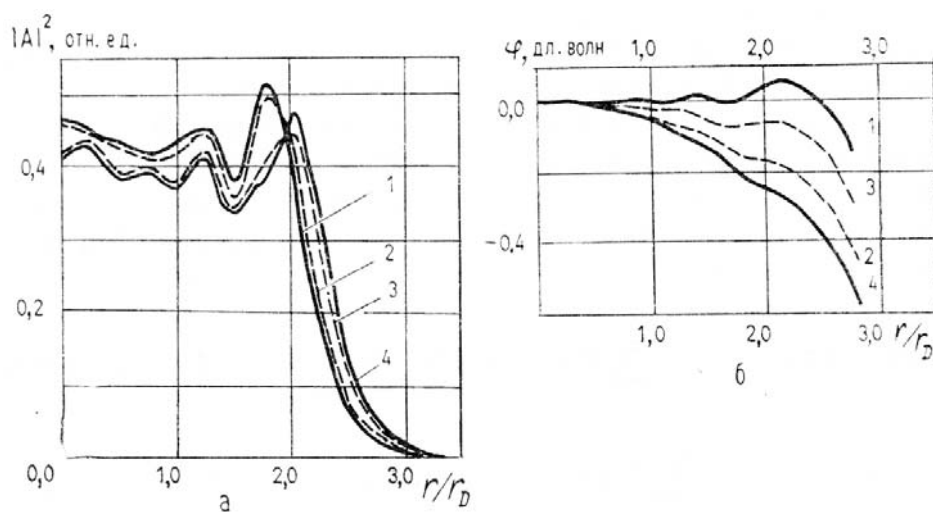


Рис. 1

На рис. 1, а, б изображены распределения интенсивности и фазы в плоскости перед выходным зеркалом резонатора в отсутствие деформаций зеркал (кривая 1), при наличии термдеформации рассеивающего зеркала (максимальный прогиб поверхности  $\omega_d(0, \frac{1}{2}) = 0,17 \lambda$ ,  $\lambda = 10,6$  мкм — длина волны излучения) — кривая 2. Кривые 3 соответствуют резонатору с деформированным собирающим зеркалом ( $\omega_c(0, \frac{1}{2}) = 0,19 \lambda$ ). Распределения интенсивности и фазы па выходе резонатора, полученные с учетом тепловых деформаций обоих зеркал, представлены кривыми 4. При этом максимальные прогибы поверхностей вогнутого и выпуклого зеркал равны соответственно  $\omega_c(0, \frac{1}{2}) = 0,18 \lambda$  и  $\omega_d(0, \frac{1}{2}) = 0,17 \lambda$ . Приведенные результаты получены для резонаторов с выходной мощностью излу-

чения  $P_{\text{вых}} = 5$  кВт. Из сравнения графиков следует, что при заданном значении  $P_{\text{вых}}$  термодиформация выходного зеркала приводит к более заметному перераспределению интенсивности излучения в выходной плоскости резонатора, чем деформация собирающего зеркала. Искажения волнового фронта также оказываются в этом случае более существенными. Величина фактора Штреля при наличии термодиформаций только выходного зеркала составляет  $SH_D = 0,9$ , только собирающего —  $SH_C = 0,97$ , обоих зеркал —  $SH_{DC} = 0,39$ . На рис. 2 приведены зависимости фактора Штреля от величины выходной мощности, полученные при наличии в резонаторе термодиформаций выходного (1), собирающего (2) и обоих зеркал (3). При  $P_{\text{вых}} \approx 15$  кВт зависимость числа Штреля для резонатора с термодиформацией обоих зеркал имеет минимум. При изменении радиуса собирающего зеркала минимум зависимости  $SH(P_{\text{вых}})$  смещается (кривые 4, 5 получены для  $r_C = 6,25$  см и  $r_C = 3,75$  см). При уменьшении отношения  $z_0/r_0$  собирающего зеркала наблюдается более резкое снижение фактора Штреля. Минимум его достигается при меньших  $P_{\text{вых}}$ . Известно, что гибкие зеркала на основе биморфных элементов испытывают тепловую деформацию, в 20–30 раз превосходящую деформацию медной пластины тех же размеров [7]. Следовательно, размещение внутри резонатора адаптивных зеркал неизбежно приведет к существенному увеличению расходимости излучения.

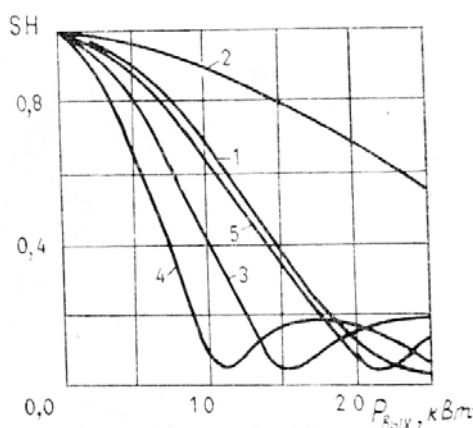


Рис. 2

Заметим, что однократный учет теплodeформаций [9] приводит к значительным ошибкам, так как в процессе итераций профили поверхностей зеркал изменяются, и результат решения отличается от полученного на 1–м шаге.

3. Рассмотрим задачу компенсации влияния термодиформаций. В качестве управляемого будем рассматривать вогнутое зеркало резонатора. Фазовый сдвиг, приобретаемый волной при отражении от управляемого зеркала, представим в виде  $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1 + \varphi_2$ , где  $\varphi_0$  — профиль поверхности недеформированного зеркала;  $\varphi_1$  — искажения, возникающие при нагреве;  $\varphi_2 = \sum_{n=1}^N a_n S_n(r)$  — корректирующая добавка;  $a_n$  — сигналы управления;  $S_n(r)$  — функция отклика корректора на заданный сигнал управления;  $N$  — число каналов управления. Качество компенсации будем оценивать функционалом  $J$ , равным фактору Штреля, определенному выше. Необходимо найти такие управляющие воздействия  $a_n$ , при которых функционал  $J$  достигает максимального значения. Для решения этой задачи будем использовать градиентный подход [2], примененный в [10] для оптимизации резонатора со стационарными фазовыми искажениями.

При решении самосогласованной задачи компенсации влияния термодиформаций зеркал будем использовать следующую схему оптимизации:

- а) Рассчитаем поле в невозмущенном резонаторе.
- б) Вычислим термодиформации зеркал,  $a_n^0 = 0$ ,  $n = 1, \dots, N$ .
- в) Найдем стационарное поле в резонаторе с тепловыми деформациями зеркал, вычислим градиент критерия качества, определим новые значения  $a_n^1 = a_n^0 + h_n J_n^{0'}$ , где  $h_n$  — длина шага градиентного метода.
- г) Рассчитаем поле в резонаторе с учетом термодиформаций при новых значениях управления  $a_n^1$ .

Процедуры б) — г) повторяем до тех пор, пока не будет достигнут максимум критерия  $J$ .

Некоторые результаты, полученные для резонатора с увеличением  $M = 2,5$  и  $N_s = 5,5$ , собирающее зеркало которого является управляемым, приведены на рис. 3, 4. Рассматривалось зеркало толщиной  $z_0 = 0,5$  см и радиусом  $r_C = 5$  см, имеющее два привода управления с функциями отклика, соответствующими дефокусировке и сферической аберрации [2]:  $S_1(r) = \sqrt{3}(2r^2 - 1)$ ,  $S_2(r) = \sqrt{5}(6r^4 - 6r^2 + 1)$ . Расчет тепловой деформации проводился для однородных медных зеркал. Размеры выходного зеркала:  $r_D = 1,25$  см и  $z_0 = 0,5$  см.

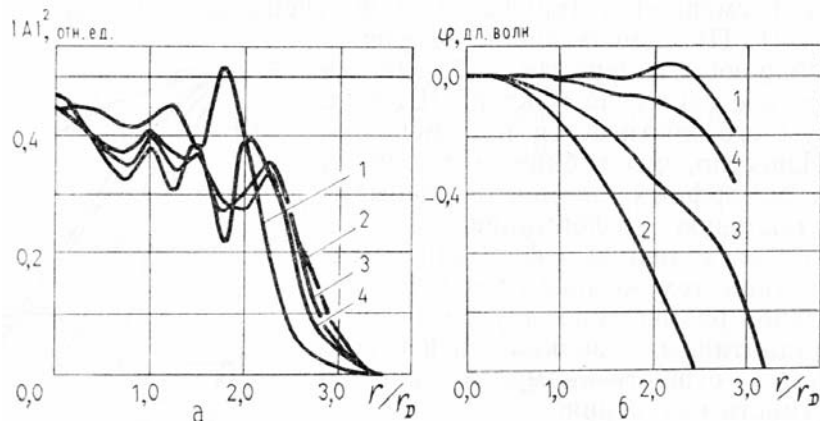


Рис. 3

Считалось, что цилиндрические поверхности зеркал поддерживаются при постоянной температуре, а тыльные — теплоизолированы. На рис. 3 приведены распределения интенсивности и фазы в выходной плоскости резонатора и профили поверхностей его зеркал для  $P_{\text{вых}} = 15$  кВт. Кривые 1 соответствуют невозмущенному резонатору, 2 — неуправляемому резонатору с тепловой деформацией обоих зеркал, 3 и 4 — управляемому резонатору с одним и двумя приводами управления. На рис. 4 приведены зависимости числа Штреля от выходной мощности для неуправляемого резонатора — кривая 1, для резонатора с управлением, когда зеркало имеет один привод (коррекция дефокусировки) — кривая 2, или два привода (коррекция дефокусировки и сферической аберрации) — кривая 3. Сравнивая представленные графики, можно заключить, что даже используя зеркало с одним приводом, можно добиться увеличения фактора Штреля почти вдвое. При использовании двух приводов удается добиться почти полного устранения влияния термодформаций на выходные характеристики излучения, а в области  $P_{\text{вых}} \leq 10$  кВт даже улучшить расходимость излучения по сравнению с неуправляемым недеформированным резонатором. Этот результат свидетельствует о том, что геометрия резонатора с зеркалами, имеющими сферическую аберрацию, не является оптимальной. Насыщение усиления практически не влияет на приведенные выше результаты.

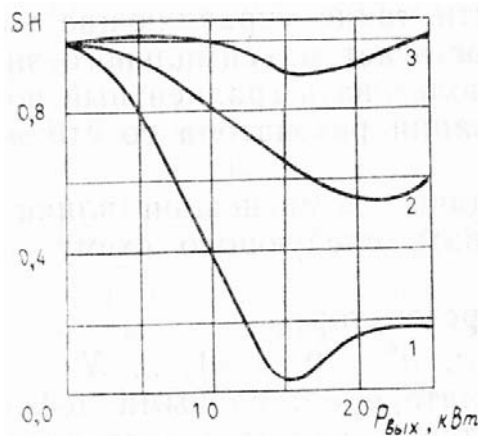


Рис. 4

Проведенные исследования влияния термодформаций зеркал на выходные характеристики излучения и возможностей компенсации этого влияния методами внутрирезонаторной коррекции световых пучков показали, что нагрев зеркал резонатора под действием лучевой нагрузки может оказывать сильное влияние на расходимость выходного излучения. При разработке алгоритмов управления адаптивным резонатором следует учитывать наличие термодформаций гибкого управляемого зеркала. Коррекция формы зеркал резонатора позволяет в значительной степени скомпенсировать действие термодформаций.

1. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. — М.: Наука, 1979.
2. Воронцов М. А., Шмальгаузен В. И. Принципы адаптивной оптики — М: Наука. — 1985.
3. Ковальчук Л. В., Родионов В. Е., Шерстобитов В. Е. — Квантовая электроника, 1983, т. 10, № 8, с. 1564.

4. Конев Ю.Б., Феофилактов В.А. — Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 11, с. 2449.
5. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. — М.: Наука, 1964.
6. Мелан Э., Паркус Г. Термоупругие напряжения, вызываемые стационарными температурными полями. — М.: Физматгиз, 1958.
7. Бородина И.А., Воронцов М.А., Голубев В.С. и др. Препринт НИЦТЛ АН СССР, 1987, № 19.
8. Коваленко А.Д. Термоупругость. — Киев: Наукова думка, 1975.
9. Зарипов Ш.Х. О термооптических искажениях в неустойчивых резонаторах газовых лазеров. Деп. ВИНТИ, 1985.
10. Воронцов М.А., Матвеев А.Н., Сивоконь В.П. Известия вузов СССР, Физика, 1985, № 11, с. 78.

Московский Госуниверситет  
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию  
28 октября 1987 г.

**I. A. Borodina, M. A. Vorontsov. The Effect of the Mirror Thermal Deformations on the Spatial Structure of Laser Radiation. Compensation Technique.**

The Effect of the mirror thermal deformations within an unstable telescope-type resonator on the laser output is examined in terms of the solution to a self-consistent problem. The controlled resonator field subject to thermal deformations is calculated. Active correction techniques to compensate for the mirror distortions due to the beam loading are discussed.