

Оценка анизопланатизма в турбулентной структурированной атмосфере

В.А. Куликов, В.И. Шмальгаузен*

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет
119991, г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, 1, стр. 2

Поступила в редакцию 26.06.2009 г.

Предлагается метод упрощенной численной оценки анизопланатизма адаптивной оптической системы, работающей в режиме наблюдения через турбулентную атмосферу. Метод учитывает конечную величину внешнего масштаба турбулентности и позволяет оценить анизопланатизм для неоднородной атмосферы с различными распределениями параметров по трассе. Продемонстрированы различные распределения C_n^2 , соответствующие вертикальным и горизонтальным атмосферным трассам. Показано, что распределение неоднородностей по трассе существенно влияет на анизопланатизм.

Ключевые слова: анизопланатизм, адаптивная коррекция атмосферных искажений; anisoplanatism, adaptive correction of atmospheric distortions.

Введение

В связи с необходимостью улучшить качество изображения, получаемого после прохождения светом атмосферы, возникает задача коррекции обусловленных турбулентностью искажений. Для ее решения методами адаптивной оптики [1] необходимо измерить волновой фронт искаженной волны. В астрономии часто невозможно осуществить измерения волнового фронта слабой звезды, и коррекцию проводят измерением волнового фронта от близко расположенной яркой звезды или некоторого искусственного опорного источника [2]. Если звезды находятся на расстоянии, превышающем размер области изопланатизма, то пути распространения света от них в атмосфере нельзя считать одинаковыми и световые пучки получают различные фазовые добавки. Это явление известно как анизопланатизм [3]. Между фазовыми искажениями в этих световых волнах существует корреляция, которая убывает с увеличением угла между пучками.

Расчет анизопланатизма даже для однородной среды достаточно сложен. В случае структурированной атмосферы он требует знания высотных профилей параметров турбулентности, которые редко бывают известны с достаточной точностью. Поэтому обычно ограничиваются довольно грубым приближением, используя упрощенные модели атмосферы.

Мы предлагаем метод, позволяющий приближенно оценить величину анизопланатизма для любой заданной трассы. Атмосфера представляется набором слоев, заменяемых на фазовые экраны. Такой метод позволяет моделировать как однородную, так и неоднородную атмосферу.

Постановка задачи

Численно величину анизопланатизма можно оценить как средний квадрат разности фаз $\sigma^2 = \langle (\varphi_1 - \varphi_2)^2 \rangle$ рассматриваемых источников. В работе [3] для колмогоровской модели турбулентности получено следующее выражение:

$$\sigma^2 = \langle (\varphi_1 - \varphi_2)^2 \rangle = (\theta/\theta_0)^{5/3}, \quad (1)$$

где θ — угол между пучками; θ_0 — изопланатический угол. Простая оценка этого угла для однородного турбулентного слоя дается формулой

$$\theta_0 = r_0/H, \quad (2)$$

где H — толщина турбулентного слоя; r_0 — параметр Фрида.

Оценка (2) дает сильно заниженные значения изопланатического угла по сравнению с экспериментально измеренными. Это происходит по двум причинам. Во-первых, в выражение (2) входят флуктуации средней фазы, которая никак не влияет на качество изображения. Во-вторых, не учитывается конечный размер апертуры.

Чтобы исключить несущественные для качества изображения пространственные моды, раскладывают фазу волнового фронта по ортонормированному набору полиномов, например полиномов Цернике [4]. Это позволяет отдельно рассмотреть вклад каждой моды.

Величину анизопланатизма можно представить в виде суммы вкладов мод

$$\sigma^2 = \sum_m d_i^2, \quad (3)$$

* Виктор Алексеевич Куликов (vkulik@mail.ru); Виктор Иванович Шмальгаузен (vschm@optics.ru).

где m – номер первой существенной для задачи моды; d_i^2 – среднее значение квадрата разности i -х коэффициентов Цернике обеих волн:

$$d_i^2 = \langle (a_{1i} - a_{2i})^2 \rangle = 2 \langle a_{1i}^2 \rangle [1 - K_i], \quad (4)$$

где $K_i = \langle a_{1i} a_{2i} \rangle / \langle a_{1i}^2 \rangle$ – коэффициент корреляции между коэффициентами Цернике волн; a_{1i} и a_{2i} – i -е коэффициенты Цернике для 1-й и 2-й волн соответственно [5]. Анизопланатизм моды зависит от модели турбулентного слоя, в частности от внешнего масштаба турбулентности.

Расчет величины анизопланатизма вкладов мод при колмогоровской турбулентности для атмосферы был проведен в работе [6]. В [7] рассчитаны угловые корреляции мод с учетом эффективного внешнего масштаба турбулентности. При этом полученные результаты зависят от распределения неоднородностей вдоль трассы.

Обсудим поведение выражения (4) в зависимости от параметров нашей задачи. При достаточно больших углах, когда коэффициенты Цернике уже не коррелированы:

$$d_i^2 = 2 \langle a_{1i}^2 \rangle = 2 \langle a_{2i}^2 \rangle = 2\sigma_i^2, \quad (5)$$

и, поскольку значения дисперсии мод Цернике известны [8], знаем асимптотическое поведение выражения (4).

Более подробный анализ выражения (4) удобно провести, представляя турбулентную атмосферу набором слоев, каждый со своей интенсивностью и статистикой. Распространяясь, волновой фронт получает искажения на каждом слое. Если рассмотрение ведется в приближении геометрической оптики, то можем сложить все полученные искажения. Рассмотрим вклад d_{ij}^2 отдельного j -го слоя. Выражение (5) для колмогоровской турбулентности будет иметь вид

$$d_{ij\infty}^2 = 2\sigma_{ij}^2 = 2\gamma_i \left(\frac{D}{r_j} \right)^{5/3}, \quad (6)$$

где D – диаметр апертуры; r_j – локальный радиус корреляции для j -го слоя; γ_i – коэффициенты Нолла; σ_i^2 – дисперсия фазы, рассчитанная в пределах приемной апертуры. Зависимости дисперсии мод от диаметра апертуры и силы турбулентности получены в [8] как для бесконечного (колмогоровская турбулентность), так и для конечного внешнего масштаба L_0 .

В работе [9] получено аналитическое выражение для $\langle a_{1i} a_{2i} \rangle$ в случае тонкого турбулентного слоя, причем турбулентность не предполагалась колмогоровской. Это выражение зависит от отношения S_j/D , что позволяет представить (4) в виде

$$d_{ij}^2 = 2\gamma_i \left(\frac{D}{r_j} \right)^{5/3} H_i \left(\frac{S_j}{D} \right), \quad (7)$$

где функции $H_i(S_j/D)$ определяются корреляцией фазовых искажений; $S_j = h_j \theta$ – расстояние между центрами проекций апертур в слое; h_j – расстояние

от приемной апертуры до j -го слоя. Общая величина анизопланатизма на j -м слое дается суммой d_{ij}^2 по всем i -м модам. Такие зависимости для колмогоровской турбулентности получены в [5] и отличаются только видом функции $H_i(S_j/D)$. Модель позволяет рассмотреть различные внешние масштабы турбулентности в слоях, однако для упрощения оценок мы обратимся к представлению об эффективном внешнем масштабе, общем для всех рассматриваемых слоев [10].

С помощью метода фазовых экранов [11, 12] определим функции $H_i(S_j/D)$. Воспользуемся ленточным фазовым экраном размером 256×8192 узлов, полученным методом скользящей фильтрации [13]. Статистика экрана отличалась от колмогоровской. Оценка внешнего масштаба турбулентности, проведенная как предложено в [14], дала значение L_0 в диапазоне от 3 до 5 диаметров приемной апертуры. Мы считаем по-прежнему справедливой формулу (7), предполагая при этом, что необходимо вычислить заново функции $H_i(S_j/D)$ и коэффициенты γ_i . Рассмотрим две области на экране, каждая из которых соответствует своему пучку (рис. 1).

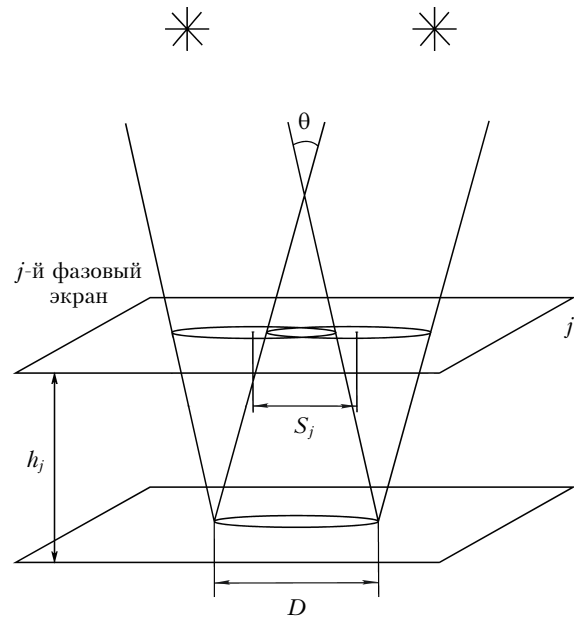


Рис. 1. Прохождение пучками экрана, находящегося на расстоянии h_j от приемной апертуры. В зависимости от высоты слоя различается степень перекрытия пучков, которая возрастает с приближением слоев к приемной апертуре

Вычисление коэффициентов Цернике для двух сдвинутых апертур на фазовом экране и последующее вычитание этих коэффициентов друг из друга заменялись вычислением коэффициентов Цернике в одной апертуре на новом фазовом экране. Этот новый фазовый экран получался из старого путем вычитания его самого из себя со сдвигом, равным расстоянию между центрами апертур S .

Этим методом нами получены функции $H_i(S_j/D)$ для выбранных мод Цернике. Они одинаковы для

всех фазовых экранов, так как фазовые экраны имеют одну статистику.

Оценка анизопланатизма для атмосферы, представленной в виде набора фазовых экранов, дается суммой вкладов d_i^2 :

$$d_i^2 = 2 \sum_j \gamma_i \left(\frac{D}{r_j} \right)^{5/3} H_i \left(\frac{S_j}{D} \right). \quad (8)$$

Параметры и детали моделирования

Расчет функций $H_i(S_j/D)$, описывающих анизопланатизм отдельного слоя, был реализован в программной среде LabView. Полиномы Цернике рассчитывались в апертуре диаметром, равным 64 узлам расчетной сетки. Для достижения статистической устойчивости результатов усреднение проводилось по 300 реализациям.

Для полученных по описанной методике коэффициентов Цернике рассчитывалась дисперсия, нормированная на дисперсию коэффициентов исходного экрана. Коэффициенты γ_i также рассчитывались численно для конкретного рассматриваемого экрана.

Результаты моделирования

На рис. 2 представлены функция $H_i(S_j/D)$ для $i = 1$, полученная методом фазовых экранов для одного слоя, и ее предлагаемая аппроксимация в зависимости от расстояния между центрами пучков S/D .

Функция H_i имеет осциллирующий характер и флуктуирует из-за усреднения по ограниченному числу реализаций. С этим связан шумоподобный вид полученных результатов. Тем не менее с увеличением расстояния между апертурами она хорошо сходится к единице. Кривые для других значений i отличаются скоростью нарастания на начальном участке. Функции H_i на этом участке ($x < x_0$) хорошо аппроксимируются зависимостью $H_i = ax^{5/3}$, где $x = S/D$.

Для приближенных оценок используем следующую аппроксимацию: при $x < x_0$ положим $H_i = ax^{5/3}$, а при $x > x_0$ функции H_i будем считать равными единице. Такая аппроксимация показана на рис. 2 жирной линией.

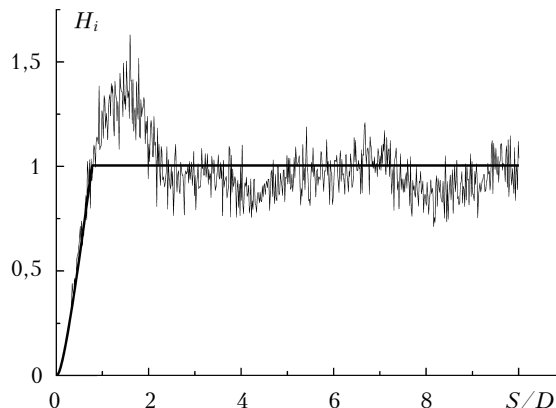


Рис. 2. Пример функции $H_i(S/D)$ для $i = 1$, полученной методом фазовых экранов, и ее аппроксимация

Значения γ_i и параметров аппроксимации a и x_0 для исследованного экрана приведены в таблице.

Начальные участки нескольких кривых, соответствующих разным порядкам аберраций, вместе с их аппроксимациями представлены на рис. 3, а.

Кривая А — функция H_i , соответствующая $i = 1$, т.е. наклону по y , С — астигматизму, G — коме. Видно, что каждый следующий порядок возрастает быстрее предыдущего.

На рис. 3, б представлены начальные участки первых девяти функций H_i с их аппроксимациями. Видно, что корреляции наклонов с увеличением расстояния спадают медленнее, чем все другие. Кривые расположены группами, причем каждый порядок образует свою группу. Исключение составляет вторая кома в связи с наличием у нее линейного члена по x .

Номер аберрации	γ_i	a	x_0	Обозначение кривой и вид полинома Цернике
1 (наклон y)	0,107	2,1	0,66	А; $Z_{n1} = 2y$
2 (наклон x)	0,117	0,8	1,10	В; $Z_{n2} = 2x$
3 (астигматизм)	0,019	4,5	0,57	С; $Z_{n3} = 2\sqrt{6}xy$
4 (дефокус)	0,026	2,7	0,54	Д; $Z_{n4} = 2\sqrt{3}(x^2 + y^2 - 0,5)$
5 (астигматизм второй)	0,017	3,9	0,44	Е; $Z_{n5} = \sqrt{6}(x^2 - y^2)$
6 (трилистник)	0,004	7,6	0,29	Ф; $Z_{n6} = \sqrt{8}(3x^2y - y^3)$
7 (кома)	0,007	8,3	0,27	Г; $Z_{n7} = \sqrt{8}(3y^3 + 3x^2y - 2y)$
8 (кома вторая)	0,007	3,5	0,47	Н; $Z_{n8} = \sqrt{8}(3x^3 + 3xy^2 - 2x)$
9 (трилистник второй)	0,004	7,0	0,29	И; $Z_{n9} = \sqrt{8}(x^3 - 3xy^2)$
10 (астигматизм пятого порядка)	0,002	10,3	0,25	Ж; $Z_{n10} = \sqrt{10}(4x^3y - 4xy^3)$

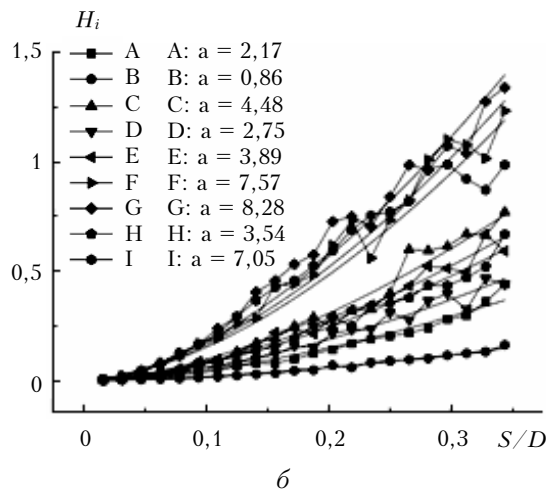
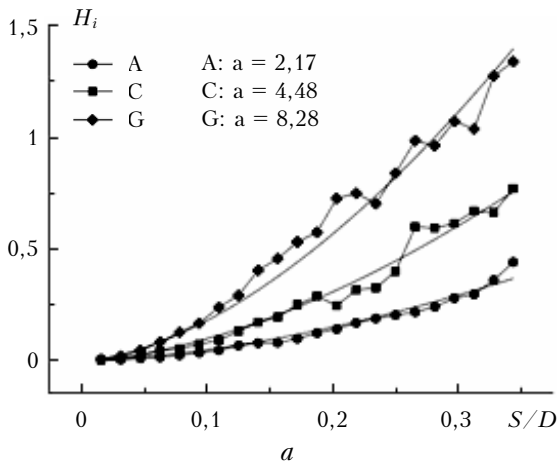


Рис. 3. Начальные участки функций H_i : $a - i = 1; 3; 7$; $b - i = 1-9$

Используя полученные функции H_i , можно легко оценить величину анизопланатизма для различных атмосферных трасс. Для примера мы промоделировали вертикальную трассу высотой 20 км [15, 16]. Начальный участок в 1 км является наиболее неоднородным, и для его моделирования были взяты экспериментальные данные, приведенные в [17]. Первый километр моделировали с помощью 5 эквидистантно расположенных экранов, каждый со своей интенсивностью. Следующие 19 км представлялись 10 фазовыми экранами, также расположенными эквидистантно. Параметр Фрида для всей трассы был равен 6 см. Диапазон рассмотренных углов $10^{-5} - 10^{-4}$ рад.

Для сравнения была также промоделирована однородная трасса с $r_0 = 6$ см. На рис. 4 представлены зависимости $\sigma^2 = \sum_1^{10} d_i^2$ от угла для обеих трасс.

Видно, что для однородной трассы (1, 3) величина анизопланатизма с увеличением угла растет быстрее. На рис. 4 также видна зависимость анизопланатизма от диаметра приемной апертуры. Известный для атмосферы с колмогоровской турбулентно-

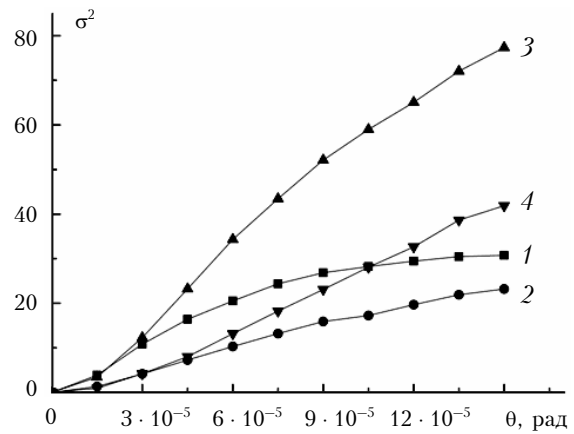


Рис. 4. Зависимости суммарной величины анизопланатизма $\sigma^2 = \sum_1^{10} d_i^2$ от угла между опорным источником и объектом для однородной (1, 3) и типичной вертикальной (2, 4) трасс. Кривые 1, 2 соответствуют диаметру приемной апертуры 1 м, 3, 4 – 2 м

стью результат – увеличение анизопланатизма с ростом диаметра апертуры – сохраняется и для турбулентности с конечным внешним масштабом. Этот рост обусловлен возрастанием с диаметром первого множителя в формуле (4), т.е. среднего квадрата коэффициентов Цернике, несмотря на то что с ростом диаметра растет корреляция между пучками и, следовательно, падает второй множитель. Учет внешнего масштаба влияет, главным образом, на уменьшение коэффициентов γ_i , которые оказываются существенно меньше, чем коэффициенты Нолла.

Из полученных результатов видно, что учет вертикального распределения неоднородностей существенно влияет на оценку анизопланатизма.

1. Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 286 с.
2. Parenti R.R., Sasiela R.J. Laser-guide-star systems for astronomical applications // J. Opt. Soc. Amer. A. 1994. V. 11. N 1. P. 288–309.
3. Fried L.D. Anisoplanatism in adaptive optics // J. Opt. Soc. Amer. 1982. V. 72. N 1. P. 52–61.
4. Noll R.J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence // J. Opt. Soc. Amer. 1976. V. 66. N 3. P. 207–211.
5. Hu P.H., Stone J., Stanley T. Application of Zernike polynomials to atmospheric propagation problems // J. Opt. Soc. Amer. A. 1989. V. 6. N 10. P. 1595–1608.
6. Шмальгаузен В.И., Ящук Н.А. Ошибка коррекции изображения протяженных объектов при видении сквозь турбулентную атмосферу // Оптика атмосфер. и океана. 1996. Т. 9. № 11. С. 1462–1471.
7. Большасова Л.А., Лукин В.П. Модовый изопланатизм фазовых флуктуаций // Оптика атмосфер. и океана. 2008. Т. 21. № 12. С. 1070–1075.
8. Winker D.M. Effect of a finite outer scale on the Zernike decomposition of atmospheric optical turbulence // J. Opt. Soc. Amer. A. 1991. V. 8. N 10. P. 1568–1573.
9. Takato N., Yamaguchi I. Spatial correlation of Zernike phase-expansion coefficients for atmospheric turbulence

- with finite outer scale // J. Opt. Soc. Amer. A. 1995. V. 12. N 5. P. 958–963.
10. Лукин В.П., Носов Е.В., Фортес Б.В. Эффективный внешний масштаб атмосферной турбулентности // Оптика атмосф. и океана. 1997. Т. 10. № 2. С. 162–171.
 11. Buckley R. Diffraction by a random phase-changing screen. A numerical experiment // J. Atmos. and Terr. Phys. 1975. V. 37. N 12. P. 1431–1446.
 12. Fried L.D., Clark T. Extruding Kolmogorov-type phase screen ribbons // J. Opt. Soc. Amer. A. 2008. V. 25. N 2. P. 463–468.
 13. Корябин А.В., Шмальгаузен В.И. Метод скользящей пространственной фильтрации для моделирования турбулентной атмосферы // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19. № 10. С. 909–914.
 14. Ирошников Н.Г., Ларичев А.В., Корябин А.В., Шмальгаузен В.И. Экспресс-анализ параметров турбулентности // Вестн. МГУ. Сер. 3. 2009. № 5. С. 74–77.
 15. Аксенов В.П., Банах В.А., Валув В.В., Зуев В.Е., Морозов В.В., Смалыхо И.Н., Цвык Р.Ш. Мощные лазерные пучки в случайно-неоднородной атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1998. 341 с.
 16. Грачева М.Е., Гурвич А.С. Простая модель для расчета турбулентных помех в оптических системах // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1980. Т. 16. № 10. С. 1107–1111.
 17. Клиффорд С.Ф., Грачева М.Е., Гурвич А.С., Исмаиру А., Кашкаров С.С., Покасов В.В., Шапиро Дж., Стробен Дж., Ульрих П., Уолш Дж. Распространение лазерного пучка в атмосфере. М.: Мир, 1981. 414 с.

V.A. Kulikov, V.I. Shmalgausen. Estimation of anisoplanatism for inhomogeneous turbulent atmosphere.

A numerical method for estimation of anisoplanatism in adaptive optics system in turbulent atmosphere was suggested. A finite value of the outer scale turbulence is taken into account. The method gives a possibility to estimate anisoplanatism in inhomogeneous atmosphere with any distributions of turbulence parameters over the path. Various distributions of C_n^2 over vertical and horizontal paths have been simulated. The influence of C_n^2 distribution on anisoplanatic effect is demonstrated.