

И.А. Черткова, С.С. Чесноков

МИНИМИЗАЦИЯ ФАЗОВЫХ ИСКАЖЕНИЙ ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В КОНВЕКТИВНЫХ ПОТОКАХ

Построена замкнутая модель самовоздействия лазерного пучка, распространяющегося в условиях самонаведенной конвекции. Выполнен численный анализ структуры излучения на выходе из кюветы с газом в широком диапазоне значений параметра тепловыделения. Предложен простейший алгоритм динамического управления волновым фронтом пучка на входе в кювету, использующий текущее распределение выходной фазы в отсутствие управления.

Распространение лазерного излучения в замкнутых объемах сопровождается рядом нелинейных эффектов, из которых наиболее важное место занимает рефракция на самонаведенных возмущениях плотности и температуры среды. Возникающие при поглощении световой энергии температурные градиенты приводят к развитию в среде конвективных потоков. В то же время конвективное движение среды, меняя зависящее от температуры распределение показателя преломления, влияет на распространение пучка, что делает задачу о тепловом самовоздействии самосогласованной.

Анализ тепловой дефокусировки в режиме самонаведенной конвекции представляет собой весьма сложную математическую задачу, поскольку поле скоростей в конвективном течении может быть найдено лишь путем интегрирования уравнений гидродинамики.

В большинстве работ по индуцированной излучением конвекции [1–3] авторы интересовались, в основном, структурой течения газа или жидкости в замкнутых плоских областях (в связи с вопросами «перемешивания» и теплоотдачи) при освещении плоским однородным световым потоком. Исследованию конвекции, индуцированной ограниченным лазерным пучком, посвящены работы [4, 5]. Обратное влияние конвекции на излучение в приближении тонкой линзы рассмотрено в [6, 7], более полные расчеты приведены в [8], но в режиме стационарной конвекции. Вместе с тем для световых импульсов, длительность которых сравнима с характерным временем установления конвективных потоков, существенны именно нестационарные искажения.

Настоящая работа посвящена теоретическому анализу процессов распространения световых пучков в режиме нестационарной самонаведенной конвекции. Построена замкнутая расчетная модель самовоздействия, включающая уравнения Навье–Стокса и уравнение для комплексной амплитуды светового поля. Для управления волновым фронтом входного излучения использовано упругое зеркало, деформируемое системой поперечных сил и изгибающих моментов. Качество управления оценивается путем разложения выходной фазы по низшим оптическим абберациям. Исследован простейший алгоритм динамической компенсации нестационарного теплового самовоздействия пучка в конвективных потоках.

1. Математическая модель распространения светового пучка

Рассмотрим взаимодействие лазерного излучения со средой. Световой пучок начального радиуса a_0 распространяется вдоль продольной оси горизонтальной кюветы с газом, имеющей длину z_0 и поперечный размер l .

Масштаб изменения светового поля в продольном направлении существенно превышает поперечные масштабы. Такое же утверждение справедливо и для распределения поля скоростей и поля температуры среды, за исключением пограничных областей у передней ($z = 0$) и задней ($z = z_0$) стенок кюветы. Для количественных оценок толщины пограничного слоя воспользуемся результатами размерностного анализа [9], согласно которому основным параметром при фотоабсорбционной конвекции является безразмерный тепловой комплекс

$$q = \frac{\alpha I_0 a_0^5 \beta g}{\nu^3 \rho_0 C_p}, \quad (1)$$

где α , β , $\rho_0 C_p$ — коэффициенты молекулярного поглощения, термического расширения и теплоемкость единицы объема среды; ν — кинематическая вязкость; g — ускорение свободного падения; I_0 — характерная плотность мощности излучения на входе в среду. На практике, как правило, $q \gg 1$, и в газе реализуется режим развитой конвекции с характерной скоростью потоков

$$V_k = v_q^{1/3} / a_0. \quad (2)$$

Отсюда находим, что толщина пограничного слоя, определяемая согласно [10] по формуле $\delta = \sqrt{Lv / V_k}$, в большинстве случаев не превышает радиуса пучка a_0 и удовлетворяет неравенству $\delta \ll z_0$. Следовательно, можно пренебречь влиянием пограничного слоя у передней и задней стенок на распределение скорости и температуры в объеме кюветы и ограничиться двумерным приближением в задаче гидродинамики. Как известно [10], движение вязкого теплопроводящего газа описывается системой уравнений Навье–Стокса в приближении Буссинеска, которую, если пренебречь сжимаемостью, удобно записать в виде

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \omega = \frac{1}{\text{Re}} \Delta \omega + q \frac{1}{\text{Re}^3} \frac{\partial T}{\partial x}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) T = \frac{1}{\text{PrRe}} \Delta T + f(x, y, z, t); \quad (4)$$

$$\Delta \psi = -\omega, \quad (5)$$

где дифференциальные операторы ∇ и Δ берутся по поперечным координатам x, y ; скорость газа \mathbf{V} имеет две компоненты: $\mathbf{V} = \{V_x, V_y, 0\}$; завихренность среды ω и функция тока ψ удовлетворяют соотношениям

$$\omega = \partial V_y / \partial x - \partial V_x / \partial y, \quad V_x = \partial \psi / \partial y, \quad V_y = -\partial \psi / \partial x.$$

Остальные обозначения: χ – коэффициент температуропроводности; f – функция, характеризующая профиль интенсивности лазерного пучка; $\text{Re} = a_0 V_k / v$ – число Рейнольдса; $\text{Pr} = v / \chi$ – число Прандтля. В системе безразмерных уравнений (3)–(5) независимые переменные нормированы на следующие масштабы: координаты x, y – на радиус лазерного пучка a_0 ; скорость V – на характерную скорость развитой конвекции V_k (2); время t – на $t_0 = a_0 / V_k$; температура T – на масштаб $T_0 = \alpha I_0 a_0 / (\rho_0 C_p V_k)$; завихренность ω – на $1/t_0$; функция тока ψ – на $a_0 V_k$. Система дополняется граничными условиями: обращения в нуль скорости газа и постоянства температуры на стенках кюветы.

Для интегрирования системы (3)–(4) в работе использована двухшаговая явная схема Лакса–Вендроффа [11], решение уравнения Пуассона (5) осуществлялось методом Хокни [12].

Распространение лазерного пучка в слабопоглощающей среде описывается квазиоптическим уравнением относительно комплексной медленно меняющейся амплитуды световой волны $E(x, y, z, t)$. Используя введенные выше масштабы поперечных координат и возмущений температуры, а также вводя продольный масштаб $z_d = k a_0^2$ (k – волновое число) и масштаб для напряженности электрического поля $A_0 = \sqrt{8\pi I_0 / (c n_0)}$ запишем уравнение распространения пучка в безразмерном виде

$$2i \frac{\partial E}{\partial z} = \Delta_{\perp} E + R T E. \quad (6)$$

Входящий в (6) параметр нелинейности

$$R = \frac{2k^2 a_0^3 \alpha I_0 (\partial n / \partial T)}{\rho_0 C_p V_k n_0} \quad (7)$$

пропорционален мощности излучения $P = \pi a_0^2 I_0$ и времени взаимодействия излучения со средой $t_0 = a_0 / V_k$ в установившемся режиме конвекции. Таким образом, самосогласованная задача о взаимодействии излучения со средой характеризуется четырьмя параметрами: $K, \text{Re}, \text{Pr}, q$.

Кроме того, в задачах о гравитационной конвекции удобно использовать такие безразмерные параметры, как число Грасгофа $Gr = \beta g a_0^2 \alpha I_0 t_0 / (\rho_0 C_p v^2)$ и число Рэлея $\text{Ra} = Gr \cdot \text{Pr}$.

На входе в кювету (при $z = 0$) задано граничное условие для комплексной амплитуды E :

$$E(\mathbf{x}, y, 0, t) = E_0(\mathbf{x}, y) F(t) \exp(iU(\mathbf{x}, y, t)), \quad (8)$$

где $E_0(x, y)$ – фиксированный амплитудный профиль пучка; $F(t)$ – временная огибающая светового импульса; $U(x, y, t)$ – управляемый фазовый профиль. При исследовании модельных задач самодействия амплитудный профиль выбран гауссовским

$$E_j(x, y) = \exp(-(x^2 + y^2)/2), \quad (9)$$

для огибающей импульса использовано выражение

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ 1 & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (10)$$

Решение уравнения (6) проводилось методом расщепления по физическим факторам [13] с использованием процедуры быстрого преобразования Фурье [14].

2. Анализ выходной фазы и управление волновым фронтом

Для анализа пространственно-временной структуры фазовых искажений пучка, прошедшего кювету, в работе использовано разложение выходного волнового фронта $\varphi(x, y, z_0, t)$ за вычетом постоянной составляющей по системе простейших оптических aberrаций:

$$\varphi(x, y, z_0, t) = \sum_{k=1}^5 a_k(t) Z_k(x, y), \quad (11)$$

где $Z_1 = R_1^1(\rho)\sin\vartheta = y$ — дисторсия; $Z_2 = R_2^0(\rho) = 2\rho^2 - 1$ — дефокусировка; $Z_3 = R_2^2(\rho)\sin 2\vartheta = x^2 - y^2$ — астигматизм, $Z_4 = R_3^1(\rho)\sin\vartheta = (3\rho^2 - 2)y$ — кома, $Z_5 = R_4^0(\rho) = 6\rho^4 - 6\rho^2 + 1$ — сферическая aberrация, ρ, ϑ — полярные координаты в плоскости $z = z_0$; $R_n^m(\rho)$ — радиальные полиномы Цернике [15]. Коэффициенты разложения по базису (11) находятся по формулам

$$a_k(t) = \frac{1}{\|Z_k\|} \iint \varphi(x, y, z_0, t) Z_k(x, y) dx dy, \quad (12)$$

где $\|Z_k\|$ — норма k -й моды. Величину фазовых искажений пучка характеризует также интегральный критерий

$$J_\Phi(t) = \left\{ \frac{1}{\Omega} \iint \varphi^2(x, y, z_0, t) dx dy \right\}^{1/2}, \quad (13)$$

регистрируемый в пределах апертуры площадью Ω . При расчетах Ω моделировалась кругом с радиусом, близким к радиусу пучка.

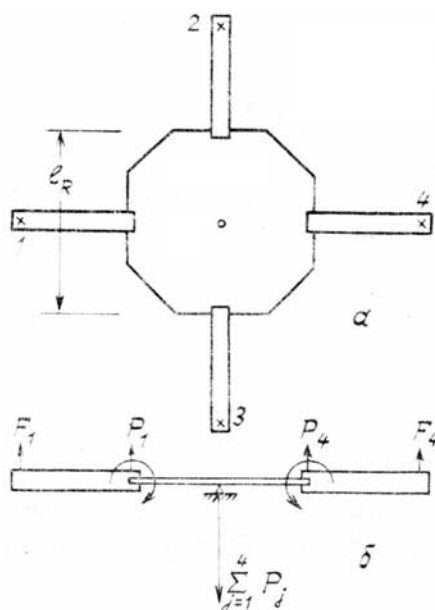


Рис. 1. Упругое зеркало: а — вид сверху; б — вид сбоку

В ряде задач представляет интерес оценка вклада в J_Φ aberrаций третьего и более высоких порядков. Такая оценка может быть проведена путем представления фазы φ в виде $\varphi = \sum_{k=1}^3 a_k z_k + \tilde{\varphi}$ и вычисления критерия

$$\tilde{J}_\Phi(t) = \left\{ \frac{1}{\Omega} \iint_{\Omega} \tilde{\varphi}^2(x, y, z_0, t) dx dy \right\}^{1/2}. \quad (14)$$

Для минимизации нелинейных искажений, приобретаемых пучком в кювете, в работе предлагается применить динамическое управление входным волновым фронтом. В качестве исполнительного элемента системы управления (фазового корректора) будем использовать упругое зеркало, шарнирно закрепленное в центре и деформируемое системой поперечных сил и изгибающих моментов (рис. 1).

При почти нормальном падении пучка на зеркало, имеющее прогиб $w(x, y, t)$, отраженный пучок приобретает фазу

$$U(x, y, t) = 2kw(x, y, t). \quad (15)$$

Из теории тонких пластин известно [16], что прогиб серединной поверхности, приближенно совпадающий с прогибом отражающей поверхности зеркала, описывается бигармоническим уравнением

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = Q(x, y), \quad (16)$$

где D – цилиндрическая жесткость пластины; $Q(x, y)$ – распределенная поперечная нагрузка. При выбранном способе деформации зеркала $Q = 0$, а граничные условия на его контуре L записываются в виде

$$D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial n^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right) \Big|_L = \sum_{j=1}^4 \frac{1}{L_j} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) M_{sj}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial n} \left[D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial n^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right) \right] \Big|_L = \sum_{j=1}^4 \frac{1}{L_j} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) P_j,$$

где n, s – нормаль и касательная к соответствующему участку контура L_j ; \mathbf{r}_j – радиус-вектор точки приложения поперечной силы P_j и изгибающего момента M_{sj} ($j = 1, 2, 3, 4$). В шарнирно закрепленной центральной точке

$$w \Big|_{0,0} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{0,0} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{0,0} = 0. \quad (18)$$

Расчет прогиба зеркала с граничными условиями (17)–(18) проводился методом конечных элементов [17].

3. Пространственно-временная структура искажений пучков

Численные эксперименты проводились для коллимированных пучков ($U = 0$), распространяющихся в кюветах длиной $0,001 \leq z_0 \leq 0,1$, параметр тепловыделения q изменялся в диапазоне $10^5 \leq q \leq 10^7$, соответствующие ему значения параметра R брались из интервала $90 \leq |R| \leq 1800$.

При расчетах установлено, что в рассмотренных условиях распространения поведение выходных фазовых профилей пучка во времени весьма сходно и различается при разных значениях z_0, q, Re, R в основном амплитудой искажений. В качестве примера на рис. 2 приведены типовые зависимости коэффициентов разложения фазы по базису (11). Видно, что наклон волнового фронта в вертикальной плоскости a_1 и дефокусировка a_2 изменяются немонотонно, причем максимум a_1 достигается при $t \approx 3t_0$, максимум $|a_2|$ – при $t \approx 2t_0$, после чего эти aberrации уменьшаются, достигая стационарных значений при $t \approx (4 \div 5)t_0$. Астигматизм $|a_3|$ растет практически монотонно вплоть до $t \approx 4t_0$, затем стабилизируется. В итоге расходимость пучка в вертикальной плоскости оказывается заметно меньше, чем в горизонтальной. Совместное рассмотрение рис. 2 и рис. 3, на котором сплошными линиями изображены временные зависимости интегральных фазовых критериев J_Φ и \tilde{J}_Φ , показывает, что aberrации более высокого порядка, чем второй, для коллимированных пучков весьма незначительны.

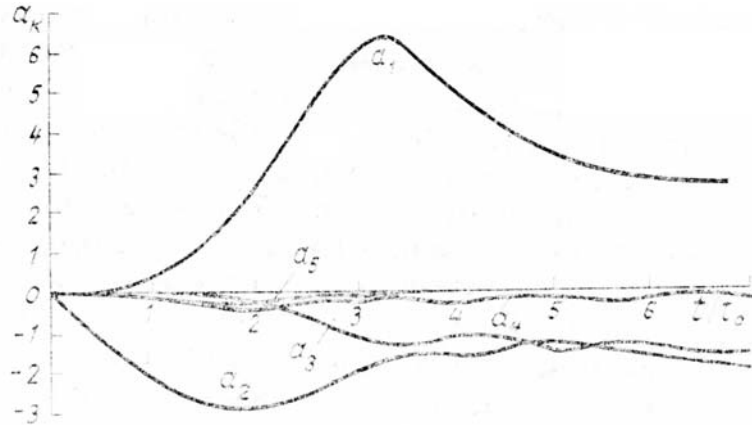


Рис. 2. Динамика низших aberrаций волнового фронта на выходе из кюветы. Условия распространения: $z_0 = 0,05$; $R = -380$; $Re = 100$; $Gr = 10^4$; $Ra = 6 \cdot 10^3$

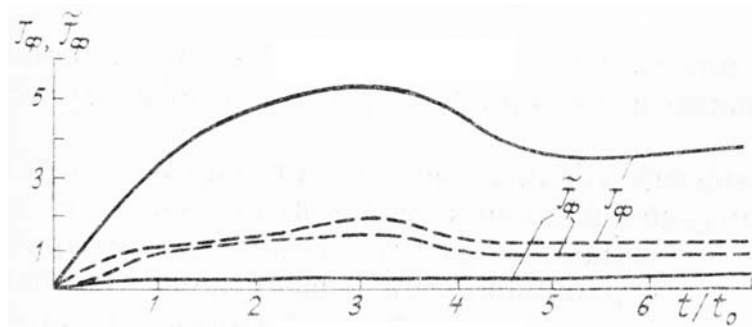


Рис. 3. Интегральные фазовые критерии J_Φ , \tilde{J}_Φ в зависимости от времени. Условия распространения те же, что и на рис. 2. Сплошные линии — без управления, штриховые — с управлением

4. Эффективность программной коррекции фазовых искажений

Простейший алгоритм программной коррекции можно представить в виде соотношения

$$U(x, y, t) = -\gamma \varphi(x, y, z_0, t), \quad (19)$$

где γ — эмпирически подбираемый коэффициент. При численной реализации этого алгоритма задача о распространении излучения в кювете решается дважды: сначала для вычисления и запоминания на всех временных шагах сеточных значений выходной фазы неуправляемого (коллимированного) пучка, а затем для моделирования динамического управления (19) и анализа остаточных фазовых искажений $\varphi_{ост}$. Для аппроксимации формируемого фазового профиля поверхностью упругого зеркала использована процедура наименьших квадратов.

Численные эксперименты показывают, что на трассах, не превышающих $z_0 = 0,05$, программное управление (19) при $\gamma = 1$ в значительной степени устраняет фазовые искажения, приобретаемые пучком в кювете. Кривизна и наклон волнового фронта в результате управления уменьшается в 3–6 раз. В 2–3 раза снижаются значения интегрального фазового критерия J_Φ , менее чувствительного к локальным отклонениям фазы пучка от плоской. Вместе с тем при управлении возрастает относительная доля aberrаций высших порядков (рис. 3, штриховые линии), что объясняется, по-видимому, изменением вдоль по трассе характерных масштабов наведенной тепловой линзы.

На более длинных трассах ($z_0 \geq 0,1$), когда дифракционный и нелинейный фазовые набег являются существенно неаддитивными, эффективность коррекции (19) при $\gamma = 1$ снижается. В этом случае целесообразно оптимизировать амплитуду коррекции γ ; в качестве критерия оптимизации удобно выбрать усредненное по времени значение интегрального фазового критерия

$$\langle J_\Phi \rangle = \frac{1}{t_{имп}} \int_0^{t_{имп}} J_\Phi(t) dt. \quad (20)$$

В качестве примера на рис. 4 представлена зависимость $\langle J_\Phi \rangle$ от параметра γ при распространении пучка в кювете длиной $z_0 = 0,1$. Виден отчетливый минимум, достигаемый фазовым критерием в области $\gamma \approx 1,2$.

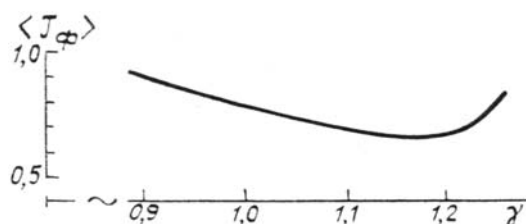


Рис. 4. Оптимизация амплитуды фазовой коррекции δ . Условия распространения: $z_0 = 0,1$; $R = -83$; $Re = 50$; $Gr = 2 \cdot 10^3$; $Ra = 1,2 \cdot 10^3$

Подобная оптимизация возможна в широком диапазоне переменных z_0 , R , однако ее предельные возможности с ростом длины трассы снижаются.

В целом выполненный анализ убедительно свидетельствует о том, что простое программное управление волновым фронтом пучка с помощью упругого зеркала с четырьмя сервоприводами эффективно компенсирует нелинейные фазовые искажения в горизонтальной кювете, не вызывая существенных апертурных эффектов. В рассмотренном диапазоне параметров установлено, что относительные отклонения от неискаженных (вакуумных) значений таких характеристик пучка, как смещение энергетического центра и энергетический радиус на выходе из кюветы, при включении управления, как правило, меняют знак, но по модулю практически не превышают соответствующие величины без управления.

1. Берковский Б. М., Ноготов Е. Ф. //ИФЖ. 1970. Т. 19. № 6. С. 1042–1052.
2. Берковский Б. М., Иванов Л. П., Ноготов Е. Ф. //Конвекция в каналах. Минск: ИТМО, 1971. С. 37–44.
3. Берковский Б. М., Иванов Л. П. //Изв. АН СССР. 1971. № 3. С. 128–135.
4. Герасимов Б. П., Гордиенко В. М., Сухоруков А. П. //ИФЖ. 1977. Т. 33. С. 709–718.
5. Герасимов Б. П., Гордиенко В. М., Сухоруков А. П. //ИФЖ. 1979. Т. 34. С. 331–336.
6. Петрищев В. А., Пискунова Л. В., Таланов В. И., Эрм Р. Э. //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1981. Т. 24. С. 161–171.
7. Мурох И. Ю. //Теплофизические и физико-химические процессы в энергетических установках. Минск: ИГМО. 1986. С. 87–91.
8. Герасимов Б. П., Елизарова Т. Г., Сухоруков А. П. //ЖТФ. 1983. Т. 53. С. 1696–1705.
9. Герасимов Б. П., Гордиенко В. М., Сухоруков А. П. О свободной конвекции при фотоабсорбции. М., 1974. (Препринт/ИИМ № 59).
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
11. Поттер Д. Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 1975. 392 с.
12. Хокни Р. У. Методы расчета потенциала и их приложения. //Вычислительные методы в физике плазмы /Под ред. Б. Олдера. М.: Мир, 1974. С. 143–212.
13. Егоров К. Д., Кандидов В. П., Чесноков С. С. //Изв. вузов. Сер. Физика. 1983 № 2. С. 66–78.
14. Чесноков С. С. //Вестник МГУ. Сер. 3. Физика, астрономия. 1980. Т. 21. № 6. С. 27–31.
15. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука. 1970. 856 с.
16. Огибалов П. М. Изгиб, устойчивость и колебания пластинок. М.: Изд-во МГУ, 1958. 390 с.
17. Кандидов В. П., Чесноков С. С., Выслоух В. А. Метод конечных элементов в задачах динамики. М.: Изд-во МГУ, 1980. 165 с.

Московский госуниверситет
им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию
7 августа 1989 г.

I. A. Chertkova, S. S. Chesnokov. Minimization of the Phase Distortions of a Laser Beam Propagating through Convective Flows.

A closed model of the laser beam self-action is constructed in the paper for the conditions of self-induced convection in the medium where the beam propagates. Numerical analysis of the radiation structure at the exit of a gas cell is presented for a wide range of the heat release parameter value. Quite simple algorithm is suggested in the paper for dynamic monitoring of the beam wave front at the cell entrance based on the use of current distribution of the output phase at no control.