

**В.И. Стариков, С.Н. Михайленко**

## ЭФФЕКТИВНЫЙ ДИПОЛЬНЫЙ МОМЕНТ НЕЖЕСТКИХ МОЛЕКУЛ ТИПА H<sub>2</sub>X. ПРИЛОЖЕНИЕ К H<sub>2</sub>O

Развита теория эффективного дипольного момента нежёстких молекул типа H<sub>2</sub>X. Учтено колебание большой амплитуды, описываемое координатой  $\rho$ . Для молекулы H<sub>2</sub>O из решения обратной задачи проведено восстановление параметров в модельных представлениях функций  $\mu_x^e(\rho)$ ,  $\mu_x^1(\rho)$  и  $\mu_z^3(\rho)$  из разложения дипольного момента молекулы в ряд по нормальным координатам  $q_i$  ( $i = 1; 3$ ).

### Введение

Теоретическое исследование интенсивностей колебательно-вращательных (КВ) линий поглощения молекул приводит к необходимости расчета матричных элементов эффективного дипольного момента (ЭДМ) в базисе колебательно-вращательных волновых функций, соответствующих нулевому приближению гамильтониана молекулы (либо матричных элементов от дипольного момента в базисе КВ волновых функций, полученных с помощью теории возмущений). Кроме того, информация об этих матричных элементах может быть получена из экспериментальных интенсивностей. Данная статья посвящена исследованию функции дипольного момента молекулы H<sub>2</sub>O, основанному на экспериментальных данных по параметрам эффективного дипольного момента, приведенных в работах [1–7], а также на теоретических соотношениях, связывающих эти параметры с функцией дипольного момента и параметрами КВ гамильтониана  $H$  нежесткой молекулы [8]. В предположении малости колебаний в молекуле (в базисе гармонических волновых функций) подобные теоретические соотношения (для молекул типа асимметричного волчка) получены в [9].

### Общие соотношения для оператора ЭДМ

Преобразованный оператор дипольного момента  $\mu'_z$  (рассматривается одна  $Z$  компонента оператора  $\mu$  в пространственной системе координат) имеет вид

$$\mu'_z = \mu_z + [iS, \mu_z] + \frac{1}{2} [iS, [iS, \mu_z]] + \dots, \quad (1)$$

в котором  $iS$  — оператор колебательного контактного преобразования исходного гамильтониана  $H$  молекулы к эффективному вращательному гамильтониану  $H^{eff}$ . Вращательным контактным преобразованием  $\mu'_z$  сводится к оператору эффективного дипольного момента

$$\tilde{\mu}_z = \mu'_z + [i^R S, \mu'_z] + \dots. \quad (2)$$

Приведенные соотношения точно такие же, как и в модели квазижесткой молекулы [9]. Основное отличие в вычислениях, проводимых в настоящей статье, от подобных вычислений из [9] заключается в следующем. Во-первых, функции  $\mu_\alpha(\rho, q_i)$  — компоненты дипольного момента  $\mu$  в молекулярной системе координат ( $\alpha = x, y, z$ ), связанные с  $\mu_z$  соотношением

$$\mu_z = \sum_{\alpha} \varphi_{\alpha} \mu_{\alpha},$$

где  $\varphi_{\alpha}$  — направляющие косинусы, разлагаются в ряд только по координатам  $q_i$ , соответствующим колебаниям малой амплитуды:

$$\mu_{\alpha}(\rho, q_i) = \mu_{\alpha}^e(\rho) + \sum_i \mu_{\alpha}^i(\rho, q_i) + \frac{1}{2} \sum_{ij} \mu_{\alpha}^{ij}(\rho) q_i q_j + \dots, \quad i, j = 1, 3. \quad (3)$$

Коэффициенты разложения (3) являются функциями координаты большого колебания  $\rho$  [8]. Во-вторых, в качестве базисных колебательных волновых функций используются функции  $\Psi_n(\rho) \cdot \varphi_v(q)$ , в которых  $\varphi_v(q)$  — собственные функции гамильтониана  $H_0^{sm, vib}(q)$ , описывающего гармонические

колебания в молекуле, а  $\Psi_n(\rho)$  — волновые функции, получаемые путем численного интегрирования уравнения Шредингера [10]

$$H_0^b \Psi_n(\rho) = \left\{ -B_\rho(\rho) \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} - \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} B_\rho(\rho) \right] \frac{\partial}{\partial \rho} + U_0(\rho) + V_0(\rho) \right\} \Psi_n(\rho) = E_n \Psi_n(\rho) \quad (4)$$

с ангармонической потенциальной функцией  $V_0(\rho)$ . Гамильтониан нулевого приближения

$$H_0 = H_0^{sm.vib}(q) H_0^b, \quad (5)$$

используемый при преобразовании исходного гамильтониана  $H$  нежесткой молекулы к эффективному  $H^{\Phi}$ , получается из разложения потенциальной функции  $V(\rho, q_i)$  и обратного тензора инерции  $\mu_{\alpha\beta}(\rho, q_i)$  в ряды по координатам  $q_i$

$$V(\rho, q_i) = V_0(\rho) + \sum_i \phi_i(\rho) q_i + \frac{1}{2} \sum_{ij} \{ \omega_i(\rho) \delta_{ij} + \phi_{ij}(\rho) \} q_i q_j + \frac{1}{6} \sum_{ijl} \phi_{ijl}(\rho) q_i q_j q_l + \dots; \quad (6a)$$

$$\frac{1}{2} \mu_{\alpha\beta}(\rho, q_i) = B_\alpha(\rho) \delta_{\alpha\beta} + \sum_i B_i^{\alpha\beta}(\rho) q_i + \sum_{ij} B_{ij}^{\alpha\beta}(\rho) q_i q_j + \dots. \quad (6b)$$

Схема расчета операторов преобразования  $iS$  в модели нежесткой молекулы при нулевом приближении  $H_0$  (5) изложена в [11]; вид генератора  $t^R S$  приведен в [9], поэтому подробно останавливаться на вычислениях отдельных вкладов в  $\tilde{\mu}_Z$  не будем, а перейдем к рассмотрению матричных элементов от  $\tilde{\mu}_Z$  в базисе колебательных волновых функций. Заметим только, что все вычисления проведены до второго порядка параметра малости  $K \approx (\bar{B} / \bar{\omega})$ , в котором  $\bar{B}$  — среднее значение вращательной постоянной, а  $\bar{\omega}$  — среднее значение частоты гармонического колебания. Для удобства эти матричные элементы будем приводить к виду, что и в [9], однако в отличие от [9] связь этих матричных элементов с молекулярными параметрами и параметрами функции дипольного момента будет иной.

### Эффективный дипольный момент в данном колебательном состоянии

Следуя работе [9], запишем этот матричный элемент в виде

$$\tilde{\mu}_Z(n, v) = \langle n, v | \tilde{\mu}_Z | v, n \rangle = \sum_{\alpha} \varphi_{\alpha} \tilde{\mu}_{\alpha}^e(n, v) + \sum_{\alpha\beta\gamma} \frac{1}{2} \{ \varphi_{\alpha}, J_{\beta} J_{\gamma} \}^{\alpha, \beta, \gamma} \tilde{M}_2(n), \quad (7)$$

где  $|n, v\rangle = |\Psi_n\rangle |\varphi_{v_1}\rangle |\varphi_{v_3}\rangle$ ,  $\{A, B\} = AB + BA$ . Для параметров  $\tilde{\mu}_{\alpha}^e(n, v)$  и  ${}^{\alpha, \beta, \gamma} \tilde{M}_2(n)$  были найдены соотношения

$$\tilde{\mu}_{\alpha}^e(n, v) = \mu_{\alpha}^e(n) + \sum_{\kappa} \left( v_{\kappa} + \frac{1}{2} \right) \left\{ \frac{1}{2} \mu_{\alpha}^{\kappa\kappa}(n) - \frac{1}{4} \sum_t \frac{\mu_{\alpha}^t(n) \phi_{\kappa\kappa}(n)}{\omega_t} - \sum_s \frac{\tilde{\phi}_{\kappa\kappa}(ns) \mu_{\alpha}^e(sn)}{\Omega_{sn}} \right\}. \quad (8)$$

$${}^{\alpha, \beta, \gamma} \tilde{M}_2(n) = 2 \sum_s \frac{B_{\beta}(ns) \mu_{\alpha}^e(sn)}{\Omega_{ns}} \delta_{\beta\gamma} - \sum_{\kappa} \frac{B_{\kappa}^{\beta\gamma}(n) \mu_{\alpha}^{\kappa}(n)}{\omega_{\kappa}} + S_{111}^{(n)} \sum_{\delta} \epsilon_{\beta\gamma\delta} (\delta_{\alpha\gamma} \mu_{\beta}^e(n) - \delta_{\alpha\beta} \mu_{\gamma}^e(n)), \quad (9)$$

в которых введены обозначения:  $f(nm) = \langle \Psi_n | f(\rho) | \Psi_m \rangle$ ,  $f(n) = f(nn)$ ,  $\phi_{\kappa\kappa}(\rho) = \phi_{\kappa\kappa}(\rho) + 2\Delta\omega_{\kappa}(\rho)$ ,  $\Delta\omega_{\kappa}(\rho) = \omega_{\kappa}(\rho) - \omega_{\kappa}(\rho_e)$ ,  $\Omega_{ns} = E_n - E_s$ ,  $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$  — антисимметричный единичный тензор третьего ранга. Связь параметра  $S_{111}^{(n)}$  с параметрами эффективного гамильтониана остается такой же, как и в модели полужесткой молекулы [12], однако связь последних с молекулярными параметрами меняется [13, 14]. В предельном случае модели полужесткой молекулы справедливы разложения

$$\begin{aligned} \mu_{\alpha}^e(\rho) &= \mu_{\alpha}^e(\rho_e) + \left. \frac{\partial \mu_{\alpha}}{\partial q_2} \right|_{\rho_e} \cdot q_2 + \dots; \\ B_{\alpha}(\rho) &= B_{\alpha}(\rho_e) + \left. \frac{\partial B_{\alpha}}{\partial q_2} \right|_{\rho_e} \cdot q_2 + \dots, \quad q_2 = \kappa(\rho - \rho_e) \end{aligned} \quad (10)$$

и аналогичные разложения для функции  $\mu_{\alpha}^i(\rho)$ ,  $B_{\alpha}^{\alpha\beta}(\rho)$ , ... Ангармоничные волновые функции  $|n\rangle$  можно представить в виде разложения по функциям гармонического осциллятора  $|m\rangle_0$

$$|n\rangle = |n\rangle_0 + \frac{1}{6} \sum_m \frac{\langle m | \phi_{222} \cdot q^3 | n \rangle_0}{(n-m) \omega_2} |m\rangle_0 + \dots \quad (11)$$

Подстановка соотношений (10), (11) в формулы (8), (9) приводит к известным соотношениям из [9].

### Эффективный дипольный момент, связывающий изгибные колебательные состояния

Искомый матричный элемент записывается в виде

$$\tilde{\mu}_Z(nm) = \langle n, v=0 | \tilde{\mu}_Z | v=0, m \rangle = \sum_a \varphi_a \tilde{\mu}_a(nm) - i \sum_{\alpha\beta} \frac{1}{2} \{ \varphi_\alpha, J_\beta \}^{a,b} \tilde{M}_2(nm). \quad (12)$$

Для коэффициентов  $\tilde{\mu}_a(nm)$  и  ${}^{ab}\tilde{M}_2(nm)$  получены соотношения:

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_a(nm) &= \mu_a^e(nm) + \frac{1}{2} \sum_s^* \sum_i \left\{ \frac{\tilde{\phi}_i(ns) \mu_a^i(sm)}{\Omega_{ns} - \omega_i} + \frac{\mu_a^i(ns) \tilde{\phi}_i(sm)}{\Omega_{ms} - \omega_i} \right\} + \\ &+ \frac{1}{4} \sum_s \sum_\kappa \left\{ \frac{\tilde{\phi}_{\kappa\kappa}(ns) \mu_a^\kappa(sm)}{\Omega_{ns}} + \frac{\mu_a^\kappa(ns) \tilde{\phi}_{\kappa\kappa}(sm)}{\Omega_{ms}} \right\}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} {}^{ab}\tilde{M}_2(nm) &= i \sum_s^* \sum_\kappa \left\{ \frac{T_\kappa^b(ns) \mu_a^\kappa(sm)}{\Omega_{ns} - \omega_\kappa} + \frac{\mu_a^\kappa(ns) T_\kappa^b(sm)}{\Omega_{ms} - \omega_\kappa} \right\} + \\ &+ \sum_s \varepsilon_{\alpha\beta\delta} \left\{ \frac{B_\beta(ns) \mu_\delta^\epsilon(sm)}{\Omega_{ns}} - \frac{\mu_\delta^\epsilon(ns) B_\beta(sm)}{\Omega_{ms}} \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

В этих выражениях используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_i(ns) &= \langle n | \phi_i(\rho) + B_i^{\rho\rho}(\rho) J_\rho^2 | s \rangle; \\ T_\kappa^b(ns) &= \langle n | B_\kappa^{\beta\rho}(\rho) J_\rho + \frac{1}{2} (J_\rho B_\kappa^{\beta\rho}(\rho)) | s \rangle, \quad J_\rho = -i \frac{\partial}{\partial \rho}. \end{aligned}$$

Звездочка у  $\Sigma^*$  означает, что в сумме отсутствуют слагаемые, содержащие «резонансные» знаменатели с  $\omega_i \approx \Omega_{ps}$ . При наличии случайных резонансов типа Ферми  $\omega_1 \approx \Omega_{mn}$  или Кориолиса второго типа ( $\omega_3 \approx \Omega_{mn}$ ) в формулах (13) и (14) необходимо сделать замену

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{\phi}_1(mn) \mu_a^1(m)}{\Omega_{mn} - \omega_1} &\rightarrow \frac{\tilde{\phi}_1(nm) \mu_a^1(m)}{\Omega_{mn} + \omega_1}; \\ \frac{T_3^b(mn) \mu_a^3(n)}{\Omega_{mn} - \omega_3} &\rightarrow \frac{T_3^b(nm) \mu_a^3(m)}{\Omega_{mn} + \omega_3}. \end{aligned} \quad (15)$$

### Эффективный дипольный момент для комбинационных полос

Искомый матричный элемент  $\tilde{\mu}_Z(n, v_\kappa; v_\kappa + 1, m) = \langle n, v_\kappa | \tilde{\mu}_Z | v_\kappa + 1, m \rangle$  так же, как и в модели полужесткой молекулы, может быть приведен к виду

$$\tilde{\mu}_Z(n, v_\kappa; v_\kappa + 1, m) = \left( \frac{v_\kappa + 1}{2} \right)^{1/2} \left[ \sum_a \varphi_a \tilde{\mu}_a^\kappa(nm) - i \sum_{\alpha\beta} \frac{1}{2} \{ \varphi_\alpha, J_\beta \}^{a,b} \tilde{M}_2(nm) \right], \quad (16)$$

в котором

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_a^\kappa(nm) &= \mu_a^\kappa(nm) + \frac{1}{2} \sum_s \left\{ \frac{\tilde{\phi}_{\kappa\kappa}(ns) \mu_a^\kappa(sm)}{\Omega_{ns}} \left( v_\kappa + \frac{1}{2} \right) + \right. \\ &\left. + \frac{\mu_a^\kappa(ns) \tilde{\phi}_{\kappa\kappa}(sm)}{\Omega_{ms}} \left( v_\kappa + \frac{3}{2} \right) \right\} + \sum_i \frac{\tilde{\phi}_{i\kappa}(nm) \mu_a^\kappa(n)}{(\Omega_{mn} + \omega_i)^2 - \omega_\kappa^2} + \end{aligned}$$

$$+\sum_s^* \left\{ \frac{\tilde{\phi}_\kappa(ns) \mu_\alpha^e(sm)}{\Omega_{ns} - \omega_\kappa} + \frac{\mu_\alpha^e(ns) \tilde{\phi}_\kappa(sm)}{\Omega_{sm} + \omega_\kappa} \right\} - i \sum_s^* \sum_{\beta\gamma} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \left\{ \frac{T_\kappa^\beta(ns) \mu_\alpha^e(sm)}{\Omega_{ns} - \omega_\kappa} + \frac{\mu_\alpha^e(ns) T_\kappa^\beta(sm)}{\Omega_{sm} - \omega_\kappa} \right\}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} {}_{\alpha\beta}\tilde{M}_\kappa(nm) = & 2i \sum_s^* \left\{ \frac{T_\kappa^\beta(ns) \mu_\alpha^e(sm)}{\Omega_{ns} - \omega_\kappa} - \frac{\mu_\alpha^e(ns) T_\kappa^\beta(sm)}{\Omega_{sm} - \omega_\kappa} \right\} + \\ & + \sum_s^* \sum_{\gamma\delta} \varepsilon_{\alpha\gamma\delta} \left\{ \frac{B_\kappa^{\gamma\delta}(ns) \mu_\delta^e(sm)}{\Omega_{ns} + \omega_\kappa} + \frac{\mu_\delta^e(ns) B_\kappa^{\gamma\delta}(sm)}{\Omega_{sm} + \omega_\kappa} \right\} - 4 \sum_{j\neq\kappa} (\omega_j \omega_\kappa)^{-1/2} \frac{B_\beta(n) \zeta_{jk}^3(n) \mu_\alpha^e(nm)}{\omega_j^2 - \omega_\kappa^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Резонанс Кориолиса 1-го типа ( $\omega_1 \approx \omega_3$ ) может быть учтен в формуле (18) точно так же, как и в [9]. Наибольшее отличие от модели полужесткой молекулы появляется в тех формулах для матричных элементов, которые связывают состояния с различным значением квантового числа  $n$ . Если ЭДМ связывает состояния с одинаковым  $n$ , то искомые формулы мало отличаются от подобных формул в модели полужесткой молекулы, поэтому в дальнейшем рассматривать их не будем. В качестве примера приведем выражение для ЭДМ для случая комбинационных (разностных) полос с  $n = m$ .

### Эффективный дипольный момент для комбинационных (разностных) полос с $n = m$

Искомый матричный элемент имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_z(n, v_\kappa, v_l; v_\kappa + 1, v_l \pm 1, n) = & \langle v_\kappa, v_l, n | \tilde{\mu}_z | n, v_\kappa + 1, v_l \pm 1 \rangle = \\ = & \left( \frac{v_\kappa + 1}{2} \right)^{1/2} L_l(\pm) \sum_\alpha \frac{1}{2} \varphi_\alpha \left\{ \mu_\alpha^{x,l}(n) + 4 \sum_s \frac{\phi_{\kappa l}(ns) \mu_\alpha^e(ns) \Omega_{ns}}{\Omega_{ns}^2 - (\omega_\kappa \pm \omega_l)^2} \right\} + 2 \sum_{\beta\gamma} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \frac{B_\beta(n) \zeta_{\kappa l}^3(n) \mu_\gamma^e(n) (\omega_\kappa \pm \omega_l)}{(\omega_\kappa \omega_l)^{1/2} (\omega_\kappa \pm \omega_l)} \dots \end{aligned}$$

Функция  $L_l(+)=\left(\frac{v_l+1}{2}\right)^{1/2}$  для  $v_l+1$ ,  $L_l(-)=\left(\frac{v_l}{2}\right)^{1/2}$  для  $v_l-1$ . Эта формула отличается от приведенной в [9] вторым слагаемым и тем, что вместо постоянных  $\zeta$ ,  $B$ , ... в ней нужно использовать диагональные матричные элементы от функций  $\zeta(\rho)$ ,  $B(\rho)$  и т.д. В предельном случае (10–11)  $\tilde{\mu}_z(n, v_\kappa, \dots)$  переходит в соответствующее выражение из [9].

### Приложение к молекуле H<sub>2</sub>O

Полученные соотношения были применены для отыскания функций  $\mu_x(\rho)$ ,  $\mu_x^1(\rho)$  и  $\mu_z^3(\rho)$  из выражения (3) для молекулы H<sub>2</sub>O. Для этих целей были использованы экспериментальные данные по коэффициентам  $\tilde{\mu}_j \equiv \{\tilde{\mu}_\alpha, \mu_{\alpha\beta}\}$ ,  $j = 1, 2, \dots M$  из разложений

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_z = & \tilde{\mu}_z \varphi_z + \tilde{\mu}_{x,y} \{ \varphi_x, iJ_y \} + \tilde{\mu}_{y,x} \{ i\varphi_y, J_x \} + \dots; \\ \tilde{\mu}_x = & \tilde{\mu}_x \varphi_x + \tilde{\mu}_{y,z} \{ i\varphi_y, J_z \} + \tilde{\mu}_{z,y} \{ \varphi_z, iJ_y \} + \dots, \end{aligned} \quad (19)$$

применяемых для обработки экспериментальных данных полос типа  $A$  ( $\Delta v_3$  нечетное) или  $B$  ( $\Delta v_3$  – четное) соответственно. Очевидно, что формулы (12) и (13) легко сводятся к виду (19). Функции  $\mu_x^e$  и  $\mu_\alpha^i(\rho)$  ( $i = 1$  при  $\alpha = x$  и  $i = 3$  при  $\alpha = z$ ) были выбраны в виде

$$\mu_x^e(\rho) = a_1 \sin(\rho/2) + a_2 \sin^2(\rho/2) + a_3 \sin^3(\rho/2); \quad (20)$$

$$\mu_x^e(\rho) = a_{+2} \cos^2[(\pi - \rho)p] + a_{-2} / \cos^2[(\pi - \rho)p] - C; \quad (20a)$$

$$\mu_z^3(\rho) = b_1 \cos(\rho/2) + b_2 \cos^2(\rho/2) + b_3 \cos^3(\rho/2), \quad (20b)$$

где  $\sigma$  принимает индекс  $e$  или 1. При выборе представлений для рассматриваемых функций мы исходили из того, чтобы в случае линейной конфигурации молекулы

$$\mu_x^e(\rho = 0) = 0, \mu_x^1(\rho = 0) = 0. \quad (21)$$

Из условий (21) находится константа  $C$  в (20a), остальные параметры  $a$ ,  $b$ ,  $p$  объявлялись варьируемыми и находились при минимизации функционала

$$S = \sum_{j=1}^M [(\tilde{\mu}_j^{\text{эксп}} - \tilde{\mu}_j^{\text{выч}}) W_j]^2, \quad (22)$$

в котором  $W_j$  — вес, вводимый так, чтобы порядок всех используемых в подгонке данных был одинаков. Волновые функции  $\Psi_n(\rho)$ , входящие в матричные элементы, определялись путем численного интегрирования уравнения (9) с потенциальной функцией  $V_0(\rho)$ , имеющей вид

$$V_0(\rho) = f_{\alpha\alpha} \rho^2 + \frac{H[1 + f_{\alpha\alpha} \rho_e^2/H]^2}{[1 + H\rho^2/f_{\alpha\alpha} \rho_e^2]}.$$

с параметрами  $f_{\alpha\alpha} = 12857,902 \text{ см}^{-1}$ ,  $H = 10960,976 \text{ см}^{-1}$  и  $\rho_e = 1,8208 \text{ рад}$ . При интегрировании уравнения (4) использовался метод Нумерова—Кули [15]. Вид молекулярных функций  $B_\alpha(\rho)$ ,  $B_k^{\alpha\beta}(\rho)$ , ... можно найти в [8, 13]. Функции  $\phi_i(\rho)$ ,  $\omega_i(\rho)$ , ... из разложения потенциала молекулы вычислялись по схеме, изложенной в [10, 16], при этом силовые параметры  $f_{ij}$ ,  $f_{ijl}$  ... брались из [16].

Таблица 1

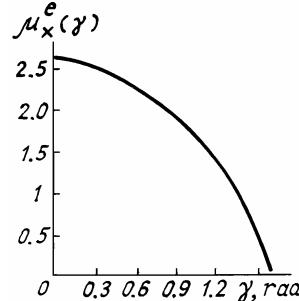
**Вычисленные и экспериментальные значения параметров  $\tilde{\mu}_x$ ,  $\tilde{\mu}_{yz}$  и  $\tilde{\mu}_{zy}$  (в D)эффективного дипольного момента молекулы  $\text{H}_2\text{O}$ , связывающего состояния  $|n\rangle$  и  $|n + \Delta n\rangle$  ( $v_1 = v_3 = 0$ )**

$n$	$\tilde{\mu}_x$	$\tilde{\mu}_{yz}$	$\tilde{\mu}_{zy}$	$\tilde{\mu}_x$	$\tilde{\mu}_{yz}$	$\tilde{\mu}_{zy}$
	$\Delta n=0$		$\Delta n=1$			
0	-1.85 <sup>(1)</sup>			1.27E-01 <sup>(3)</sup>	-6.5E-03	-3.6E-04
0	-1.86			1.20E-01	-7.3E-03	-2.6E-04
1	-1.83 <sup>(2)</sup>			1.82E-01 <sup>(6)</sup>	-0.9E-02	
1	-1.83			1.77E-01	-1.2E-02	-3.4E-04
2	-1.79			2.26E-01	-1.8E-02	-3.9E-04
3	-1.75			2.75E-01	-2.7E-02	-4.2E-04
4	-1.69			3.27E-01	-4.5E-02	-4.4E-04
5	-1.61			3.90E-01	-9.7E-02	-4.4E-04
6	-1.50			4.63E-01	-2.8E-01	-3.4E-04
7	-1.39			5.15E-01	-6.1E-01	-4.1E-04
$\Delta n=2$						
0	5.82E-03 <sup>(4)</sup>	-0.4E-04	2.3E-05	3.52E-04 <sup>(5)</sup>	1.1E-05	3.2E-05
0	6.02E-03	-1.8E-04	2.0E-05	3.23E-04	1.6E-05	3.2E-05
1	1.05E-02	-3.0E-04	3.5E-05	4.12E-04	5.9E-05	6.2E-05
2	1.46E-02	-3.5E-04	5.3E-05	7.29E-05	1.9E-04	9.3E-05
3	1.77E-02	-5.5E-05	7.8E-05	-1.33E-03	7.3E-04	1.3E-04
4	1.79E-02	2.3E-03	1.2E-04	-6.32E-03	2.7E-03	-1.8E-04
5	1.35E-02	1.3E-02	1.1E-04	-1.38E-03	5.6E-03	3.3E-05
$\Delta n=4$						
0	4.9E-05 <sup>(7)</sup>		1.2E-05	-4.0E-05 <sup>a</sup>	6.0E-07	5.0E-07
0	-4.0E-05	7.1E-06	-1.1E-05	-1.2E-05 <sup>b</sup>	-4.0E-07	7.0E-07
1	-1.6E-04	2.4E-05	-2.6E-05	4.0E-06 <sup>c</sup>	3.0E-07	-1.0E-06
2	-4.3E-04	7.2E-05	-4.3E-05			
3	-8.8E-04	1.6E-04	-1.3E-04			
$\Delta n=5$						

<sup>a</sup> Вычисления соответствуют знаку (—) для параметров  $\tilde{\mu}_j$  полосы  $4v_2$  и функциям (20), (206).

<sup>b</sup> Вычисления соответствуют знаку (—) для параметров  $\tilde{\mu}_j$  полос  $3v_2$ ,  $4v_2$  и функциям (20), (206).

<sup>c</sup> Вычисления с функциями (20a), (206).



Функция —  $\mu_x^e(\gamma)$  (20), ( $\gamma = \pi - \rho$ ), полученная для молекулы  $\text{H}_2\text{O}$  при минимизации функционала (22)

Таблица 2

Вычисленные и экспериментальные значения параметров  $\tilde{\mu}_x$ ,  $\tilde{\mu}_{xz}$  и  $\tilde{\mu}_{zy}$  (в D) эффективного дипольного момента молекулы H<sub>2</sub>O, связывающего состояния  $|n, v_1 = 0\rangle$  и  $|n + \Delta n, v_1 + 1\rangle$  ( $v_3 = 0$ )

$n$	$\tilde{\mu}_x$	$\tilde{\mu}_{y, z}$	$\tilde{\mu}_{z, y}$	$\tilde{\mu}_x$	$\tilde{\mu}_{y, z}$	$\tilde{\mu}_{z, y}$
	$\Delta n = 0$			$\Delta n = -1$		
0	-1.5E-02 <sup>(4)</sup>	1.4E-03				
0	-1.5E-02	1.5E-03	-5.0E-04			
1				4.5E-03 <sup>(6)</sup>	-2.5E-04	
1	-1.8E-02	1.7E-03	-4.9E-04	4.5E-03	-5.1E-05	1.0E-04
2	-2.0E-02	1.9E-03	-4.8E-04	6.0E-03	-7.9E-05	1.4E-04
3	-2.2E-02	2.2E-03	-4.7E-04	6.7E-03	-1.1E-04	1.8E-04
4				6.8E-03	-1.6E-04	2.1E-04
	$\Delta n = +2$			$\Delta n = -2$		
0	-2.10E-03	-3.9E-06	1.0E-05	-1.6E-03	-7.0E-06	-7.3E-06
1	-3.50E-03	-1.4E-05	1.9E-05	-2.7E-03	-7.8E-06	-1.4E-05
2	-4.50E-03	-4.1E-05	2.9E-05	-3.7E-03	-2.5E-06	-2.1E-05

В табл. 1–3 представлены результаты расчета коэффициентов из разложений (19) и сравнение их с экспериментальными данными. Для случая  $\Delta n = 0$  приведены значения матричных элементов из формулы (13). Общее количество используемых экспериментальных данных  $M$  равно 21. Восстановленные из решения обратной задачи значения параметров  $a$  и  $b$  приведены в табл. 4, а на рисунке показана восстановленная функция  $\mu_x^e(\rho)$  (20 а).

Таблица 3

Вычисленные и экспериментальные значения параметров  $\tilde{\mu}_z$ ,  $\tilde{\mu}_{xy}$  и  $\tilde{\mu}_{zx}$  (в D) эффективного дипольного момента молекулы H<sub>2</sub>O, связывающего состояния  $|n, v_3 = 0\rangle$  и  $|n + \Delta n, v_3 = 1\rangle$  ( $v_1 = 0$ )

$n$	$\tilde{\mu}_z$	$\tilde{\mu}_{x, y}$	$\tilde{\mu}_{y, z}$	$\tilde{\mu}_z$	$\tilde{\mu}_{x, y}$	$\tilde{\mu}_{y, z}$
	$\Delta n = 0$			$\Delta n = -1$		
0	6.9E-02 <sup>(4)</sup>	-6.5E-04	1.7E-03			
0	7.0E-02	-2.1E-06	8.4E-04			
1	6.5E-02	-3.5E-06	8.5E-04	2.3E-02	-7.2E-06	-5.6E-05
2	6.0E-02	-5.3E-06	8.7E-04	3.1E-02	-1.1E-05	-8.6E-05
3	5.5E-02	-8.3E-06	9.0E-04	3.6E-02	-1.5E-05	-1.2E-04
4				3.8E-02	-1.9E-05	-1.5E-04

Таблица 4

Параметры модельных представлений функций  $\mu_x^\sigma(\rho)$  ( $\sigma = e, 1$ ) и  $\mu_z^3$  (в D) молекулы H<sub>2</sub>O

	$\mu_x^e$	$\mu_x^1$	$\mu_z^3$	
$a_1$	-4.9511	-0.3350	$b_1$	-1.3437
$a_2$	4.3364	1.0082	$b_2$	3.6678
$a_3$	-2.0080	-0.8401	$b_3$	-2.28005
$a_{+2}$	0.3525	0.1828	$b_1$	2.200
$a_{-2}$	0.3532	0.1079	$b_2$	-5.3047
$p$	-1.4491	-0.0719	$b_3$	3.3767

### Заключение

Необходимо сделать несколько замечаний по поводу выбора знаков у параметров  $\tilde{\mu}_j^{\text{эксп}}$ . Обратные задачи решались с выбором различных знаков для параметров  $\tilde{\mu}_j^{\text{эксп}}$  для полос  $3v_2$  и  $4v_2$ . Расчет (a) из табл. 1 соответствует выбору знака (–) для параметров  $\tilde{\mu}_j^{\text{эксп}}$  полосы  $4v_2$ . Расчет (b) – выбору

знака (–) для параметров  $\tilde{\mu}_j^{\text{эксп}}$  полос  $3v_2$  и  $4v_2$ , при этом использовались функции (20) и (20 б). Знаки (–) для  $\tilde{\mu}_j^{\text{эксп}}$  полосы  $4v_2$  являются предпочтительными при использовании модельных представлений (20), (20 б), т. к. эти функции с параметрами, полученными из обработки экспериментальных данных полос  $v_2$ ,  $2v_2$ ,  $3v_2$  и основного состояния, дают в прямом расчете знаки (–)  $\tilde{\mu}_j^{\text{выч}}$  полосы  $4v_2$ .

Наиболее адекватно экспериментальные данные (без изменения знаков для  $\tilde{\mu}_j^{\text{эксп}}$ ) описывает функция типа (20 а), в которой степень 2 нужно заменить на степень 4. Однако в точности восстановления экспериментальных данных она уступает функциям (20) и (20 б). Отметим еще раз, что предложенные функции (20) являются модельными функциями, а полученные для них параметры  $a$  и  $b$  из табл. 4 являются оптимальными в смысле (19), т.е. они наилучшим способом описывают имеющийся набор экспериментальных данных  $\tilde{\mu}_j^{\text{эксп}}$ . Тем не менее эти функции позволяют рассчитать параметры  $\tilde{\mu}_j^{\text{эксп}}$  (табл. 1–3) ряда полос, для которых экспериментальная информация по интенсивностям отсутствует.

1. Clough S.A., Beers Y., Klein G.R., Rothman L.S. //J. Chem. Phys. 1973. V. 59. P. 2254–2259.
2. Kuze H., Amano T., Shimizu T. //J. Chem. Phys. 1981. V. 75 P. 4869–4872.
3. Camy-Peyret C., Flaud J.-M. //Mol. Phys. 1976. V. 32. P. 523–536,
4. Flaud J.-M., Camy-Peyret C. //J. Mol. Spectr. 1975. V. 55. P. 278–310.
5. Flaud J.-M., Camy-Peyret C., Maillard J.-P., Guelachvili G. //J. Mol. Spectr. 1977. V. 65. P. 219–228.
6. Flaud J.-M., Camy-Peyret C., Mandin J.Y., Guelachvili G. //Mol. Phys. 1977. V. 34. P. 413–426.
7. Camy-Peyret C., Flaud J.-M., Maillard J.-P. //J. Phys. Lett. 1980. V. 41. P. L-23–L-26.
8. Hougen J.T., Bunker P.R., Johns J.W.G. //J. Mol. Spectr. 1970. V. 34 P. 136–172.
9. Camy-Peyret C., Flaud J.-M. //Mol. Spectr. Modern Research (K. Narahary Rao, Ed.), Academic Press, Orlando, FL. 1985 V. III. P. 69–140.
10. Hooy A.R., Bunker P.R. //J. Mol. Spectr. 1974. V. 52. P. 439–456.
11. Стариков В.И., Тютерев В.Г. //Опт. и спектроск. 1981. Т. 51. С. 268–277.
12. Kivelson D., Wilson E.B. //J. Chem. Phys. 1952. V. 20. P. 1575–1580.
13. Starikov V.I.. Machanichev B.N., Tyuterev V.I.G. //J. Phys. Lettr. 1984. V. 45. P. L-11-L-15.
14. Starikov V. I., Tyuterev V.I.G. //J. Mol. Spectr. 1982. V. 95. P. 288–296.
15. Cooley J.W. //Math. Comp. 1961. V. 15. P. 363–374.
16. Hooy A.R., Mills I.M., Strey G. //Mol. Phys. 1972. V. 24. P. 1265–1290.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

Поступила в редакцию  
3 декабря 1991 г.

V. I. Starikov, S. N. Mikhailenko. Effective Dipole Moment Operator for Nonrigid H<sub>2</sub>X Type Molecules. Application to H<sub>2</sub>O.

A theory of the transformed dipole moment operator for nonrigid H<sub>2</sub>X type molecules has been worked out by using the method of contact transformation. The treatment takes into account the large amplitude bending motion, which is described by coordinate  $\rho$ . Obtained formulas for the transformed dipole moment operator for bending vibration quantum bands and for combination bands have been used for the determination functions  $\mu_x^e(\rho)$ ,  $\mu_x^l(\rho)$ ,  $\mu_z^3(\rho)$  from the expansion of molecular fixed components  $\mu(p, q)$  ( $\alpha = x, y, z$ ) of the electric dipole moment of H<sub>2</sub>O molecule over  $q$  normal coordinates. Some different model forms for these functions have been used.