

Дж. Хуанг², Ю.М. Андреев¹, Г.В. Ланский¹

Алгоритм для оценки допустимых вариаций отношения смещения твердых растворов нелинейных кристаллов

¹ Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН, г. Томск, Россия
² Харбинский университет науки и технологий, КНР

Поступила в редакцию 6.12.2005 г.

Представлен разработанный алгоритм для оценки допустимых вариаций отношения смещения твердых растворов нелинейных кристаллов. Численные оценки выполнены для твердых растворов $\text{LiGaSe}_{1-x}\text{S}_x$, используемых в генераторах второй гармоники и параметрических генераторах света, а также для общего случая трехчастотных взаимодействий в этом же кристалле. Результаты оценок приведены в графической форме.

Введение

К настоящему времени хорошо известна перспектива применения смешанных нелинейных кристаллов в устройствах прикладной оптики, в том числе в мобильных системах дистанционного зондирования состава атмосферы [1]. С другой стороны, все выращенные смешанные кристаллы имеют вариации отношения смещения x двух исходных кристаллов вдоль и поперек направления роста, способные существенно снизить эффективность преобразователей частоты. Вариации x в поперечном направлении менее существенны, тем более что обычно рабочие элементы вырезаются из центральных в значительной степени однородных частей. Минимальная вариация отношения смещения 1,5% вдоль направления роста была достигнута на длине 40,7 мм в центральной части 80-мм були кристалла $\text{AgGa}_{1-x}\text{In}_x\text{Se}_2$ [2]. В то же время вариации x до 15% установлены по длине були $\text{Hg}_{1-x}\text{Cd}_x\text{Ga}_2\text{S}_4$, выращенной по методу Бриджмена–Стокбаргера, при этом отклонение x полученного состава от x состава исходных материалов достигает 25% [3]. Однако до настоящего времени не было алгоритма для расчета допустимых вариаций x , при которых обеспечивалось бы сохранение эффективности какого-либо преобразования по частоте на некотором предопределенном уровне. В данной статье описаны методика таких оценок, алгоритм и результаты его практического применения.

Допустимые вариации отношения смещения для генерации второй гармоники и параметрических генераторов света

Допустимые вариации отношения смещения для генерации второй гармоники (ГВГ) и параметрических генераторов света предлагается находить из

условий фазосогласования. В общем случае для трехчастотных взаимодействий эти условия записываются в виде следующего выражения [4, 5]:

$$\Delta k = 2\pi n_1/\lambda_1 + 2\pi n_2/\lambda_2 - 2\pi n_3/\lambda_3 = 0, \quad (1)$$

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 > \lambda_3.$$

Для смешанных кристаллов при этом необходимо учесть справедливость выражения [6]:

$$n_i(x) = [(n_i^A)^2 x + (1-x)n_i^B]^2, \quad i = 1, 2, 3,$$

где верхние индексы А, В означают два исходных кристалла. При наличии небольших вариаций отношения смещения Δx от значения x_0 , обеспечивающего корректное выполнение условий синхронизма, появится фазовая расстройка $\Delta k \neq 0$, которую определим, дифференцируя (1):

$$\Delta k = 2\pi \sum \Delta x \Delta_i / \lambda_i, \quad (2)$$

откуда

$$\Delta x = \Delta k / (2\pi) \left(\sum \Delta_i / \lambda_i \right)^{-1}.$$

Здесь $\Delta_i = \pm \partial n_i(x) / \partial x$, для $i = 1, 2$ применяется знак «+», а для $i = 3$ знак «-». Учитывая, что $\Delta x \ll x$ и полагая сопутствующие изменения n_i малыми, определим допустимые пределы вариаций x . Примем линейную аппроксимацию членов $\sum_{i=1}^3 \Delta_i / \lambda_i$ и $\left(\sum_{i=1}^3 \Delta_i / \lambda_i \right)^{-1}$ как функцию x , тогда, разлагая их в ряд, получим

$$\left(\sum_{i=1}^3 \frac{\Delta_i}{\lambda_i} \right)^{-1} = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 \Delta_i / \lambda_i \Big|_{x=x_0}} \left(1 - \left(\sum_{i=1}^3 \frac{\Delta_i'}{\lambda_i} / \sum_{i=1}^3 \frac{\Delta_i}{\lambda_i} \right) \Big|_{x=x_0} (x-x_0) + \dots \approx \right.$$

$$\approx \alpha[1 + \varepsilon(x - x_0)],$$

$$\Delta x = \Delta k \alpha / (2\pi) [1 + \varepsilon(x - x_0)]. \quad (3)$$

Если принять $\Delta k = \pi/l$ (l — длина кристалла), то будет иметь место $\sim 59\%$ -е падение эффективности преобразования из-за фазорассогласования $\text{sinc}^2(\Delta kl/2) = 4/\pi^2 \approx 41\%$ [3, 4]. Из (3) для рассматриваемого случая получим простой алгоритм для определения допустимых вариаций:

$$\Delta x = \alpha(1 + \varepsilon(x - x_0))/2l.$$

Видно, что они прямо пропорциональны x (через α) и обратно пропорциональны длине кристалла. Если при различных x кривые синхронизма имеют точку пересечения на какой-либо длине волны, допустимый диапазон вариаций может достигать 1,0. Отметим, что это не интересный для практических применений случай, поскольку смешанный кристалл приобретает свойства, идентичные свойствам исходных кристаллов при любом отношении смещения. Здесь для определения положительных Δx^+ и отрицательных Δx^- вариаций x можно использовать уравнения

$$\Delta k(x + \Delta x^+, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \pi/l, \quad (4)$$

$$\Delta k(x + \Delta x^-, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = -\pi/l.$$

Для определения оптимальной (соответствует положению первого локального максимума эффективности преобразования частоты) и допустимой длины кристалла, когда при наличии вариаций отношения смещения удастся сохранить эффективность преобразования частоты в указанном выше пределе, рассмотрим два типичных для практики случая. Первый — когда имеется плавное отклонение x от x_0 , второй — когда имеются статистически распределенные локальные изменения отношения смещения. Для анализа первого случая введем градиент x вдоль направления распространения излучений β , тогда

$$x = x_0 + \beta(z - l/2), \text{ а } \Delta x = x - x_0 = \beta(z - l/2),$$

где z — продольная координата внутри кристалла с $z = 0$ на входной поверхности и $z = l$ — на выходной. В приближении заданного поля для амплитуды ВГ имеем [6]:

$$A_{sh} = [i\omega_p/(n_{sh}c)]d_{eff}A_p^2 \int_0^l \exp(i\Delta kz) dz \propto \int_0^l \exp(i\Delta kz) dz, \quad (5)$$

где A_p и A_{sh} — амплитуды основной волны и волны ВГ; d_{eff} — коэффициент нелинейной восприимчивости второго порядка; n_{sh} — показатель преломления основной (длины волны λ_p) и волны второй гармоники (λ_{sh}) в направлении фазового синхронизма; ω_p — основная угловая частота; c — скорость света в вакууме. Как A_p , так и A_{sh} связаны с комплексными амплитудами поля и интенсивностями:

$$E_p(r, t) = (1/2)A_p \exp[i(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \omega t)] + \text{к.с.};$$

$$E_{sh}(r, t) = (1/2)A_{sh} \exp[i(\mathbf{k}_{sh} \cdot \mathbf{r} - 2\omega t)] + \text{к.с.};$$

$$I_p(r, t) = (1/2)n_p c \varepsilon_0 |A_p|^2, \quad I_{sh}(r, t) = (1/2)n_{sh} c \varepsilon_0 |A_{sh}|^2, \quad (6)$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума. Взяв аппроксимацию первого порядка в разложении общего выражения для Δx и решая ее относительно Δk , получим

$$\Delta k \approx 2\pi\Delta x/\alpha = 4\pi K\Delta x = 4\pi K\beta(z - l/2), \quad (7)$$

где $K = 1/(2\alpha)$.

Поскольку из-за вариаций x показатели преломления будут изменяться, процесс преобразования частоты будет отличным от процесса преобразования в обыкновенных нелинейных кристаллах. Корректный результат в этом случае можно получить из новых связанных уравнений, в которых учтено наличие слабых градиентов показателей преломления, а именно: выражение для фазовой расстройки Δk (7) необходимо заменить на $\Delta k^* = 2\pi K\beta(z - l)$. Тогда (5) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \int_0^l \exp(i\Delta k^* z) dz &= \int_0^l \exp[i2\pi K\beta(z - l)z] dz = \\ &= \int_0^l \exp\{i2\pi K\beta[(z - l/2)^2 - l^2/4]\} dz = \\ &= e^{-i\pi K l^2 \beta/2} \int_0^l e^{i2\pi K\beta(z - l/2)^2} dz = e^{-i\pi K l^2 \beta/2} \times \\ &\times \int_0^l \left\{ \cos[2\pi K\beta(z - l/2)^2] + i \sin[2\pi K\beta(z - l/2)^2] \right\} dz = \\ &= e^{-i\pi K l^2 \beta/2} \sqrt{l/|K\beta|} \left[C(l\sqrt{|K\beta|}) \pm i S(l\sqrt{|K\beta|}) \right], \quad (8) \end{aligned}$$

где

$$S(\tau) = \int_0^\tau \sin(\pi t^2/2) dt, \quad C(\tau) = \int_0^\tau \cos(\pi t^2/2) dt$$

— интегральные синус и косинус; $\tau = L|K\beta|^{1/2}$. Знак «+» в выражении (8) используется, когда $K\beta$ положительно, а «-» — когда отрицательно.

С учетом (8) из уравнения (6) найдем интенсивность волны ВГ

$$I_{sh} = I_p \left[C^2(l\sqrt{|K\beta|}) + S^2(l\sqrt{|K\beta|}) \right] / [K\beta L_{nl}^2] = \eta I_p; \quad (9)$$

$$L_{nl} = \left(8\pi^2 d_{eff}^2 I_p / [n_p^2 n_{sh} \varepsilon_0 c \lambda_p^2] \right)^{-1/2},$$

где η — эффективность преобразования; L_{nl} — нелинейная длина кристалла. Оптимальную длину l_m определим, продифференцировав выражение (9) и приведя его к уравнению вида

$$C(\tau) \cos(\tau^2 \pi/2) + S(\tau) \sin(\tau^2 \pi/2) = 0.$$

Определенное численным методом значение $\tau \approx 1,21$. Тогда оптимальная длина кристалла определится как $l_m = \tau\sqrt{1/|K\beta|}$, а модуль среднего значения вариаций x $|\Delta x_d|$ — из выражения

$$\Delta x = x - x_0 = \beta(z - l/2)$$

как $|\Delta x_d| = l|\beta|/4$, откуда $|\beta| = 4|\Delta x_d|/l$. Подставляя $|\beta|$ и второе равенство уравнения (7) в выражение для l_m и приравняв l к l_m , получим окончательное выражение для оптимальной длины $l_m = \tau^2/2|\alpha/\Delta x_d|$. Эта связь выражает баланс между длиной кристалла и вариацией x , который может быть использован при изготовлении рабочих образцов кристаллов.

При значительных вариациях x оптимальная длина кристалла уменьшится, при этом уменьшатся и эффект сноса, и поглощение, и эффективность преобразования, поэтому окончательное выражение для оптимальной длины кристалла даст хорошую точность оценок.

При наличии локальных вариаций x внутри кристалла может быть оценено лишь усредненное значение условий фазосогласования или уменьшения эффективности преобразования. Так, если ввести среднее по модулю отклонение x $|\Delta x_d|$, то допустимую длину кристалла « l_a », обеспечивающую принятый спад эффективности преобразования, можно получить из выражения (3), пренебрегая ϵ , в виде $l_a = 0,5|\alpha/\Delta x_d|$. Это выражение дает качественную оценку, так как не отражает истинную картину вариаций x .

Отметим, что выражения для оптимальной и допустимой длин кристалла отличаются лишь значением τ^2 , во втором случае оно приблизительно равно 1,46. Отметим также, что принятое предположение о низкой эффективности преобразования частоты, которое мы использовали, исключает применение предлагаемого алгоритма для анализа преобразования частоты в кристаллах с большой оптимальной или допустимой длиной. Однако в этом случае в качестве критерия может быть взята характеристическая длина L_{nl} кристалла, при которой эффективность ГВГ может достигать 58% [7]. Кроме того, применяя предлагаемый метод оценок, необходимо выполнять условия

$$l_m < L_{nl}, \quad l_a < L_{nl},$$

а эти неравенства означают существование минимальных вариаций x , т.е. $|\Delta x_d| > 2\tau^2|\alpha|/L_{nl}$ при определении оптимальной длины кристалла и $|\Delta x_d| > 2|\alpha|/L_{nl}$ при определении допустимой длины, для которых оценки верны.

Аналогичную процедуру можно проделать для оценки эффективности параметрической генерации света (ПГС). В качестве примера на рис. 1, 2 приведены результаты численных оценок для второй гармоники и параметрического генератора света в предположении связи кристаллооптических и кристаллографических осей $XYZ \rightarrow bac$.

Алгоритм для оценки допустимых вариаций отношения смещения твердых растворов нелинейных кристаллов 187
11. Оптика атмосферы и океана, № 2–3.

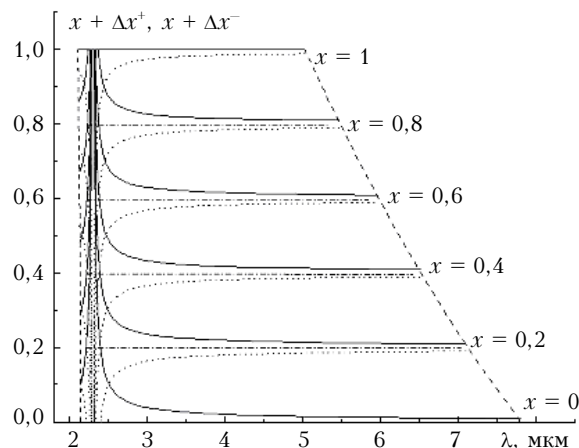


Рис. 1. Допустимые вариации отношения смещения для твердых растворов $\text{LiGaSe}_{1-x}\text{S}_x$ (длина 1 см) при использовании их в качестве генераторов второй гармоники с выполнением условий синхронизма II типа в главной плоскости «ba» (XY): сплошные кривые — $x + \Delta x^+$; пунктирные — $x + \Delta x^-$; штриховые — граница

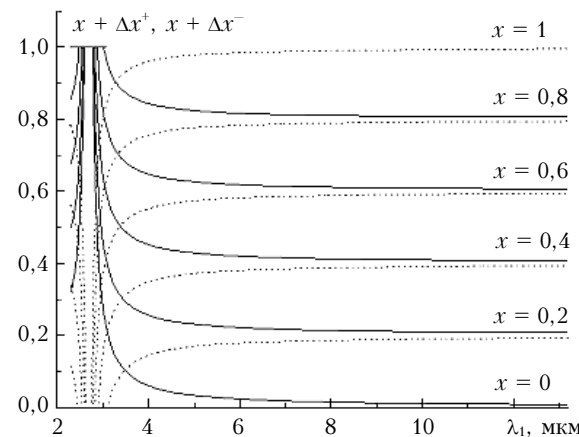


Рис. 2. Допустимые вариации отношения смещения для твердых растворов $\text{LiGaSe}_{1-x}\text{S}_x$ (длина 1 см) при использовании их в качестве параметрических генераторов света (Nd:YAG-лазер) с выполнением условий синхронизма sff-типа в главной плоскости «bc» (XZ): сплошные кривые — $x + \Delta x^+$; пунктирные — $x + \Delta x^-$

Допустимые вариации отношения смещения для трехчастотных взаимодействий

В отличие от частных случаев ГВГ (две взаимодействующие частоты вырождены) и ПГС (распад фотона накачки на два фотона, определенных законом сохранения энергии) для трехчастотных взаимодействий в общем случае количество вариантов взаимодействий неограниченно велико (могут взаимодействовать любые две частоты с генерацией третьей частоты, определенной законом сохранения энергии). К числу таких взаимодействий можно отнести генерацию суммарных частот (ГСЧ) и разностных частот (РЧ). Для определения допустимых вариаций x в этом случае воспользуемся исходными общими выражениями для определения значений показателей преломления из [7, 8]. В анизотропном кристалле

в направлении распространения $\mathbf{u}(\theta, \phi)$ они даются уравнением Френеля, которое имеет два решения:

$$\begin{aligned} n^+(\omega_i, \theta, \phi) &= \left(2/\left[-B_i - (B_i^2 - 4C_i)^{1/2}\right]\right)^{1/2}, \\ n^-(\omega_i, \theta, \phi) &= \left(2/\left[-B_i + (B_i^2 - 4C_i)^{1/2}\right]\right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $n^+(\omega_i) > n^-(\omega_i)$,
и

$$\begin{aligned} B_i &= -u_x^2(b_i + c_i) - u_y^2(a_i + c_i) - u_z^2(a_i + b_i), \\ C_i &= u_x^2 b_i c_i + u_y^2 a_i c_i + u_z^2 a_i b_i. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $a_i = n_x^{-2}$; $b_i = n_y^{-2}$; $c_i = n_z^{-2}$; $u_x = \sin\theta \cos\phi$, $u_y = \sin\theta \sin\phi$ и $u_z = \cos\theta$ – картезианские координаты единичного вектора $\mathbf{u}(\theta, \phi)$; $n_x(\omega_i)$, $n_y(\omega_i)$, $n_z(\omega_i)$ – главные показатели преломления эллипсоида показателей преломления. В процессах ГСЧ или ГРЧ преобразование энергии также подразумевает выполнение закона сохранения энергии, т.е.

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3, \quad \omega_1 \leq \omega_2 < \omega_3,$$

и закона сохранения импульса, т.е.

$$\mathbf{k}(\omega_1, \theta, \phi) + \mathbf{k}(\omega_2, \theta, \phi) = \mathbf{k}(\omega_3, \theta, \phi),$$

где \mathbf{k} – волновой вектор нормали единичного вектора $\mathbf{u}(\theta, \phi)$. А условия согласования фаз для I, II и III типов взаимодействий имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \omega_1 n^+(\omega_1, \theta, \phi) + \omega_2 n^+(\omega_2, \theta, \phi) &= \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi), \\ \omega_1 n^-(\omega_1, \theta, \phi) + \omega_2 n^+(\omega_2, \theta, \phi) &= \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi), \\ \omega_1 n^+(\omega_1, \theta, \phi) + \omega_2 n^-(\omega_2, \theta, \phi) &= \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi). \end{aligned}$$

Для смешанных кристаллов:

$$\begin{aligned} \omega_1 n^+(\omega_1, \theta, \phi, x) + \omega_2 n^+(\omega_2, \theta, \phi, x) &= \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x), \\ \omega_1 n^-(\omega_1, \theta, \phi, x) + \omega_2 n^+(\omega_2, \theta, \phi, x) &= \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x), \\ \omega_1 n^+(\omega_1, \theta, \phi, x) + \omega_2 n^-(\omega_2, \theta, \phi, x) &= \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x). \end{aligned}$$

Для определения допустимых вариаций состава Δx^+ и Δx^- для I, II и III типов взаимодействий можно использовать соответственно следующие выражения:

$$\begin{aligned} \omega_1 n^+(\omega_1, \theta, \phi, x) + \omega_2 n^+(\omega_2, \theta, \phi, x) &= \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x), \\ \omega_1 n^+(\omega_1, \theta, \phi, x + \Delta x^+) + \omega_2 n^+(\omega_2, \theta, \phi, x + \Delta x^+) - \\ - \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x + \Delta x^+) &= \pi c/l; \\ \omega_1 n^+(\omega_1, \theta, \phi, x) + \omega_2 n^+(\omega_2, \theta, \phi, x) &= \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x), \\ \omega_1 n^+(\omega_1, \theta, \phi, x + \Delta x^-) + \omega_2 n^+(\omega_2, \theta, \phi, x + \Delta x^-) - \\ - \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x + \Delta x^-) &= -\pi c/l; \\ \omega_1 n^-(\omega_1, \theta, \phi, x) + \omega_2 n^+(\omega_2, \theta, \phi, x) &= \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x), \\ \omega_1 n^-(\omega_1, \theta, \phi, x + \Delta x^+) + \omega_2 n^+(\omega_2, \theta, \phi, x + \Delta x^+) - \\ - \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x + \Delta x^+) &= \pi c/l; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_1 n^-(\omega_1, \theta, \phi, x) + \omega_2 n^+(\omega_2, \theta, \phi, x) &= \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x), \\ \omega_1 n^-(\omega_1, \theta, \phi, x + \Delta x^-) + \omega_2 n^+(\omega_2, \theta, \phi, x + \Delta x^-) - \\ - \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x + \Delta x^-) &= -\pi c/l; \\ \omega_1 n^+(\omega_1, \theta, \phi, x) + \omega_2 n^-(\omega_2, \theta, \phi, x) &= \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x), \\ \omega_1 n^+(\omega_1, \theta, \phi, x + \Delta x^+) + \omega_2 n^-(\omega_2, \theta, \phi, x + \Delta x^+) - \\ - \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x + \Delta x^+) &= \pi c/l; \\ \omega_1 n^+(\omega_1, \theta, \phi, x) + \omega_2 n^-(\omega_2, \theta, \phi, x) &= \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x), \\ \omega_1 n^+(\omega_1, \theta, \phi, x + \Delta x^-) + \omega_2 n^-(\omega_2, \theta, \phi, x + \Delta x^-) - \\ - \omega_3 n^-(\omega_3, \theta, \phi, x + \Delta x^-) &= -\pi c/l. \end{aligned}$$

Для фиксированных значений параметров $\omega_1(\lambda_1)$, $\omega_2(\lambda_2)$, $\omega_3(\lambda_3)$, l , x есть три переменные θ , ϕ , Δx^\pm , которые необходимо определить, но только два уравнения (в случае одноосного кристалла решение не зависит от угла ϕ (или θ) и может быть получено численным методом). Поэтому на практике необходимо определить азимутальный ϕ или полярный θ углы, а для произвольного направления траектории – сложную зависимость между ними $\theta = \theta(\phi)$. Их выбор необходим не только для изготовления рабочих образцов кристаллов, но также и для взаимной привязки кристаллографической и оптической систем координат. Результаты оценок допустимых значений вариаций отношения смещения для трехчастотных взаимодействий (ГРЧ/ГСЧ) показаны на рис. 3.

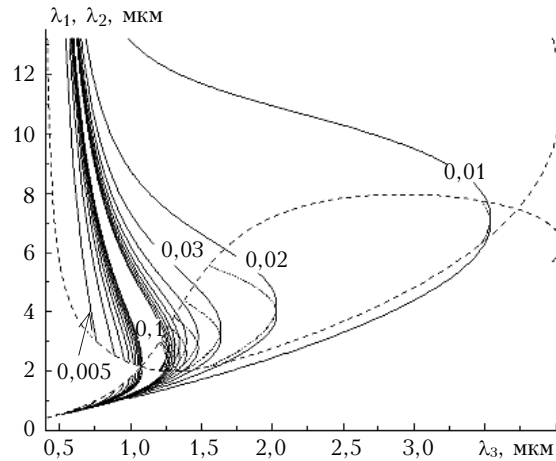


Рис. 3. Допустимые вариации отношения смещения для твердых растворов $\text{LiGaSe}_{1-x}\text{S}_x$ ($x = 0,1$; длина 1 см) при использовании их в качестве генераторов суммарных/разностных частот с выполнением условий синхронизма в главной плоскости «ba» (XY): сплошные – fsf-тип; пунктирные – sff-тип; штриховые – граница

Из рис. 1–3 следует, что требования на допустимые вариации отношения смещения для твердых растворов $\text{LiGaSe}_{1-x}\text{S}_x$ являются приемлемыми для широких спектральных диапазонов.

Заключение

Разработанный алгоритм впервые дал возможность оценить допустимые вариации отношения смешения твердых растворов нелинейных кристаллов. Его применение к различным типам преобразования в известных твердых растворах показало, что даже при сантиметровом размере допустимые вариации отношения смешения для широких спектральных интервалов лежат в разумных пределах 1–10%. Результаты оценок могут быть использованы при определении технологических заданий и заказе рабочих элементов из твердых растворов нелинейных кристаллов.

Авторы статьи, являющиеся сотрудниками Института мониторинга климатических и экологических систем СО РАН, выражают благодарность за частичную финансовую поддержку данных исследований грантом РФФИ № 05-02-98005-р_объ_а и Совету по грантам Президента РФ для ведущих научных школ (грант № НШ-1008.2003.5).

J. Huang, Yu.M. Andreev, G.V. Lanskii. Algorithm for estimation of acceptable mixing ratio variations of solid solutions of nonlinear crystals.

Algorithm for estimation of acceptable mixing ratio variations of solid solutions is represented. Digital estimations are carried out for the cases of using $\text{LiGaSe}_{1-x}\text{S}_x$ solid solutions in the second harmonic generators and optical parametric generators, and for common case of three frequency interactions in the same crystal. Estimation results are presented in the graphic form.

1. *Andreev Yu.M., Geiko P.P., Sherstov I.V.* Development and testing of the lidar gas analyzing complex // Proc. SPIE. 1999. V. 3983. P. 395–406.
2. *Shunemann P.G., Seltzer S.D., Pollak T.M.* Phase-matched crystal growth of AgGaSe_2 and $\text{AgGa}_{1-x}\text{In}_x\text{Se}_2$ // J. Cryst. Growth. 2000. V. 211. P. 257–264.
3. *Хуанг Дж.Ж., Андреев Ю.М., Бадиков В.В., Гейко П.П., Панютин В.Л., Рен Д.М., Чу Ю.Ч., Фентисова А.А., Фролов Ю.Н., Ху Х.Е., Ланский Г.В., Шевырдяева Г.С.* Генерация второй гармоники ТЕА- CO_2 -лазеров в $\text{Cd}_x\text{Hg}_{(1-x)}\text{Ga}_2\text{S}_4$ // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. Т 7. С. 608–612.
4. *Giordmaine J.A.* Mixing of light beams in crystals // Phys. Rev. Lett. 1962. V. 8. N 1. P. 19–20.
5. *Maker P.D., Terhune R.W., Nicenoff M., Savage C.M.* Effects of dispersion and focusing on the production of optical harmonics // Phys. Rev. Lett. 1962. V. 8. N 1. P. 21–22.
6. *Takaoka E., Kato K.* 90° phase-matched THG of the CO_2 laser wavelength in $\text{AgGa}_{1-x}\text{In}_x\text{Se}_2$ // Dig. Tech. Papers CLEO'99. 1999. P. 287.
7. *Kang F., Kai W., Qing M.* Nonlinear Optics // Jiang Su Scie. and Technol. Press. 1988. P. 80–81.
8. *Armstrong J.A., Bloembergen N., Ducuing J., Pershan P.S.* Interactions between light waves in a nonlinear dielectric // Phys. Rev. 1962. V. 127. P. 1918–1939.