

Р.С. Галеев, Р.К. Сафиуллин

Численное моделирование процессов в газоразрядных СО₂-лазерах с быстрым потоком газа

Казанская государственная архитектурно-строительная академия
НИИ математики и механики при Казанском государственном университете

Поступила в редакцию 11.12.2003 г.

Описываются результаты численного моделирования процессов в разрядных камерах (РК) СО₂-лазеров с быстрым потоком газа. Исследования выполнены для условий продольного тлеющего разряда с РК в форме конусообразных трубок и в форме параллелепипеда. Показано, что применение сужающихся в направлении от анода к катоду конусообразных трубок приводит к повышению кпд и выходной мощности СО₂-лазера. Для РК прямоугольной формы рассмотрено двумерное течение газа в приближении узкого канала. Получены двумерные распределения колебательных и газовой температур, а также степени ионизации газа внутри РК.

Развитие эффективных численных методов исследования основных процессов, происходящих в газоразрядных СО₂-лазерах, обусловлено поиском оптимальных режимов их работы. Несмотря на многолетние усилия в этом направлении, проблема эта не утратила своего значения и по сей день.

Данная работа посвящена численному моделированию процессов в разрядных камерах (РК) СО₂-лазеров с быстрым потоком газа. Исследования выполнены для условий продольного тлеющего разряда с РК в форме конусообразных трубок (рис. 1,а) и в форме параллелепипеда (рис. 1,б).

Исследования в этом направлении являются продолжением работы [1], в которой впервые была предсказана предпочтительность использования конусообразных разрядных трубок. В результате расчетов получены распределения газодинамических параметров, концентраций заряженных компонентов газоразрядной плазмы, напряженности электрического поля вдоль РК, рассчитана выходная мощность СО₂-лазера. Проанализировано влияние формы канала на выходную мощность лазера, проведено сопоставление с имеющимся экспериментом.

Для РК прямоугольной формы рассмотрено двумерное течение в приближении узкого канала, использована шеститемпературная модель колебательной релаксации. Показано, что в отличие от трех- или четырехтемпературных моделей данная модель приводит к отличию температур симметричной и деформационной колебательной мод СО₂ более чем на 100 К. Получены двумерные распределения поступательно-вращательной и колебательных температур, степени ионизации газа внутри РК.

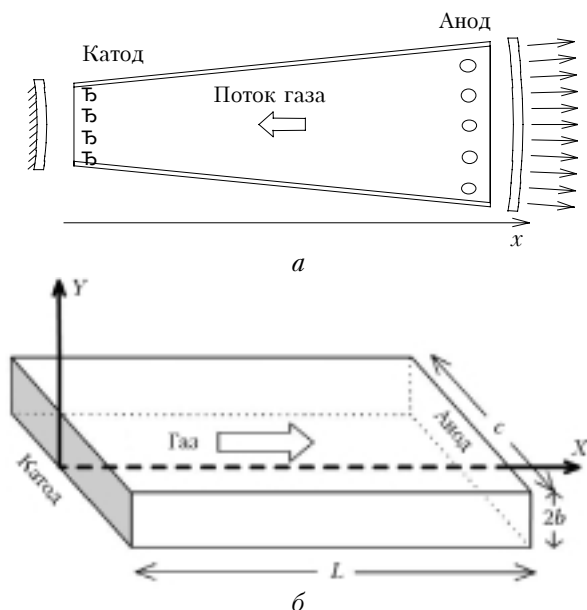


Рис. 1. СО₂-лазер с РК в форме конусообразной трубки (а), параллелепипеда (б)

Для РК первого типа рассмотрено квазиодномерное течение и использована четырехтемпературная мо-

1. Математические модели

1.1. СО₂-лазеры с конусообразной трубкой

Математическая модель СО₂-лазера с конусообразной трубкой (рис. 1,а) включает уравнения тлеющего разряда:

$$\frac{dj_e}{dx} = k_i j_e - k_a j_e - e\beta_e n_e n_+ + ek_d N n_- - j_e \frac{S'}{S}, \quad (1)$$

$$\frac{dj_+}{dx} = -k_i j_e + e\beta_e n_e n_+ + e\beta_i n_+ n_- - j_+ \frac{S'}{S}, \quad (2)$$

$$\frac{dj_-}{dx} = k_a j_e - e\beta_i n_+ n_- - ek_d N n_- - j_- \frac{S'}{S}, \quad (3)$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_e - n_+ + n_-) - E \frac{S'}{S}, \quad (4)$$

где x — координата, отсчитываемая от катода к аноду; j_e, j_+, j_- — плотности тока электронов, положительных и отрицательных ионов соответственно; E — напряженность электрического поля; $S = S(x)$ — площадь сечения разрядной трубки; e — абсолютная величина заряда электрона; остальные обозначения общеизвестны.

Плотности тока электронов и положительных ионов удовлетворяют следующим граничным условиям на электродах:

$$j_e(0,t) = \gamma j_+(0,t), \quad j_-(0,t) = j_+(L,t) = 0, \quad (5)$$

а напряженность электрического поля связана с падением напряжения на разрядном промежутке соотношением

$$\int_0^L E(x) dx = U. \quad (6)$$

Квазиодномерное колебательно-неравновесное течение невязкой лазерной смеси $\text{CO}_2\text{--N}_2\text{--He}$ в трубке описывается уравнениями:

$$\rho u S = G = \text{const}, \quad (7)$$

$$\rho u \frac{du}{dx} = -\frac{dp}{dx}, \quad (8)$$

$$\frac{du(E_g + p)}{dx} = W_e - g I_{rad} - u(E_g + p) \frac{S'}{S}, \quad (9)$$

$$p = \rho RT, \quad (10)$$

где W_e — мощность, вкладываемая в единицу объема; g — коэффициент усиления лазера на переходе $P(20)$; I_{rad} — интенсивность излучения лазера.

Удельная энергия газа дается формулой

$$E_g = \frac{p}{\kappa - 1} + \frac{\rho u^2}{2} + \rho e_{vib}. \quad (11)$$

Здесь ρ — плотность газовой смеси; u — ее скорость; p — давление газа; R — газовая постоянная; G — массовый расход газа через РК; $\kappa = c_p/c_v$; e_{vib} — удельная колебательная энергия газовой смеси.

Уравнения колебательной релаксации были взяты в приближении четырехтемпературной модели:

$$\frac{dE_i}{dx} = \frac{1}{u} w_i(p, T, E_2, E_3, E_4, \delta_i, E, j_e) = f_i, \quad (12)$$

$$i = 2, 3, 4,$$

где E_i — энергия i -й колебательной моды, приходящая на единицу объема. Считалось, что симметричная ($i = 1$) и деформационная ($i = 2$) колебательные моды CO_2 находятся в равновесии друг

с другом. Значения $i = 3$ и $i = 4$ соответствуют антисимметричной колебательной моде CO_2 и колебательной моде N_2 соответственно. Здесь δ_i — часть энергии накачки, поступающая в i -ю колебательную моду; функция w_i описывает правую часть кинетического уравнения для этой моды.

Константы скоростей возбуждения, ионизации молекул и диссоциативного прилипания и отлипания электронов получались в результате расчета функции распределения электронов по энергии (ФРЭЭ) для заданных значений приведенной напряженности электрического поля E/N (N — суммарная концентрация атомов и молекул).

1.2. CO_2 -лазеры с РК в форме параллелепипеда

Нами исследовались процессы в положительном столбе тлеющего разряда в узких проточных РК в форме параллелепипеда (см. рис. 1,б). Поток газа был направлен от катода к аноду. РК были ограничены плоскостями $x = 0, x = L, y = 0, y = 2b, z = 0, z = c$. Рассматриваемый случай $b/c \ll 1$ предполагал однородность процессов в направлении оси Z . Изучались процессы в смесях $\text{CO}_2\text{--N}_2\text{--He--CO}$.

Для данных РК решалась следующая система уравнений:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0; \quad (13)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial y}; \quad (14)$$

$$c_p \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + c_p \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + u \frac{\partial p}{\partial x} + \delta_j \mathbf{E} + \varphi(E_1, E_2, E_3, E_4, E_5); \quad (15)$$

$$p = NkT; \quad (16)$$

$$G = 2c \int_0^b \rho u dy; \quad (17)$$

$$I = 2c e E \mu_e \int_0^b n_e dy; \quad (18)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} D_a \frac{\partial n_e}{\partial y} - \frac{\partial n_e u}{\partial x} - \frac{\partial n_e v}{\partial y} + v_i n_e - \beta n_e^2 + q = 0, \quad (19)$$

$$u \frac{\partial E_i}{\partial x} + v \frac{\partial E_i}{\partial y} = \delta_i \mathbf{jE} + f_i(T, E_1, E_2, E_3, E_4, E_5) \quad (i = 1 \div 5), \quad (20)$$

где v, μ и λ — вертикальная компонента скорости потока, динамическая вязкость и теплопроводность газовой смеси соответственно; δ — часть мощности накачки, идущая в поступательно-вращательные

степени свободы молекул; I – полный ток; μ_e – подвижность электронов; D_a – коэффициент амбиполярной диффузии электронов; ν_i – частота ионизации; β – коэффициент электрон-ионной рекомбинации; q – интенсивность источника внешней ионизации; E_i – энергия i -й колебательной моды, приходящаяся на единицу объема; δ_i – часть энергии накачки, которая поступает в i -ю колебательную моду ($i = 5$ соответствует колебательной моде компоненты СО).

Уравнения колебательной кинетики (20) записаны в шеститемпературном приближении. Они включают конвективный и диффузионный перенос колебательной энергии, а также возбуждение колебаний молекул электронами и $(V-V)$ -, $(V-V')$ -, $(V-T)$ -процессы. Функции ϕ и f_i зависят также от скоростей $(V-V)$ -, $(V-V')$ - и $(V-T)$ -процессов. Они могут быть получены в соответствии с [2].

Граничные условия ставились следующим образом. На входе в РК полагалось, что:

$$\begin{aligned} T|_{x=0} &= T(0, y), \quad u|_{x=0} = u(0, y), \\ v|_{x=0} &= 0, \quad n_e|_{x=0} = n_e(0, y), \quad E|_{x=0} = E_0. \end{aligned} \quad (21)$$

Считалось, что здесь колебания молекул возбуждены равномерно.

На стенках РК полагалось, что

$$\begin{aligned} u|_{y=0} &= u|_{y=2b} = 0, \quad v|_{y=0} = v|_{y=2b} = 0, \\ n_e/N|_{y=0} &= n_e/N|_{y=2b} = 10^{-10}; \end{aligned}$$

$$T_1(x, 0) = T_1(x, 2b) = T_2(x, 0) = T_2(x, 2b) = T(x, 0);$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_3}{\partial y}(x, 0) &= \frac{\partial T_3}{\partial y}(x, 2b) = \frac{\partial T_4}{\partial y}(x, 0) = \frac{\partial T_4}{\partial y}(x, 2b) = \\ &= \frac{\partial T_5}{\partial y}(x, 0) = \frac{\partial T_5}{\partial y}(x, 2b) = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

На плоскости симметрии ($y = b$) ставились условия:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial n_e}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial E_1}{\partial y} = \frac{\partial E_2}{\partial y} = \\ &= \frac{\partial E_3}{\partial y} = \frac{\partial E_4}{\partial y} = \frac{\partial E_5}{\partial y} = 0, \quad v = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Вязкость и коэффициент теплопроводности газовой смеси рассчитывались по формулам, приведенным в [3]. Их температурные зависимости были взяты в виде

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0} = (T/T_0)^{0.7}, \quad \lambda_0 = \lambda(T_0), \quad \mu_0 = \mu(T_0). \quad (24)$$

2. Численный метод

2.1. СО₂-лазеры с РК в форме конических трубок

На входе в РК задавались значения давления, скорости и температуры и предполагалось равнове-

сие между поступательно-вращательными и колебательными степенями свободы молекул. В частном случае цилиндрической трубки использовалась модель резонатора Фабри–Перо в приближении постоянной интенсивности. Для конической трубки была использована модель сфероконцентрического резонатора в приближении $I(x) = I(0)S(0)/S(x)$. Усредненный коэффициент усиления рассчитывался по формуле

$$\bar{g} \equiv \frac{1}{L} \int_0^L g dx = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{r_1 r_2}, \quad (25)$$

где $r_1 = 1 - a_1$ и $r_2 = 1 - a_2 - \theta$ – коэффициенты отражения зеркал; a_1 и a_2 – коэффициенты поглощения зеркал; θ – пропускательная способность выходного зеркала; L – расстояние между зеркалами (принято равным расстоянию между катодом и анодом). Выходная мощность лазера рассчитывалась по формуле

$$P_u = \frac{\theta \bar{g} I(L) S(L) L}{(1 + \sqrt{r_1/r_2})(1 - \sqrt{r_1 r_2})}. \quad (26)$$

Сложная система дифференциальных уравнений решалась методом расщепления на три подсистемы, описывающие различные физические процессы. Прежде всего, газодинамические величины u , T , p на слое $x + \Delta x$ рассчитывались так же, как это делалось в работах [1,4]. Затем на слое $x + \Delta x$ рассчитывались величины E_k с использованием неявной схемы, которая сводилась к итерационному методу Ньютона. Эта процедура осуществлялась шаг за шагом в направлении от катода к аноду. После этого система уравнений (1)–(4) решалась вдоль всей РК с использованием метода матричной прогонки. Для получения самосогласованного решения требовалось выполнение до 10 глобальных итераций между этими тремя подсистемами.

2.2. СО₂-лазеры с РК в форме параллелепипеда

Уравнения (13)–(15), (19)–(20) могут быть представлены в виде

$$a_i \frac{\partial f_i}{\partial x} + b_i \frac{\partial f_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(c_i \frac{\partial f_i}{\partial y} \right) + d_i + e_i f_i, \quad i = 1, 2, \dots, 9; \quad (27)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0. \quad (28)$$

Здесь коэффициенты a_i , b_i , c_i , d_i , e_i могут зависеть от функций f_j и от производных от функций f_k ($k \neq i$).

Уравнение (27) аппроксимировалось конечно-разностным уравнением

$$\begin{aligned}
& a_{i,m}^{n+1/2} \frac{f_{i,m}^{n+1} - f_{i,m}^n}{\Delta x} + \\
& + b_{i,m}^{n+1/2} \frac{s_i(f_{i,m+1}^{n+1} - f_{i,m+1}^n) + (1-s_i)(f_{i,m+1}^n - f_{i,m-1}^n)}{2\Delta y} = \\
& = \frac{1}{\Delta y^2} \left\{ [(1-s_i)(f_{i,m+1}^n - f_{i,m}^n) + s_i(f_{i,m+1}^{n+1} - f_{i,m}^{n+1})] c_{i,m+1/2}^{n+1/2} - \right. \\
& \left. - [(1-s_i)(f_{i,m}^n - f_{i,m-1}^n) + s_i(f_{i,m}^{n+1} - f_{i,m-1}^{n+1})] c_{i,m-1/2}^{n+1/2} \right\} + \\
& + d_{i,m}^{n+1/2} + e_{i,m}^{n+1/2} [(1-s_i)f_{i,m}^n + s_i f_{i,m}^{n+1}]. \quad (29)
\end{aligned}$$

При условии $1/2 \leq s_i \leq 1$ и «замороженных» коэффициентах a_i , b_i , c_i , d_i , e_i данная разностная схема абсолютно устойчива [5]. Если величины $f_{i,k}^n$, $a_{i,k}^{n+1/2}$, $b_{i,k}^{n+1/2}$, $c_{i,k}^{n+1/2}$, $d_{i,k}^{n+1/2}$, $e_{i,k}^{n+1/2}$ известны, то значения $f_{i,k}^{n+1}$ получаются из уравнения (29) методом скалярной прогонки с учетом граничных условий.

Поперечная компонента скорости получается из разностного уравнения

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2\Delta x} [(\rho u)_m^{n+1} - (\rho u)_m^n] + \frac{1}{2\Delta x} [(\rho u)_{m+1}^{n+1} - (\rho u)_{m+1}^n] + \\
& + \frac{1}{\Delta y} [(\rho v)_{m+1}^{n+1/2} - (\rho v)_m^{n+1/2}] = 0. \quad (30)
\end{aligned}$$

Если значения $f_{i,k}^{n+1}$ и ρ_k^{n+1} уже вычислены, а значение $v_0^{n+1/2}$ известно из граничного условия, то значения $v_m^{n+1/2}$ получаются из уравнения (30) для $m = 1, \dots, M$.

Для расчета коэффициентов a_i , b_i , c_i , d_i , e_i , которые зависят от искомых величин, необходимо применять итерации. Для первой итерации можно положить $f_{i,k}^{n+1} = f_{i,k}^n$. В наших расчетах использовалось от 3 до 6 итераций.

3. Результаты и обсуждение

Результы численных исследований для лазеров с конусообразными трубками представлены на рис. 2. Площадь поперечного сечения трубки вблизи анода была взята равной $S(L) = 141 \text{ см}^2$, а на катоде $S(0)$ варьировалась от $0,5S(L)$ до $2S(L)$. Полагалось также, что

$$S(x) = \left(\frac{\sqrt{S(L)} - \sqrt{S(0)}}{L} x + \sqrt{S(0)} \right)^2. \quad (31)$$

Поток газа был направлен от анода к катоду. Была рассмотрена газовая смесь $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He} = 4,5:13,5:82$. Параметры РК были близки к параметрам, соответствующим РК из [6]: $L = 60 \text{ см}$, ток разряда $I = 1,8 \text{ А}$, давление газа на входе $p = 30 \text{ торр}$, $|u| = 97 \text{ м/с}$, $T = 300 \text{ К}$.

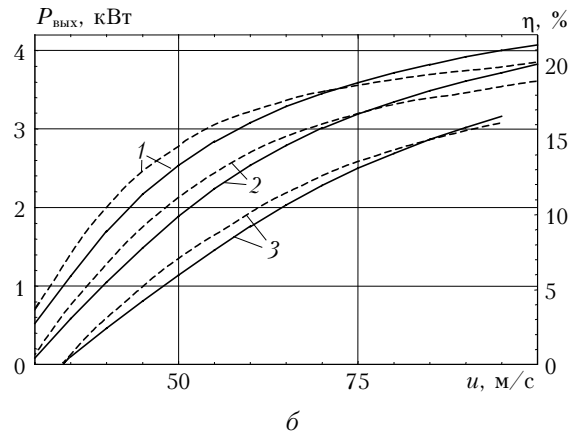
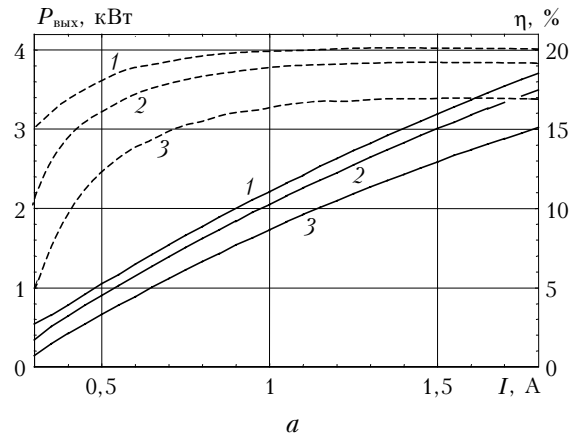


Рис. 2. Выходная мощность $P_{\text{вых}}$ (сплошные линии) и кпд η лазера (пунктирные линии) как функции тока разряда I (а) и скорости потока u (б): 1 – $S(L)/S(0) = 2$; 2 – 1; 3 – 0,5

Доли мощности, подводимой к поступательно-вращательным и колебательным степеням свободы молекул, а также константы скоростей ионизации и прилипания электронов к молекулам, получались в ходе расчета ФРЭЭ.

Полученные результаты представлены в таблице.

| Параметр | $\frac{S(L)}{S(0)} = 2$ | $\frac{S(L)}{S(0)} = 1$ | $\frac{S(L)}{S(0)} = 0,5$ |
|--|-------------------------|-------------------------|---------------------------|
| Падение напряжения U , кВ | 10,22 | 10,15 | 9,94 |
| Выходная мощность $P_{\text{вых}}$, кВт | 3,72 | 3,50 | 3,04 |
| кпд η , % | 20,24 | 19,14 | 17,01 |
| Коэффициент пропускания выходного зеркала θ , % | 15,79 | 15,09 | 13,26 |

Из данных, приведенных в таблице, а также из графиков, представленных на рис. 2, видно, что применение сужающихся по направлению к катоду конусообразных трубок при течении газа от анода к катоду приводит к заметному повышению выходной мощности лазера и его кпд.

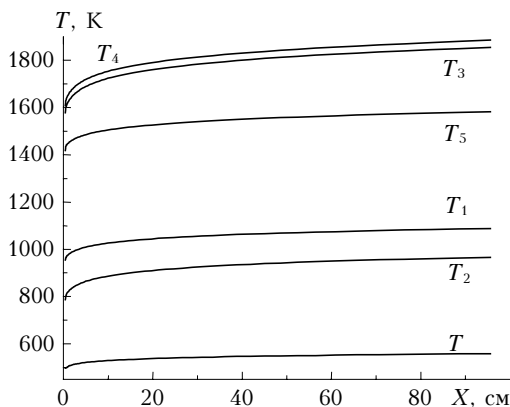


Рис. 3. Распределения поступательно-вращательной и колебательных температур вдоль РК ($y = b$)

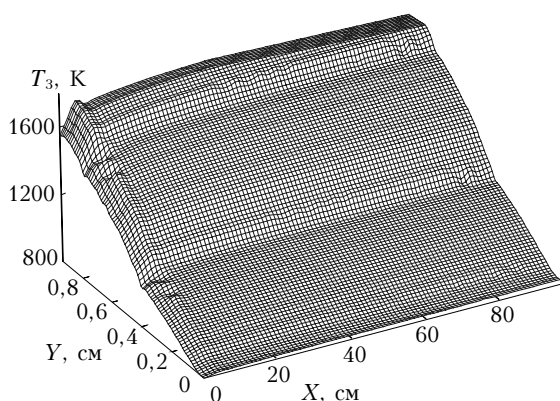


Рис. 4. Распределение колебательной температуры T_3 колебательной моды (00V) CO_2 внутри РК

Для CO_2 -лазеров с РК в форме параллелепипеда некоторые результаты расчетов для смеси $\text{CO}_2 : \text{N}_2 : \text{He} : \text{CO} = 16 : 32 : 48 : 4$ представлены на рис. 3, 4. На входе в РК задавались: $T(0, y) = 300 \text{ K}$, $p = 20 \text{ торр}$, $u = 100 \text{ м/с}$. Граничные условия на стенках РК были взяты в виде:

$$T(x, 0) = 300 \text{ K}; E_1 = E_1[T(x, 0)], E_2 = E_2[T(x, 0)];$$

R.S. Galeev, R.K. Safiullin. Numerical simulation of the processes in gas-discharge fast flow CO_2 lasers.

The results of numerical simulation of the processes in fast flow CO_2 lasers are presented. Investigations were performed for CO_2 lasers with conical discharge tubes as well as with parallel-plane discharge chambers (DC). It has been shown that the output power of these lasers may be increased in the case of conical tubes which narrow along the direction of gas flow (from the anode towards the cathode). Two-dimensional distributions of gas and vibrational temperatures as well as the degree of gas ionization inside DC were calculated for lasers with plane-parallel DC in the approximation of a narrow channel.

$$\partial E_3 / \partial y = \partial E_4 / \partial y = \partial E_5 / \partial y = 0; u = v = 0;$$

степень ионизации газа

$$\alpha \equiv n/N = 10^{-10}.$$

Как видно из рис. 3, шеститемпературная модель приводит к заметному различию между температурами симметричной и деформационной мод CO_2 . Как было отмечено в работе [3], в подобной модели приходится сталкиваться с проблемой «жесткости» уравнений колебательной кинетики. Именно по этой причине большинство двумерных расчетов выполнено в приближении трех- или четырехтемпературной модели, где эта «жесткость» не проявляется столь сильно. В наших расчетах это проявлялось в том, что в области $0 \leq x \leq 0,3 \text{ см}$ основные параметры испытывали значительные затухающие колебания. Эта область на приведенных графиках не показана. Как видно из рис. 3, 4, почти всюду в РК на плоскости симметрии ($y = b$) $T_3 > 1500 \text{ K}$ и имеет место значительная инверсия населенностей. В результате расчетов получаются также двумерные распределения газодинамических, кинетических и электрических характеристик рабочей среды CO_2 -лазера.

1. Galeev R.S. Theoretical analysis of a fast-axial-flow CO_2 laser with the conical discharge tube // Proc. SPIE. 1996. V. 2713. P. 30–37.
2. Смит К., Томсон Р. Компьютерное моделирование газовых лазеров. М.: Мир, 1981. 516 с.
3. Sazhin S., Wild P., Leys C., Toebeart D., Sazhina E. The three temperature model for the fast-axial-flow CO_2 laser // J. Phys. D. 1993. V. 26. P. 1872–1883.
4. Арасланов Ш.Ф., Сафиуллин Р.К. // Квант. электрон. 2001. Т. 31. № 8. С. 697–703.
5. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. 286 с.
6. Harry R.A., Evans D.R. A large bore fast-axial-flow CO_2 laser // IEEE J. Quantum Electron. 1988. V. 24. № 3. P. 503–506.