

Б. Мильке, В.Н. Щербаков

УСТОЙЧИВЫЙ АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ МНОГОЧАСТОТНОГО ЛАЗЕРНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ

Обсуждаются причины расходимости восстанавливаемых профилей при решении системы лидарных уравнений. Предложен устойчивый алгоритм обработки данных многочастотного зондирования атмосферы. Анализируется проблема оценки значений оптических параметров в точке привязки и предложена методика ее решения. Возможности методики и алгоритма проиллюстрированы методом численного моделирования.

В настоящее время метод многочастотного лазерного зондирования находит применение при решении широкого круга задач оптики и физики атмосферы (см., например, [1–2]). Увеличение числа рабочих длин волн лидара позволяет не только определять профили спектров оптических характеристик среды, но и восстанавливать важные для различных практических приложений микрофизические параметры [3–4]. В приближении однократного рассеяния взаимосвязь зарегистрированных эхосигналов (λ_i, z) с оптическими параметрами атмосферы описывается системой уравнений многочастотного зондирования [3]

$$P(\lambda_i, z) = A(\lambda_i, z) P_0(\lambda_i) z^{-2} \beta_\pi(\lambda_i, z) \exp\left(-2 \int_0^z \sigma(\lambda_i, z') dz'\right), \quad (1)$$

где z — текущая координата по трассе зондирования; λ_i — длина волны; $A(\lambda_i, z)$ — аппаратная функция; $P_0(\lambda_i)$ — энергия зондирующего импульса; $\beta_\pi(\lambda_i, z)$ и $\sigma(\lambda_i, z)$ — соответственно профили показателей обратного рассеяния и ослабления.

Для доопределения взаимосвязи между $\beta_\pi(\lambda_i, z)$ и $\sigma(\lambda_i, z)$ можно использовать соотношение

$$\sigma(\lambda_i, z) = \sum_j C_{ij} \beta_\pi(\lambda_j, z), \quad (2)$$

где C_{ij} — матрица коэффициентов, которые в общем случае зависят от расстояния z . Матрица C_{ij} рассчитывается при помощи модифицированного метода линейных оценок [5], либо представляет собой матричный аналог рекомендуемого в [3] оператора W . Кроме того, предполагается, что при проведении экспериментальных исследований может быть осуществлена абсолютная калибровка лидара, т.е. известна его аппаратная функция, и вкладом молекулярного рассеяния можно пренебречь. Тогда без ограничения общности (1) с учетом (2) сводится к следующей системе уравнений:

$$S(\lambda_i, z) = \beta_\pi(\lambda_i, z) \exp\left(-2 \int_0^z \sum_j C_{ij} \beta_\pi(\lambda_j, z') dz'\right), \quad (3)$$

где $S(\lambda_i, z) = P(\lambda_i, z) z^2 / A(\lambda_i, z) P_0(\lambda_i)$.

Решая (3), можно восстановить профили оптических параметров $\beta_\pi(\lambda_i, z)$ и $\sigma(\lambda_i, z)$ и затем рассчитать необходимые микрофизические характеристики [3–5]. Однако, как показала практика обработки данных натурального эксперимента, решение (1) и (3) в соответствии с описанным в [3] алгоритмом зачастую сопряжено с трудностями, характерными для некоторых методик решения одночастотного лидарного уравнения — неустойчивостью и расходимостью восстановленных профилей оптических параметров. Причина такого явления заключается в свойствах трансцендентного уравнения (системы трансцендентных уравнений для случая многочастотного зондирования). Профили зарегистрированных эхосигналов, как правило, отягощены естественными ошибками измерений; кроме того, при восстановлении $\beta_\pi(\lambda_i, z)$ и $\sigma(\lambda_i, z)$ обычно возникает необходимость в привлечении априорной информации (например, вида (2)), в которой также имеются соответствующие погрешности. Особенность лидарного уравнения и системы лидарных уравнений заключается в том, что при их решении коэффициент $\alpha(z_p, z)$ усиления ошибок в первом приближении пропорционален величине

$$\alpha(z_p, z) \approx T^2(z_p, z) = \exp\left\{2 \int_{z_p}^z \sigma(z') dz'\right\}, \quad (4)$$

где z_p — точка привязки. Из (4) видно, что при $z > z_p$ $\alpha(z_p, z) > 1$ и при больших оптических толщах на интервале $[z_p, z]$ коэффициент усиления ошибок может достигать значений, которые будут приводить к расходимости решений. В этой связи широкое распространение получила предложенная Клеттом [6] методика решения одночастотного лидарного уравнения, которая заключается в том, что точка привязки z_p выбирается в конце трассы зондирования. Тогда при $z < z_p$ $\alpha(z_p, z) < 1$ и с ростом оптической толщины на интервале $[z_p, z]$ $\alpha(z_p, z) \rightarrow 0$. Это позволяет избавиться от неустойчивости получаемых решений, однако здесь возникает проблема априорной оценки оптической толщины трассы зондирования на интервале $[0, z_p]$.

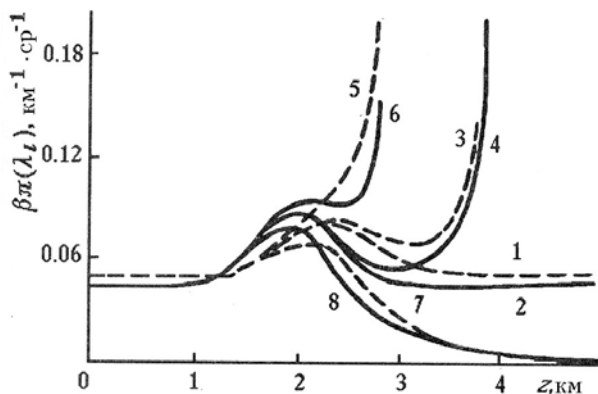


Рис. 1. Примеры неустойчивости решений вследствие погрешности $\Delta\beta(\lambda_i, 0)$ в точке привязки $z_p = 0$. Кривые 1, 2 — модельные профили $\beta(\lambda_i, z)$; 3, 8 — восстановленные; 3, 4 — $\Delta\beta(\lambda_i, 0) = 0,5\%$, 5, 6 — $\Delta\beta(\lambda_i, 0) = 2\%$, 7, 8 — $\Delta\beta(\lambda_i, 0) = -2\%$

Сложность взаимосвязи оптических характеристик в системе уравнений многочастотного зондирования не позволяет дать полный теоретический анализ причин неустойчивости решений даже для случая двух рабочих длин волн (исключение составляют только несколько тривиальных частных случаев.). Поэтому проиллюстрируем сказанное на примере результатов численного эксперимента, которые приведены на рис. 1.

Здесь кривыми 1, 2 представлены модельные профили показателя обратного рассеяния $\beta_{\pi}(\lambda_i, z)$ для длин волн $\lambda_1 = 0,532$ и $\lambda_2 = 1,064$ нм соответственно. По этим профилям согласно (3) были рассчитаны S -функции $S(\lambda_i, z)$, которые затем использовались для восстановления профилей оптических характеристик. С целью изучения свойств алгоритма в $S(\lambda_i, z)$ не вносились случайные погрешности, шаг дискретизации по z был выбран достаточно подробным, матрица C_{ij} была постоянной по трассе зондирования и одной и той же при расчете как прямой, так и обратной задач. Кривыми 3, 4; 5, 6 и 7, 8 представлены полученные при $z_p = 0$ пары профилей $\beta_{\pi}(\lambda_1, z)$ и $\beta_{\pi}(\lambda_2, z)$ решения системы уравнений (3). Единственной причиной расходимости здесь является заданная в процессе решения погрешность в точке привязки $z_p = 0$, которая соответственно составляла $+0,5$, $+2$ и -2% . Указанные небольшие отклонения в точке $z_p = 0$ в силу свойств трансцендентных уравнений и большой оптической толщины и привели к расходимости восстановленных профилей. Аналогичным образом происходит усиление случайных ошибок в $S(\lambda_i, z)$ и погрешностей априорной информации.

Цель настоящей статьи состояла в разработке устойчивого алгоритма обработки данных многочастотного лазерного зондирования атмосферы. Причем он должен быть применим как для больших оптических толщин, так и для слабозамутненной атмосферы, т. е. должен иметься критерий объективной оценки значений оптической толщины трассы зондирования для рабочих длин волн на интервале $[0, z_p]$. Естественно, что исходя из вышеизложенного, алгоритм строится по принципу выбора точки привязки в конце исследуемой трассы.

Без ограничения общности будем рассматривать случай стробирования трассы зондирования с равномерным интервалом Δz (неравномерный шаг стробирования приводит лишь к зависимости квадратурных формул от расстояния). Тогда вместо системы функций $S(\lambda_i, z)$ по результатам эксперимента будет известна матрица S_{ik} ; $i = 1, \dots, n$; $k = 0, \dots, m$, где i — номер длины волны, k — номер строба. Используя аппроксимацию интегралов по формуле трапеций, систему уравнений (3) можно переписать в следующем виде:

$$S_{ik} = \beta_{ik} \exp \left\{ - \Delta z \left(\sum_j C_{ij} \beta_{j0} + \sum_{v=1}^{k-1} \sum_j 2C_{ij} \beta_{jv} + \sum_j C_{ij} \beta_{jk} \right) \right\}, \quad k > 0, \quad (5)$$

где $\beta_{ik} = \beta_{\pi}(\lambda_i, z_k)$. (Формула (5) и описанный ниже алгоритм останутся без изменений и в случае, когда коэффициенты C_{ij} зависят от расстояния z).

С целью упрощения изложения методики решения (5) введем следующие обозначения:
 $\tau_{ik} = \int_0^{z_p} \sigma(\lambda_i, z') dz' = \int_0^{z_k} \sum_j C_{ij} \beta_{\pi}(\lambda_j, z') dz'$ – оптическая толщина интервала $[0, z_k]$ на длине волны λ_i ,
 тогда справедливо соотношение

$$S_{ik} = \beta_{ik} \exp(-2\tau_{ik}). \quad (6)$$

Кроме того, обозначим

$$a_i(z_{k-1}) = S_{i\ k-1} \exp\left(2\tau_{ik} - \Delta z \sum_j C_{ij} \beta_{jk}\right). \quad (7)$$

Параметры $a_i(z_{k-1})$ могут быть рассчитаны, если измерены S_{ik-1} и вычислены или априори заданы τ_{ik} и β_{ik} . Из (5) с учетом (7) непосредственно следует

$$\beta_{i\ k-1} = a_i(z_{k-1}) \exp\left(-\Delta z \sum_j C_{ij} \beta_{j\ k-1}\right). \quad (8)$$

Система уравнений (8) в дальнейшем служит для расчета характеристик β_{ik-1} по итерационной схеме. То есть задается некоторое приближение $\beta_{ik-1}^{(0)}$, подставляется в правую часть (8) и вычисляется $\beta_{ik-1}^{(1)}$, затем $\beta_{ik-1}^{(1)}$ используется для вычисления $\beta_{ik-1}^{(2)}$. Процедура повторяется до тех пор, пока отличие величин $\beta_{ik-1}^{(p)}$ и $\beta_{ik-1}^{(p-1)}$ не станет достаточно малым, и тогда $\beta_{ik-1} = \beta_{ik-1}^{(p)}$. Обычно на практике решение системы уравнений (8) получается после небольшого числа итераций. Для сходимости итерационного процесса необходимо, чтобы первые производные от правой части по β_{ik-1} были меньше единицы [3]. Это эквивалентно требованию малой оптической толщины интервала стробирования Δz .

Суть алгоритма обработки данных многочастотного зондирования атмосферы состоит в следующем. Априори задаются значения показателей обратного рассеяния β_{ip} в точке привязки $z_p = z_m$. Принимая $\beta_{im} = \beta_{ip}$, с учетом (6) определяются оптические толщины τ_{im} . Затем на основании (7) рассчитываются параметры $a_i(z_{m-1})$ и в итерационном процессе (8) определяются β_{im-1} которые с учетом (6) дают возможность рассчитать $\tau_i(z_{m-1})$. Наличие оптических характеристик β_{im-1} , $\tau_i(z_{m-1})$ и S_{im-2} позволяет перейти к вычислению по аналогичной схеме β_{im-2} и $\tau_i(z_{m-2})$. Описанная выше процедура повторяется для всех z_k на сторону уменьшения k , начиная от $z_k = z_m = z_p$ и кончая $z_k = z_0$.

В изложенной схеме остается открытым вопрос объективной оценки величин β_{ip} и $\tau_i(z_p)$. Естественно, что от априорного выбора значений показателей обратного рассеяния β_{ip} в точке привязки z_p будет зависеть результат восстановления профилей оптических характеристик на всей трассе зондирования. Устранить отмеченный недостаток позволяет наличие абсолютной калибровки лидарной системы. В этом случае с точностью до погрешностей измерений должно выполняться условие $S_{i0} = \beta_{i0}$, которое и предлагается использовать для коррекции β_{ip} .

Пусть при некоторых $\beta_{ip}^{(0)}$ по предложенному алгоритму рассчитаны профили β_{ik} . Отличие параметров $\gamma_i = S_{i0}/\beta_{i0}$ от единицы может служить критерием степени точности выбора характеристик $\beta_{ip}^{(0)}$. Если выполнено условие

$$\sum_i |\gamma_i - 1| \leq \epsilon, \quad (9)$$

где ϵ – некоторая наперед заданная малая величина, т. е. с заданной погрешностью результаты расчетов соответствуют имеющимся экспериментальным данным, то основания для изменения параметров $\beta_{ip}^{(0)}$ отсутствуют и рассчитанные профили β_{ik} дают конечный результат решения системы уравнений (3). Если условие (9) не выполнено, то коррекция $\beta_{ip}^{(0)}$ осуществляется в соответствии с формулой

$$\beta_{ip}^{(t)} = \gamma_i \beta_{ip}^{(t-1)} \quad (10)$$

при $t = 1$. Новые значения $\beta_{ip}^{(1)}$ затем используются для повторного расчета профилей оптических характеристик β_{ik} в соответствии с описанным выше алгоритмом. Расчеты в итерационном цикле по t , где t – номер итерации, с коррекцией $\beta_{ip}^{(0)}$ по формуле (10) повторяются до тех пор, пока не будет выполнено условие (9).

Для случая одночастотного зондирования, если пренебречь ошибками измерений $S(\lambda, z)$ и априорной информации, можно показать, что отклонения $\Delta\beta_0$ получаемых решений от истинных значений β_0 монотонным образом возрастают при изменении вводимых в β_p погрешностей $\Delta\beta_p$ от $-\beta_p$ до ∞ . Численный анализ зависимости $\Delta\beta_{i0}$ от вводимых в β_{ip} погрешностей $\Delta\beta_{ip}$ для случая многочастотного зондирования также свидетельствует о том, что функция $\Delta\beta_{i0} = F(\Delta\beta_{ip})$ является гладкой, причем $\Delta\beta_{i0} = 0$, если $\Delta\beta_{ip} = 0$ для всех i . Поэтому итерационный процесс поправок β_{ip} в соответствии с формулой (10) достаточно быстро сходится.

Здесь необходимо сделать, с нашей точки зрения, важное замечание. В (9) значение параметра ε не может быть выбрано сколь угодно малым. При одночастотном зондировании в общем случае можно строго показать, что при $\varepsilon \rightarrow 0$ итерационная последовательность расчета поправок в β_{ip} будет эквивалентна выбору точки привязки в $z = 0$ со всеми обсуждавшимися выше нежелательными последствиями. Аналогичное явление наблюдается и для многочастотного зондирования. Значение параметра ε определяется числом рабочих длин волн и уровнем погрешностей регистрирующей аппаратуры. И смысл корректировки (10) как раз и заключается в том, чтобы вести расчеты на основе имеющихся экспериментальных данных, учитывая возможность случайных или систематических ошибок.

Проиллюстрируем на примерах результатов численных экспериментов возможности предложенной в настоящей работе методики. На рис. 2 приведен случай, когда оптическая толщина трассы зондирования была небольшой ($\tau < 1$). Здесь кривыми 1, 2 представлены модельные профили показателя обратного рассеяния $\beta_\pi(\lambda_i, z)$ для длин волн $\lambda_1 = 0,532$ нм и $\lambda_2 = 1,064$ нм соответственно. По этим профилям согласно (3) были рассчитаны характеристики S_{ik} (матрица C_{ij} была постоянной по трассе зондирования и одной и той же при расчете как прямой, так и обратной задач). В S_{ik} затем при помощи генератора случайных нормально распределенных чисел вносились относительные ошибки со среднеквадратическим отклонением 3% (для отдельных точек введенные относительные ошибки достигали уровня 8÷10%).

Полученные в итоге матрицы S_{ik}^* затем использовались для восстановления профилей оптических характеристик β_{ik} . Результат решения обратной задачи приведен на рис. 2 кривыми 3, 4. Стартовые априорно задаваемые значения $\beta_{ip}^{(0)}$ были выбраны заведомо превышающими (в десять раз) $\beta_\pi(\lambda_i, z_p)$ модельных профилей ($\beta_{ip}^{(0)} = 0,08$, $i = 1, 2$). Тем не менее при $\varepsilon = 0,01$ в результате тридцати итераций получен вполне приемлемый результат. Отклонения кривых 3, 4 от соответствующих профилей 1, 2 обусловлены введенными в S_{ik} случайными погрешностями.

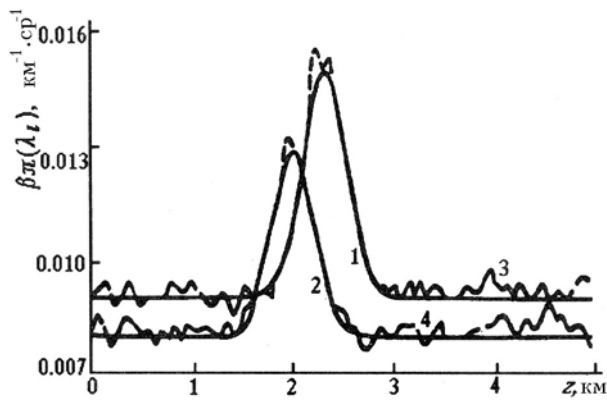


Рис. 2. Численное моделирование обработки при помощи предложенного алгоритма «данных двухчастотного зондирования» при $\tau \approx 1$; кривые 1, 2 — модельные профили $\beta(\lambda_i, z)$, 3, 4 — восстановленные

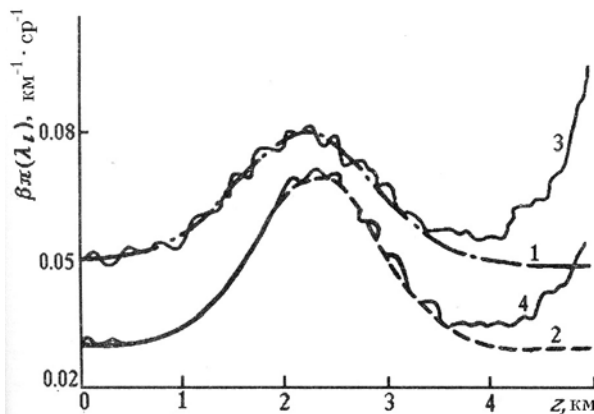


Рис. 3. Численное моделирование обработки при помощи предложенного алгоритма «данных двухчастотного зондирования» при $\tau \approx 5$; кривые 1, 2 — модельные профили $\beta(\lambda_i, z)$, 3, 4 — восстановленные

Пример работы алгоритма в условиях большой оптической толщины ($\tau \approx 5$) зондируемой трассы приведен на рис. 3. Методика проведения численного эксперимента была аналогична методике эксперимента, соответствующего рис. 2 (в том числе $\beta_{ip}^{(0)} = 0,08$, $i = 1, 2$; и $\varepsilon = 0,01$). Отличие состояло лишь в оптических характеристиках модельных профилей 1, 2. Кривыми 3, 4 представлен результат решения обратной задачи. (Условие (9) было выполнено уже на втором шаге итераций по $\beta_{ip}^{(i)}$).

Прежде всего обращают на себя внимание заметные отклонения восстановленных профилей от модельных на конечном интервале трассы зондирования. Эти отклонения имеют принципиальный характер и на их обсуждении необходимо остановиться подробнее. Как уже отмечалось, для случая одночастотного зондирования при $z < z_p$ коэффициент усиления ошибок $\alpha(z_p, z) < 1$ и с ростом оптической толщины на интервале $[z_p, z]$ стремится к нулю, т. е. при больших τ значительные погрешно-

сти в точке привязки будут приводить к незначительным ошибкам в $z_k = z_0$ и автоматическому выполнению условия (9). Как показали результаты численных расчетов, аналогичная ситуация наблюдается и для случая многочастотного зондирования. Отличие состоит в том, что здесь важную роль играет также соотношение между значениями β_{ip} для различных длин волн, а убывание $\alpha(z_p, z)$ с ростом τ более стремительное. В случае, изображенном на рис. 3, условие (9) было выполнено уже после первой поправки по формуле (10), а параметры γ_i стали практически равными единице. В результате полученное решение обратной задачи уже полностью удовлетворяло «экспериментальным данным» и каких-либо других объективных оснований для коррекции восстановленных профилей оптических характеристик не имелось. Таким образом, при больших τ в процессе обработки данных зондирования как бы возникает «мертвая зона», в которой погрешности определения значений оптических характеристик велики и не могут быть устранены на основании результатов только лидарных измерений. Увеличение числа рабочих длин волн и расширение спектрального диапазона зондирования, кроме отмеченных выше возможностей, при прочих равных условиях позволяет также сужать «мертвую зону» и тем самым получать более качественную информацию. В связи с вышеизложенным можно рекомендовать вести зондирование дисперсных сред в как можно более широком спектральном диапазоне с большим числом рабочих частот, а также стараться регистрировать эхосигналы с максимальных дальностей. Последнее даст возможность отодвинуть «мертвую зону» на более далекие расстояния.

В заключение отметим, что описанная в настоящей статье методика обработки данных многочастотного зондирования атмосферы без принципиальных трудностей обобщается на случай, когда кроме аэрозольного необходимо учитывать и молекулярное рассеяние. Оптические характеристики молекулярного рассеяния, полученные по данным метеоизмерений или рассчитанные на основе модельной атмосферы, будут аддитивно входить в $\beta_d(\lambda_i, z)$ и $\sigma(\lambda_i, z)$. Поэтому молекулярные компоненты трудно учесть в приведенных выше формулах.

1. Лазерный контроль атмосферы /Под ред. Э.Д. Хинкли. М.: Мир, 1979. 416 с.
2. Рейган Дж., МакКормик М.П., Спинхирн Дж.Д. //ТИИЭР, 1989. № 3. С. 114–130.
3. Наац И. Э. Теория многочастотного лазерного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1980. 158 с.
4. Иванов А.П., Осипенко Ф.П., Чайковский А.П., Щербаков В.Н. //Известия АН СССР. Сер. ФАО. 1986. Т. 22. № 8. С. 813–822.
5. Чайковский А.П., Щербаков В.Н. //ЖПС. 1985. № 5. С. 820–824.
6. Klett J. D. //Appl. Opt. 1981. V. 20. P. 211–220.

Институт физики АН БССР,
Минск

Поступила в редакцию
3 сентября 1990 г.

V. Mielke, V.N. Shcherbakov. Stable Algorithm for Processing the Data of Multifrequency Laser Sensing.

The causes of divergence of lidar equation system solutions are discussed. A stable algorithm for processing the data of multifrequency laser sensing of the atmosphere is proposed. The problem on evaluation the atmosphere optical parameters at the reference point is discussed and its solution is suggested. The possibilities of this technique and algorithm are illustrated in numerical simulations.