

## АДАПТИВНАЯ ОПТИКА

**Ф.Ю. Канев, С.С. Чесноков**

**УПРУГОЕ ЗЕРКАЛО В ЗАДАЧЕ АДАПТИВНОЙ  
КОМПЕНСАЦИИ СТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОВОГО  
САМОВОЗДЕЙСТВИЯ**

В работе рассматривается математическая модель типовой системы адаптивной оптики, исполнительным элементом которой является упругое зеркало. Средствами численного эксперимента установлено влияние основных конструктивных элементов системы на процесс фокусировки излучения, выработаны рекомендации для практического проектирования. На основе алгоритмов фазового сопряжения и апертурного зондирования проведен анализ предельных возможностей адаптивного управления волновым фронтом световых пучков, распространяющихся в условиях стационарного теплового самовоздействия.

Одним из основных факторов, ограничивающих эффективность систем атмосферной оптики, является тепловое самовоздействие интенсивных световых пучков. Как показывают теоретические [1] и экспериментальные [2] исследования, тепловое самовоздействие приводит к значительным искажениям пучков, что снижает концентрацию световой энергии в точке наблюдения.

В настоящее время большое внимание уделяется теоретическому развитию методов компенсации тепловых искажений, широко обсуждаются алгоритмы амплитудно-фазовой [4, 5] и фазовой [3, 6] коррекции, рассматривается динамическое управление пучками в реальном времени [7, 8]. Вместе с тем практически важный вопрос о влиянии механических свойств упругого корректора на предельно достижимые в стационарных условиях возможности фокусировки является мало изученным.

Настоящая работа посвящена теоретическому анализу предельных возможностей фазового управления пучками, распространяющимися в условиях стационарного теплового самовоздействия. Проведено сравнение двух основных алгоритмов управления: фазового сопряжения и апертурного зондирования на основе базовой математической модели адаптивной системы [9], исполнительным элементом которой является упругое зеркало.

### 1. Численная модель адаптивной системы

Основными компонентами типовой адаптивной системы являются фазовый корректор, оптический тракт, система обратной связи и устройство формирования сигналов управления.

В качестве фазового корректора в настоящей работе рассматривается тонкое упругое зеркало восьмиугольной формы, шарнирно закрепленное в центре и деформируемое системой поперечных сил. Для прогиба срединной поверхности зеркала  $W(x, y)$ , приближенно совпадающей с его отражающей поверхностью, справедливо уравнение [10]

$$D(\partial^4 W / \partial x^4 + 2\partial^4 W / \partial x^2 \partial y^2 + \partial^4 W / \partial y^4) = f(x, y) \quad (1)$$

с граничными условиями третьего порядка на свободных участках контура и второго порядка — в шарнирно опертой точке. В формуле (1)  $D$  — цилиндрическая жесткость;  $f(x, y)$  — поперечная распределенная нагрузка.

Распространение квазинепрерывного излучения в движущейся слабопоглощающей среде описывается системой уравнений относительно комплексной амплитуды поля  $E(x, y, z)$  и возмущений температуры  $T(x, y, z)$ :

$$2ik\partial E / \partial z = \partial^2 E / \partial x^2 + \partial^2 E / \partial y^2 + 2\kappa^2/n_0 (\partial n / \partial T) TE; \quad (2)$$

$$\rho C_p V \partial T / \partial x = \alpha n_0 c / (8\pi) |E|^2, \quad (3)$$

где  $\rho C_p$  — теплоемкость единицы объема среды;  $V$  — ее скорость, направленная вдоль оси  $x$ ;  $n_0$  — невозмущенное значение показателя преломления. Информацию о неоднородностях показателя преломления на трассе несет отраженная объектом волна  $W(x, y)$ , распространяющаяся в тепловом поле, наведенном прямой волной,

$$2ik\partial\Psi/\partial z = \partial^2\Psi/\partial x^2 + \partial^2\Psi/\partial y^2 + 2\kappa/n_0 (\partial n/\partial T) T\Psi. \quad (4)$$

Распределение поля  $\Psi$  в плоскости  $z = 0$  используется для формирования волнового фронта излученной волны на следующей итерации. В частности, для алгоритма фазового сопряжения

$$U_{n+1} = -\varphi_n, \quad (5)$$

где  $\varphi(x, y) = \arg\Psi(x, y)$  — фаза отраженной волны;  $n$  — номер итерации.

Для повышения устойчивости процедуры коррекции целесообразно использовать также модифицированный алгоритм фазового сопряжения [6]

$$U_{n+1} = U_{\max} - \beta_n (U_{\max} + \varphi_n), \quad (6)$$

где  $U_{\max}$  — фазовый профиль, обеспечивающий наилучшую компенсацию искажений во всех предыдущих итерациях;  $\beta_n$  — положительное число, уменьшающееся вдвое при каждой неудачной коррекции.

В алгоритме апертурного зондирования

$$U_{n+1} = U_n + \beta_n \operatorname{grad} j_n, \quad (7)$$

где компоненты градиента критерия качества (целевой функции управления  $j_n$ ) вычисляются путем пробных вариаций. В настоящей работе целевой функцией управления выбран критерий фокусировки

$$j = cn_0/(8\pi) \int \int \exp(-((x^2 + y^2)/S_t^2)) |E|_{z=z_n}^2, \quad (8)$$

пропорциональный мощности излучения, падающей в пределы выходной апертуры радиуса  $S_t$ .

Для решения уравнения (1), описывающего прогиб зеркала, в работе использован метод конечных элементов уравнения распространения (2) и (3) интегрировались на основе метода расщепления по физическим факторам с использованием быстрого преобразования Фурье [12]. На коротких трассах ( $Z_0 \leq 0,15Z_d$ ) для описания распространения пучков применялась линзовая система координат [13].

## 2. Границы применимости фазового управления

Предельные возможности управления световыми пучками, распространяющимися в нелинейной среде, целесообразно определять на основе модели идеального корректора, воспроизводящего требуемый волновой фронт без каких-либо ограничений. Результаты численных экспериментов, проведенных в широком диапазоне длин трасс и мощностей излучения, в частности значения критерия  $j_0$ , полученные при неадаптивной фокусировке на объект, а также значения  $j_{\text{opt}}$ , найденные на основе алгоритма модифицированного фазового сопряжения (6), представлены в табл. 1. Приведенные в ней безразмерные величины нормированы следующим образом: длина трассы  $z_0$  отнесена к дифракционной длине пучка  $z_d$ , критерий фокусировки — к дифракционно ограниченной величине  $j$ . Радиус выходной апертуры  $S_t$  взят близким к радиусу фокального пятна в вакууме.

Таблица 1

**Фазовая компенсация теплового самовоздействия идеальным корректором**

Расстояние до фокуса $z_0/z_d$	0,1		0,3		0,8	
Параметр нелинейности $ R $	50	60	70	20	40	20
$j_0$	0,51	0,39	0,33	0,29	0,06	0,01
$j_{\text{opt}}$	0,74	0,55	0,51	0,48	0,10	0,05
$\eta, \%$	45	41	60	56	71	500

Степень нелинейных искажений пучка в режиме стационарной рефракции в движущейся среде характеризует безразмерный параметр нелинейности

$$R = 2I_0\kappa^2\alpha a_0^3 (\partial n / \partial T) / (\rho C_p V n_0), \quad (9)$$

пропорциональный мощности пучка  $I_0 a_0$  и времени взаимодействия излучения со средой  $\tau = a/V$  ( $I_0$  — пиковое значение интенсивности света на входе в среду).

Наглядную информацию об эффективности фазовой коррекции нелинейных искажений можно получить с помощью критерия

$$\eta = ((j_{\text{opt}} - j_0) / j_0) \cdot 100\%, \quad (10)$$

значения которого также приведены в табл. 1. Данные табл. 1 позволяют построить линии равных значений критерииев  $j_0$  и  $j_{\text{opt}}$  на плоскости переменных  $z_0$ ,  $R$  (рис. 1, *a*, *б*).

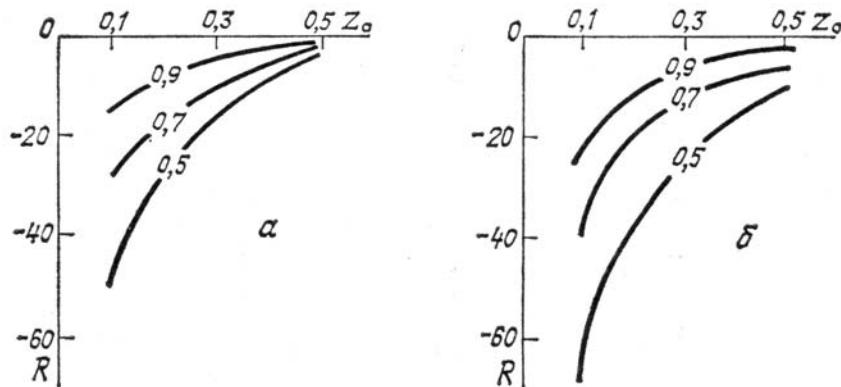


Рис. 1. Линии равных значений нормализованного критерия фокусировки (8) на плоскости переменных  $R$ ,  $z_0$ : *а* — неадаптивная фокусировка в плоскость наблюдения; *б* — модифицированное фазовое сопряжение

Анализ приведенных результатов дает возможность определить область значений длины трассы и мощности пучка, в которой фазовое управление повышает концентрацию поля на объекте до заранее заданной величины. В частности, видно, что относительное увеличение критерия  $j$  (эффективность фокусировки) возрастает с увеличением нелинейных искажений пучка. В то же время абсолютные значения критерия  $j$  в условиях сильных искажений (длинные трассы, большие нелинейности) остаются низкими. На рис. 1 это выражается в том, что область, где коррекция эффективна, является наиболее широкой в диапазоне коротких трасс.

### 3. Оптимизация упругого зеркала

Развиваемая в настоящей работе вычислительная модель фазового корректора в виде упругого деформируемого зеркала позволяет решить ряд практически важных задач. К ним относится в первую очередь определение оптимального числа и конфигурации сервоприводов для достижения характеристик пучка в плоскости наблюдения с требуемой точностью.

Рассмотрим задачу фокусировки гауссова пучка в линейной среде при помощи упругого зеркала, шарнирно закрепленного в центре и деформируемого системой поперечных сил, точки приложения которых изображены на рис. 2. Фокусировку пучка будем проводить двумя способами: путем совмещения прогиба зеркала в управляемых точках с идеальной фазовой поверхностью ( $\phi_{\text{opt}} = k(x^2 + y^2)/2x_0$ , обеспечивающей оптимальную фокусировку гауссова пучка на расстоянии  $z_0$ , а также методом «восхождения на холм» путем максимизации пиковой интенсивности  $I_{\text{max}}$  в плоскости наблюдения.

Результаты расчетов приведены в табл. 2, а также на рис. 3, где изображены профили зеркала (сплошные линии), полученные путем совмещения с параболической поверхностью (штриховые линии). Размер зеркала  $L_R$  в расчетах выбирался равным  $L_R = 10a_0$ .

Как видно из рис. 3 и табл. 2, при управлении путем совмещения профиль зеркала с 4-мя приводами существенно отличается от параболического, что приводит к снижению качества фокусировки на коротких трассах. Аналогичная зависимость от длины трассы прослеживается и для алгоритма апертурного зондирования (при числе точек управления  $N$ , равном 4), хотя в целом последний алгоритм позволяет заметно повысить концентрацию поля в фокальной плоскости. Наконец, управление по 8-ми точкам практически обеспечивает достижение дифракционного предела независимо от длины трассы.

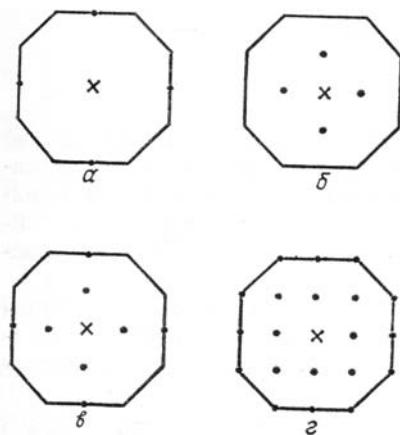


Рис. 2. Конфигурация закрепления сервоприводов адаптивного зеркала

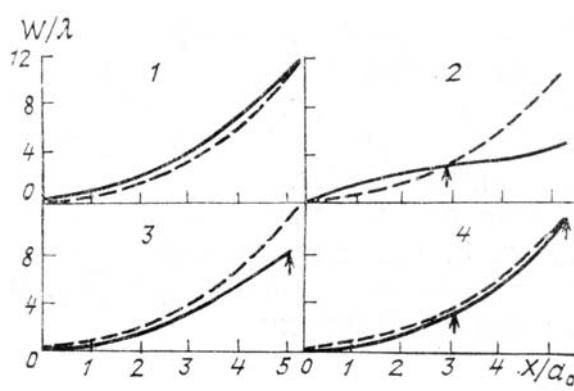


Рис. 3. Фокусировка пучка в линейной среде. Сплошные линии — профиль зеркала, штриховые — параболическая фаза  $\phi_{opt}$ , стрелки — точки закрепления сервоприводов. 1, 2, 4 — совмещение зеркала в управляемых точках с параболической фазой  $\phi_{opt}$ ; 3 — восхождение на холм. 1, 3 — конфигурация (a) на рис. 2; 2, 4 — конфигурации (б) и (в)

Таблица 2

Пиковая интенсивность  $I_{max}/I_{opt}$  в фокальной плоскости при фокусировке упругим зеркалом в линейной среде

Расстояние до фокуса $z_0/z_d$	Конфигурация приводов (рис. 2)	Число приводов $N$	Способ управления зеркалом	
			Совмещение в $N$ точках	Апертурное зондирование
0,25	а	4	—	0,72
	б	4	0,30	0,66
	в	8	0,90	—
	г	20	0,91	—
0,5	а	4	0,56	0,91
	б	4	0,80	—
	в	8	0,94	—
	г	20	0,95	—

#### 4. Фокусировка в нелинейной среде

При анализе качества фокусировки в нелинейной среде на основе алгоритма фазового сопряжения, смещения управляемых точек зеркала полагались равными (с обратным знаком) значениям фазы отраженной волны  $\phi(x, y)$  в тех же точках. В алгоритме апертурного зондирования критерий фокусировки  $j$  максимизировался методом восхождения на холм.

Расчетные значения  $j_{opt}$ , полученные этим методом, представлены в табл. 3, где для сравнения помещены также данные по моделированию идеального корректора [3], не вносящего искажений в формируемый волновой фронт.

Анализ таблиц показывает, что при числе точек управления  $N \geq 8$  использование упругого зеркала в алгоритме фазового сопряжения приводит к незначительному снижению качества фокусировки в нелинейной среде по сравнению с идеальным корректором. Увеличение числа сервоприводов от 8 до 20 практически не приводит к изменению характеристик поля на мишени.

Сравнивая результаты моделирования алгоритмов фазового сопряжения и апертурного зондирования можно констатировать, что в обоих случаях достигаются приблизительно одинаковые характеристики поля на мишени. При этом фазовое сопряжение имеет существенно более высокое быстродействие. Вместе с тем число управляемых точек (сервоприводов) упругого зеркала в алгоритме апертурного зондирования может быть сокращено примерно вдвое при том же качестве коррекции, что и в алгоритме фазового сопряжения.

Таблица 3

**Фазовая компенсация теплового самовоздействия упругим зеркалом  
и идеальным корректором**

Расстояние до фокуса $z_0/z_d$	$ R $	Фазовое сопряжение			Апертурное зондирование	Оптимальное управление
		Зеркало $N=8$	Зеркало $N=20$	Идеальный корректор		
0,1	50	0,69	0,71	0,78	0,66	—
	70	0,49	0,51	0,52	0,46	—
0,5	10	0,57	0,60	0,71	0,57	0,74
	20	0,42	0,43	0,46	0,48	0,58

1. Егоров К.Д., Кандидов В.П., Чесноков С.С. // Известия вузов. Физика. 1983. № 2. С. 66.
2. Распространение лазерного пучка в атмосфере /Под ред. Д. Стробена М.: Мир, 1981. 414 с.
3. Ахманов С.А. и др. // Известия вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. № 1. С. 1.
4. Выслоух В.А., Егоров К.Д., Кандидов В.П. // Вестник МГУ. Физика. Астрономия. 1980. № 2. С. 16.
5. Трофимов В.А. // Вестник МГУ. Физика. Астрономия. 1987. № 5. С. 36.
6. Канев Ф.Ю., Чесноков С.С. // Квантовая электроника. 1987. Т. 14. № 10. С. 2125.
7. Коняев П.А., Лукин В.П. // Известия вузов. Физика. 1983. № 2. С. 79.
8. Выслоух В.А., Кандидов В.П., Чесноков С.С., Шленов С.А. // Известия вузов. Физика. 1985. № 11. С. 30.
9. Чесноков С.С. // Известия вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 10. С. 1213.
10. Огибалов П.М. Изгиб, устойчивость и колебания пластинок. М.: Изд-во МГУ, 1958.
11. Кандидов В.П., Чесноков С.С., Выслоух В.А. Метод конечных элементов в задачах динамики. М.: Изд-во МГУ, 1980. 165 с.
12. Чесноков С.С. // Вестник МГУ. Физика. Астрономия. 1980. № 6. С. 27.
13. Таланов В.И. Письма в ЖЭТФ. № 11. С. 303.

Московский госуниверситет  
им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию  
3 августа 1988 г.

F. Yu. Kanev, S. S. Chesnokov. An Analysis of Efficiency of Adaptive Optical System.

In this paper we examine a mathematical model of a typical system of adaptive optics, whose active element is a flexible mirror. The influence of the constructive elements of the system on the process of radiation focusing by means of numerical experiment is determined, and recommendations for practical projection are worked out. On the basis of phase conjugation and multidither algorithms an analysis is made of the limits of the adaptive control of wave fronts of light rays which are propagating under conditions of constant thermo-blooming.