

И.В. Измайлов¹, А.В. Лячин¹, А.Л. Магазинников²,
Б.Н. Пойзнер¹, Д.А. Шергин¹

Моделирование преобразования лазерного пучка в двухконтурном нелинейном кольцевом интерферометре

¹Томский государственный университет,

²Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Поступила в редакцию 14.10.2005 г.

Предлагается дополнить известный с 1979 г. нелинейный кольцевой интерферометр (НКИ) с двумерной обратной связью вторым контуром обратной связи (КОС) за счет добавления двух зеркал. Для изучения особенностей регулярных и хаотических режимов в двухконтурном НКИ (ДНКИ) построены математические модели: с учетом многих проходов, а также в приближении потерь. Составлены вычислительные алгоритмы, и выполнен анализ бифуркационного поведения ДНКИ.

Полученные данные позволяют определить наборы физических параметров ДНКИ, при которых имеет место переход от статического режима к динамическому, в том числе — к детерминированному хаосу. Предполагается, что вследствие различных поворотов лазерного пучка и его запаздывания в двух КОС (когда в ДНКИ образуются различные системы связанных осцилляторов либо система дополнительных связей в осцилляторе) такой интерферометр имеет преимущества как шифратор в системе конфиденциальной связи.

Как показали эксперименты, нелинейный кольцевой интерферометр (НКИ), структурная схема которого показана ниже, является примером оптической системы, способной к генерации как регулярных оптических структур, так и детерминированного хаоса [1–4].

Начиная с середины 1990-х гг. разработка принципов и устройств обработки информации с использованием НКИ, как и его волоконно-оптических аналогов, составляет самостоятельное направление в информационной оптике [1, 5]. В частности, режим детерминированного хаоса активно исследуется в рамках задачи построения систем конфиденциальной связи. Авторы провели анализ оптико-физических и нелинейно-динамических явлений в этом НКИ и в криптосистеме на его основе [6, 7].

Для повышения криптостойкости системы конфиденциальной связи и расширения возможностей управления количеством, типом и взаимным расположением (конstellацией) статических состояний в фазовом пространстве динамической системы авторы предлагают дополнить оптическую схему НКИ еще одним контуром обратной связи (КОС). Во втором КОС также могут иметь место крупномасштабное преобразование светового поля (того же типа, что и первым КОС, либо иное), потери, запаздывание поля и фазовый сдвиг. С предположением о повышении управляемости параметрами лазерного излучения согласуются выводы авторов работы [8] о том, что использование пространственного Фурье-фильтра в дополнительном контуре обратной связи позволяет влиять на образование структур и подавлять турбулентный режим.

Для проверки сделанных предположений требуется построить математическую модель процессов в ДНКИ, найти стационарные решения для нее и провести анализ их устойчивости. Необходимо выяснить особенности бифуркационного поведения в модели ДНКИ, возможности управления им и возможные преимущества ДНКИ над одноконтурным НКИ в плане устойчивости к «взлому» параметров криптосистемы.

Описание схемы и модели двухконтурного нелинейного кольцевого интерферометра

Оптические схемы НКИ и ДНКИ изображены на рис. 1. Здесь $E_{\text{вх}}$ и $E_{\text{вых}}$ — поля на входе и выходе НКИ; $НС$ — нелинейная среда (например, жидкий кристалл) протяженностью l ; G , G_i — линейные элементы, осуществляющие крупномасштабные преобразования оптического поля (поворот на угол Δ , Δ_i , сдвиг, сжатие или растяжение в поперечной плоскости xOy лазерного пучка); M_i — зеркала.

Модель, описывающая динамику нелинейного фазового набегу U в ДНКИ, с оптическим бихроматическим полем, чьи проекции $E_x(\mathbf{r}, t)$, $E_y(\mathbf{r}, t)$ есть

$$\begin{aligned} E_x(\mathbf{r}, t) &= a(\mathbf{r}, t) \cos[(\omega + \Omega)t + \Psi(\mathbf{r}, t)] + \\ &+ b(\mathbf{r}, t) \cos[(\omega - \Omega)t + \Theta(\mathbf{r}, t)], \\ E_y(\mathbf{r}, t) &= a(\mathbf{r}, t) \sin[(\omega + \Omega)t + \Psi(\mathbf{r}, t)] - \\ &- b(\mathbf{r}, t) \sin[(\omega - \Omega)t + \Theta(\mathbf{r}, t)], \end{aligned}$$

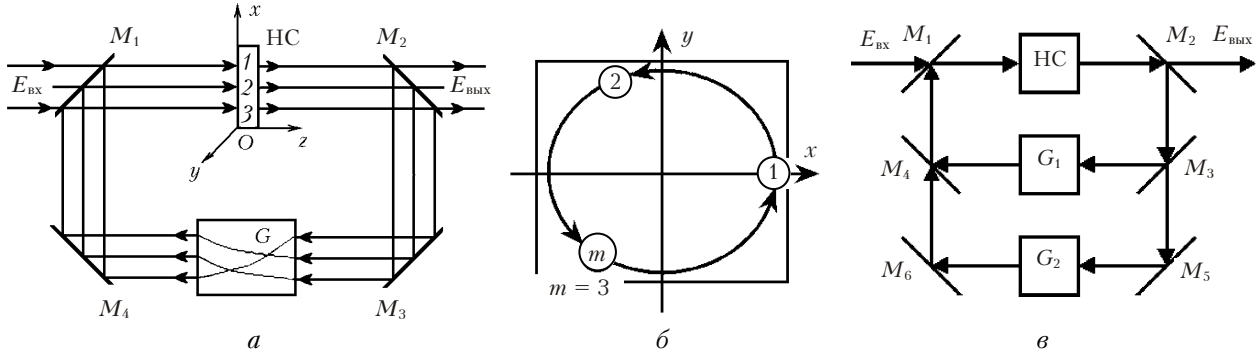


Рис. 1. Оптические схемы нелинейного кольцевого интерферометра (а) и двухконтурного НКИ (б). НКИ и ход лучей в НКИ при повороте светового поля (элементом G) на $\Delta = 360^\circ/m = 120^\circ$ в плоскости xOy : а – траектории лучей 1, 2, 3, замыкающиеся после трех обходов; б – проекция траекторий лучей 1, 2, 3 на плоскость xOy

имеет вид дифференциального уравнения в частных производных с правой частью, содержащей функцию $f(\mathbf{r}, t)$, нелинейно зависящую от $U(\mathbf{r}, t)$:

$$\tau_n(\mathbf{r})\partial U(\mathbf{r}, t)/\partial t = D_e(\mathbf{r})\Delta U(\mathbf{r}, t) - U(\mathbf{r}, t) + f(\mathbf{r}, t); \quad (1)$$

$$f(\mathbf{r}, t) = Q_a K n_{2n}(\mathbf{r}) a_n^2(\mathbf{r}, t) + K(1 - Q_a) n_{2n}(\mathbf{r}) b_n^2(\mathbf{r}, t);$$

$$a_n(\mathbf{r}, t) = (Ac_a^2 + As_a^2)^{0.5}; \quad b_n(\mathbf{r}, t) = (Ac_b^2 + As_b^2)^{0.5};$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \text{Arg}(Ac_a, As_a); \quad \Theta(\mathbf{r}, t) = \text{Arg}(Ac_b, As_b);$$

$$Ac_a = a_{\text{вх}n}(\mathbf{r}, t) \cos[\Psi_{\text{вх}}(\mathbf{r}, t)] + 0,5\gamma_1(\mathbf{r}'_1, t) \times$$

$$\times a_n(\mathbf{r}'_1, t - \tau_1) \cos[\Psi(\mathbf{r}'_1, t - \tau_1) - (1 + q)\omega\tau_1]/\sigma_1 +$$

$$+ 0,5\gamma_2(\mathbf{r}'_2, t) a_n(\mathbf{r}'_2, t - \tau_2) \cos[\Psi(\mathbf{r}'_2, t - \tau_2) - (1 + q)\omega\tau_2]/\sigma_2,$$

$$As_a = a_{\text{вх}n}(\mathbf{r}, t) \sin[\Psi_{\text{вх}}(\mathbf{r}, t)] + 0,5\gamma_1(\mathbf{r}'_1, t) \times$$

$$\times a_n(\mathbf{r}'_1, t - \tau_1) \sin[\Psi(\mathbf{r}'_1, t - \tau_1) - (1 + q)\omega\tau_1]/\sigma_1 +$$

$$+ 0,5\gamma_2(\mathbf{r}'_2, t) a_n(\mathbf{r}'_2, t - \tau_2) \sin[\Psi(\mathbf{r}'_2, t - \tau_2) - (1 + q)\omega\tau_2]/\sigma_2,$$

$$Ac_b = b_{\text{вх}n}(\mathbf{r}, t) \cos[\Theta_{\text{вх}}(\mathbf{r}, t)] + 0,5\gamma_1(\mathbf{r}'_1, t) \times$$

$$\times b_n(\mathbf{r}'_1, t - \tau_1) \cos[\Theta(\mathbf{r}'_1, t - \tau_1) - (1 - q)\omega\tau_1]/\sigma_1 +$$

$$+ 0,5\gamma_2(\mathbf{r}'_2, t) b_n(\mathbf{r}'_2, t - \tau_2) \cos[\Theta(\mathbf{r}'_2, t - \tau_2) - (1 - q)\omega\tau_2]/\sigma_2,$$

$$As_b = b_{\text{вх}n}(\mathbf{r}, t) \sin[\Theta_{\text{вх}}(\mathbf{r}, t)] + 0,5\gamma_1(\mathbf{r}'_1, t) \times$$

$$\times b_n(\mathbf{r}'_1, t - \tau_1) \sin[\Theta(\mathbf{r}'_1, t - \tau_1) - (1 - q)\omega\tau_1]/\sigma_1 +$$

$$+ 0,5\gamma_2(\mathbf{r}'_2, t) b_n(\mathbf{r}'_2, t - \tau_2) \sin[\Theta(\mathbf{r}'_2, t - \tau_2) - (1 - q)\omega\tau_2]/\sigma_2.$$

Здесь $\mathbf{r} \equiv (x, y)$ – радиус-вектор поперечного сечения xOy ; τ_n – время релаксации нелинейной части показателя преломления нелинейной среды протяженностью l ; D_e – нормированный коэффициент диффузии молекул нелинейной среды; Ψ , Θ и $\Psi_{\text{вх}}$, $\Theta_{\text{вх}}$ – фазы поля на входе НС и НКИ;

$$a_n(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r}, t)/[(1 - R_1)^{0.5} a_{\text{вх} \max\{r, t\}}],$$

$$b_n(\mathbf{r}, t) = b(\mathbf{r}, t)/[(1 - R_1)^{0.5} b_{\text{вх} \max\{r, t\}}];$$

$$a_{\text{вх}n}(\mathbf{r}, t) = a_{\text{вх}}(\mathbf{r}, t)/a_{\text{вх} \max\{r, t\}};$$

$$b_{\text{вх}n}(\mathbf{r}, t) = b_{\text{вх}}(\mathbf{r}, t)/b_{\text{вх} \max\{r, t\}}$$

– нормированные амплитуды поля на входе НС и НКИ; $a_{\text{вх} \max\{r, t\}}$, $b_{\text{вх} \max\{r, t\}}$ – максимальные значения амплитуд входного поля;

$$\tau_i \equiv \tau_i(\mathbf{r}'_i, t) = t_{e_i}(\mathbf{r}'_i, t) + U[\mathbf{r}'_i, t - t_{e_i}(\mathbf{r}'_i, t)]/\omega$$

– время распространения компоненты светового поля, пришедшей (через i -й КОС) к моменту времени t в точку \mathbf{r} входной плоскости НС из точки \mathbf{r}'_i той же плоскости (полное время запаздывания, время полного обхода интерферометра через i -й КОС); t_{e_i} – эквивалентное время запаздывания в i -м КОС ДНКИ;

$$q \equiv \Omega/\omega; \quad Q_a = K_a/K; \quad K = K_a + K_b,$$

$$K_a = (1 - R_1) a_{oe} n_{2 \max\{r\}} l k (a_{\text{вх} \max\{r, t\}})^2,$$

$$K_b = (1 - R_1) a_{oe} n_{2 \max\{r\}} l k (b_{\text{вх} \max\{r, t\}})^2$$

– параметры, определяющие силу нелинейных эффектов;

$$n_{2n}(\mathbf{r}) = n_2(\mathbf{r})/n_{2 \max\{r\}}$$

– нормированный параметр нелинейной рефракции; $n_{2 \max\{r\}}$ – максимальное значение параметра нелинейной рефракции; $k = |\mathbf{k}| = \omega/c$ – волновое число;

$$\gamma_1(\mathbf{r}'_1, t) \equiv 2C_n(\mathbf{r}'_1) \kappa_1(\mathbf{r}'_1, t) R_1,$$

$$\gamma_2(\mathbf{r}'_2, t) \equiv 2C_n(\mathbf{r}'_2) \kappa_2(\mathbf{r}'_2, t) R_{II}$$

– удвоенные коэффициент пропускания (удвоенные коэффициенты потерь/передачи) по амплитуде в 1-м и 2-м КОС; C_n , κ_1 , κ_2 – потери в НС и элементах КОС ДНКИ;

$$R_I \equiv (R_2 R_3 R_4 R_1)^{1/2};$$

$$R_{II} \equiv [R_2(1 - R_3)(1 - R_4)R_1]^{1/2};$$

R_i – коэффициенты отражения соответствующих зеркал; σ_i – коэффициент растяжения пучка в i -м КОС.

Далее будем оперировать моделью в так называемом *точечном приближении* (точечной моделью), которая получается из приведенной выше, если предположить отсутствие диффузии молекул нелинейной среды, т.е. положить $D_e = 0$. При повороте на угол $\Delta_j = 2\pi M_j/m$ (или при сдвиге на $\delta_j = M_j\delta$, или при сжатии в $\sigma_j = M_j\sigma$ раз) модель примет вид дифференциального уравнения

$$\tau_{ni} dU_i(t)/dt = -U_i(t) + Q_a K n_{2ni} a_{ni}^2(t) + K(1 - Q_a) n_{2ni} b_{ni}^2(t); \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
a_{ni}(t) &= (Ac_{ai}^2 + As_{ai}^2)^{0,5}; \quad b_{ni}(t) = (Ac_{bi}^2 + As_{bi}^2)^{0,5}; \\
\Psi_i(t) &= \text{Arg}(Ac_{ai}, As_{ai}); \quad \Theta_i(t) = \text{Arg}(Ac_{bi}, As_{bi}); \\
Ac_{ai} &= a_{\text{bx}ni}(t) \cos[\Psi_{\text{bx}i}(t)] + \\
&+ 0,5\gamma_{1i-M_1}(t) a_{ni-M_1}(t - \tau_1) \times \\
&\times \cos[\Psi_{i-M_1}(t - \tau_1) - (1 + q)\omega\tau_1]/\sigma_1 + \\
&+ 0,5\gamma_{2i-M_2}(t) a_{ni-M_2}(t - \tau_2) \times \\
&\times \cos[\Psi_{i-M_2}(t - \tau_2) - (1 + q)\omega\tau_2]/\sigma_2, \\
As_{ai} &= a_{\text{bx}ni}(t) \sin[\Psi_{\text{bx}i}(t)] + 0,5\gamma_{1i-M_1}(t) \times \\
&\times a_{ni-M_1}(t - \tau_1) \sin[\Psi_{i-M_1}(t - \tau_1) - (1 + q)\omega\tau_1]/\sigma_1 + \\
&+ 0,5\gamma_{2i-M_2}(t) a_{ni-M_2}(t - \tau_2) \times \\
&\times \sin[\Psi_{i-M_2}(t - \tau_2) - (1 + q)\omega\tau_2]/\sigma_2, \\
Ac_{bi} &= b_{\text{bx}ni}(t) \cos[\Theta_{\text{bx}i}(t)] + 0,5\gamma_{1i-M_1}(t) b_{ni-M_1}(t - \tau_1) \times \\
&\times \cos[\Theta_{i-M_1}(t - \tau_1) - (1 - q)\omega\tau_1]/\sigma_1 + \\
&+ 0,5\gamma_{2i-M_2}(t) b_{ni-M_2}(t - \tau_2) \times \\
&\times \cos[\Theta_{i-M_2}(t - \tau_2) - (1 - q)\omega\tau_2]/\sigma_2, \\
As_{bi} &= b_{\text{bx}ni}(t) \sin[\Theta_{\text{bx}i}(t)] + 0,5\gamma_{1i-M_1}(t) b_{ni-M_1}(t - \tau_1) \times \\
&\times \sin[\Theta_{i-M_1}(t - \tau_1) - (1 - q)\omega\tau_1]/\sigma_1 + \\
&+ 0,5\gamma_{2i-M_2}(t) b_{ni-M_2}(t - \tau_2) \times \\
&\times \sin[\Theta_{i-M_2}(t - \tau_2) - (1 - q)\omega\tau_2]/\sigma_2,
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\tau_1 &\equiv \tau_{1i-M_1}(t) = t_{e1i-M_1}(t) + U_{i-M_1}[t - t_{e1i-M_1}(t)]/\omega, \\
\tau_2 &\equiv \tau_{2i-M_2}(t) = t_{e2i-M_2}(t) + U_{i-M_2}[t - t_{e2i-M_2}(t)]/\omega.
\end{aligned}$$

Когда НКИ работает в статическом режиме ($d/dt = 0$), то можно получить следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
a_{ni} &= (Ac_{ai}^2 + As_{ai}^2)^{0,5}; \quad \Psi_i = \text{Arg}(Ac_{ai}, As_{ai}); \\
b_{ni} &= (Ac_{bi}^2 + As_{bi}^2)^{0,5}; \quad \Theta_i = \text{Arg}(Ac_{bi}, As_{bi}); \\
Ac_{ai} &= a_{\text{bx}ni} \cos[\Psi_{\text{bx}i}] + 0,5\gamma_{1i-M_1} a_{ni-M_1} \times \\
&\times \cos[\Psi_{i-M_1} - (1 + q)\omega\tau_1]/\sigma_1 + \\
&+ 0,5\gamma_{2i-M_2} a_{ni-M_2} \cos[\Psi_{i-M_2} - (1 + q)\omega\tau_2]/\sigma_2, \\
As_{ai} &= a_{\text{bx}ni} \sin[\Psi_{\text{bx}i}] + 0,5\gamma_{1i-M_1} a_{ni-M_1} \times \\
&\times \sin[\Psi_{i-M_1} - (1 + q)\omega\tau_1]/\sigma_1 + \\
&+ 0,5\gamma_{2i-M_2} a_{ni-M_2} \sin[\Psi_{i-M_2} - (1 + q)\omega\tau_2]/\sigma_2, \\
Ac_{bi} &= b_{\text{bx}ni} \cos[\Theta_{\text{bx}i}] + 0,5\gamma_{1i-M_1} b_{ni-M_1} \times \\
&\times \cos[\Theta_{i-M_1} - (1 - q)\omega\tau_1]/\sigma_1 + \\
&+ 0,5\gamma_{2i-M_2} b_{ni-M_2} \cos[\Theta_{i-M_2} - (1 - q)\omega\tau_2]/\sigma_2, \\
As_{bi} &= b_{\text{bx}ni} \sin[\Theta_{\text{bx}i}] + 0,5\gamma_{1i-M_1} b_{ni-M_1} \times \\
&\times \sin[\Theta_{i-M_1} - (1 - q)\omega\tau_1]/\sigma_1 + \\
&+ 0,5\gamma_{2i-M_2} b_{ni-M_2} \sin[\Theta_{i-M_2} - (1 - q)\omega\tau_2]/\sigma_2;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_1 &\equiv \tau_{1i-M_1} = t_{e1i-M_1} + U_{i-M_1}/\omega, \\
\tau_2 &\equiv \tau_{2i-M_2} = t_{e2i-M_2} + U_{i-M_2}/\omega; \\
U_i &= Q_a K n_{2ni} a_{ni}^2 + K(1 - Q_a) n_{2ni} b_{ni}^2, \quad (3)
\end{aligned}$$

где i – номер точки в цепочке транспозиционных точек (в поперечной плоскости лазерного пучка). Очевидно, что полученное выражение (2) можно интерпретировать как векторную функцию векторного аргумента вида $\mathbf{E}_i = \mathbf{F}(\mathbf{E}_{i-M_1}, \mathbf{E}_{i-M_2})$, где используется обозначение $\mathbf{E}_i \equiv (a_{ni}, \Psi_i, b_{ni}, \Theta_i)$.

Пусть $M_1 \geq M_2$. Тогда моделью *пространственного* изменения амплитуд a_{ni} , b_{ni} и фаз Ψ_i , Θ_i полей в ДНКИ служит *дискретное отображение* (ДО), состоящее из M_1 векторных равенств, определяемых через функцию \mathbf{E}_i , причем ДО имеет размерность $4M_1$:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_{i+1,l} &= \mathbf{F}\{\mathbf{E}_{i,l-0M_2}, \mathbf{F}[\mathbf{E}_{i,l-1M_2}, \mathbf{F}(\mathbf{E}_{i,l-2M_2}, \dots \\
&\dots, \mathbf{F}(\mathbf{E}_{i,l-nM_2}, \mathbf{E}_{i,M_1-M_2+j}))]\}, \quad (4)
\end{aligned}$$

где индекс i имеет смысл дискретной *эволюционной переменной* (соответствующей группе точек из цепочки транспозиционных точек), т.е. аналог времени; $l = nM_2 + j$, l, n, j – целые такие, что $l = [1; M_1]$; $j = [1; M_2 - 1]$.

Наличие двух КОС рождает многообразие комбинаций пространственных преобразований поля в каждом из КОС. Остановимся на изучении этого обстоятельства.

Особенности цепочек транспозиционных точек и особенности интерпретации ДНКИ как системы связанных осцилляторов

Пространственное преобразование светового поля, осуществляемое линейными элементами G_i , обуславливает тип цепочки транспозиционных точек (ЦТТ). Для простейших преобразований поля в элементе G одноконтурного НКИ типа ЦТТ показаны в табл. 1. В свою очередь, тип ЦТТ определяет структуру взаимной зависимости значений динамических переменных, т.е. зависимости U_{i+1} от U_i , в сочетании с характеристиками (не)замкнутости и (бес)конечности.

В случае ДНКИ усложнение структуры ЦТТ возможно не только из-за неизбежного расширения типологии, но и из-за усложнения структуры ЦТТ внутри каждого введенного выше типа ЦТТ. Далее ограничимся типом замкнутых конечных ЦТТ.

Ради простоты предположим, что имеет место поворот светового поля в i -м КОС на угол $\Delta_i = 2\pi M_i/m$, m – число рассматриваемых точек в НКИ, т.е. *число точек* в ЦТТ. Например, в табл. 1 для одноконтурного НКИ, где $\Delta = 120^\circ$, $m = 3$. Величина $2\pi/m$ является «квантом» угла поворота – минимально возможным углом поворота при заданном числе m . Тогда M_i – числовое выражение (в единицах $2\pi/m$) угла поворота поля Δ_i , или, с привлечением понятия ЦТТ, величина шага перемещения по ЦТТ.

Таблица 1

Связь между простейшими типами преобразования лазерного пучка в контуре обратной связи НКИ (задающими конфигурацию цепочки транспозиционных точек) и видом оптической структуры $U(r, t)$, формирующейся в поперечном сечении пучка

Простейшие типы преобразования пучка элементом G			
Поворот ($\Delta = 2\pi M/m$)	Сдвиг (δ)	Сжатие ($1/\sigma$)	Растяжение (σ)
Тип цепочки транспозиционных точек			
Замкнутая конечная	Незамкнутая конечная	Незамкнутая бесконечная	
		$(m = \infty)$	$(m = -\infty)$
Формирующиеся идеализированные структуры			

Тогда в зависимости от комбинаций значений чисел M_i и m структура ЦТТ существенно меняется. Причем три числа (индекса) – m, M_1, M_2 – можно считать естественной «кодировкой» структуры. В табл. 2, где приведены различные конфигурации переходов между точками в ЦТТ (и далее в тексте), используется эта кодировка. На рисунках в табл. 2 линии обозначают переходы между точками в ЦТТ: пунктирные – переходы в КОС₁, сплошные – в КОС₂. Из табл. 2 видно, насколько многообразно усложняется структура ЦТТ с ростом числа m за счет наличия второго контура обратной связи. В случае

одного КОС табл. 2 содержала бы лишь одну ячейку, соответствующую тройке чисел $m11$. Но способ представления, используемый в табл. 1, избыточен. Например, ЦТТ mmm распадается на m ЦТТ 111 .

Если число m – простое, то в подобных таблицах актуальна только первая строка, все остальные конфигурации переходов можно выразить через конфигурации, присутствующие в ней. В противном случае следует выбирать значения тройных индексов в таблицах по следующему правилу: $m = M_1 N_1, m = M_2 N_2$, где M_1 и M_2 – взаимно простые числа. Например, для ЦТТ, состоящей из шести точек,

Таблица 2

Конфигурация переходов между точками в ЦТТ в случае «трехточечной» ($m = 3$) модели процессов в ДНКИ

$m = 3$		M_2		
		1	2	3
M_1	1			
	2			
	3			

реализуется $M_1 = 3$ экземпляра $N_1 = 2$ (двухточечных структур) и $M_2 = 2$ экземпляра $N_2 = 3$ (трехточечных структур).

В табл. 2 случай 313 можно интерпретировать как систему *трех* связанных осцилляторов, т.е. одноконтурных «одноточечных» НКИ. Эту связь обеспечивает наличие второго контура: через него энергия лазерного пучка одного из упомянутых НКИ поступает в другой НКИ последовательно и влияет на динамику (тип режима), а возможно, и на синхронность колебаний в них. Коэффициентом связи между НКИ служит параметр γ_2 .

Напротив, случай ЦТТ 311, 312, по-видимому, следует интерпретировать как появление в одном осцилляторе («трехточечном» НКИ) системы трех дополнительных связей — благодаря организации второго КОС. Это свойство более наглядно проявляется при $m = 5$ и более.

Результаты моделирования

Особенности строения бифуркационных диаграмм

В соответствии с постановкой задачи исследований необходимо найти стационарные решения и проанализировать их устойчивость. Целесообразно упростить задачу, ограничившись приближением больших потерь $(R^2 C_n) \ll 1$, т.е. когда составляющая светового поля после второго прохода НС считается пренебрежимо малой, и отсутствием запаздывания ($t_{ej} \ll \tau_n$) одночастотного ($Q_a = 1$, $b_{vxn_i}(t) = 0$, $q = 0$) поля в КОС. Тогда, предполагая, что $\omega t_{ej} \approx 2\pi N$, вместо модели (2) имеем ее упрощенную версию:

$$\tau_n i dU_i(t)/dt = -U_i(t) + K[1 + \gamma_{12} \cos(U_{i-M_1}(t)) + \gamma_{13} \cos(U_{i-M_2}(t)) + \gamma_{23} \cos(U_{i-M_1}(t) - U_{i-M_2}(t))], \quad (5)$$

где коэффициенты γ_{ij} характеризуют видность интерференционной картины и обусловлены потерями излучения в КОС:

$$\gamma_{12} = 2R_1 \kappa_1 C_n, \quad \gamma_{13} = 2R_{II} \kappa_2 C_n, \quad \gamma_{23} = 2R_{II} R_1 \kappa_1 \kappa_2 C_n.$$

В дальнейшем предстоит сравнить результаты, полученные для моделей одноконтурного и двухконтурного интерферометров. Для этого целесообразно оперировать коэффициентом потерь/пропускания (по амплитуде) излучения $\gamma = 2R \kappa C_n$ за один проход через КОС одноконтурного НКИ. Можно показать, что $\gamma_{12} = \gamma(R_3 R_4)^{1/2} \kappa_1 / \kappa$, $\gamma_{13} = \gamma(1 - (R_3 R_4)^{1/2}) \kappa_2 / \kappa$ и $\gamma_{23} = \gamma^2 (R_3 R_4)^{1/2} (1 - (R_3 R_4)^{1/2}) \kappa_1 \kappa_2 / (2\kappa^2)$. Оперирова моделью (5), удобно задавать значения γ при $(R_3 R_4)^{1/2} = 0,5$ и $\kappa_1 = \kappa_2$, тогда $\gamma_{12} = \gamma_{13}$.

Для анализа свойств модели построены бифуркационные диаграммы зависимости решения (стационарного ($dU_i(t)/dt = 0$) — в нашем случае) от выбранного бифуркационного параметра. Из всего многообразия комбинаций преобразований поля в КОС рассмотрены повороты поля на углы 0 и 180, 0 и 120, 0 и 90, 90 и 180, 120 и 180°. Общее представление об эволюции бифуркационных диаграмм (БД) для

одноконтурного интерферометра (рис. 1, а) с учетом поворота поля в контуре обратной связи дает рис. 2.

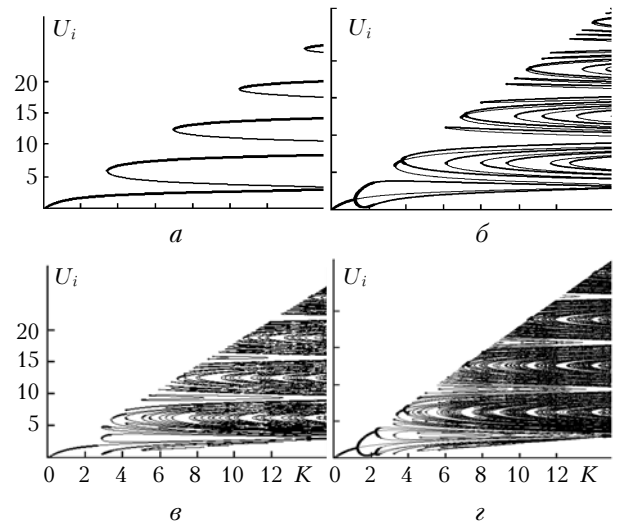


Рис. 2. Бифуркационные диаграммы (на плоскости статическое решение U_i — параметр нелинейности K при $\gamma = 0,8$) для одноконтурного НКИ при углах поворота поля в контуре: $\Delta = 0^\circ$ (а); 180° (б); 120° (в); 90° (г). Более жирными линиями показаны устойчивые участки ветвей

Для оценки влияния дополнительного КОС на строение БД выполнено моделирование, когда поворот поля осуществляется только в одном из контуров, а в другом — отсутствует. Установлено, что при углах поворота поля в контурах $\Delta_1 = 180^\circ$, $\Delta_2 = 0^\circ$ либо $\Delta_1 = 90^\circ$, $\Delta_2 = 0^\circ$ БД идентичны и по структуре они тождественны БД для модели одноконтурного интерферометра без учета запаздывания и без поворота поля в КОС при соответствующем значении потерь излучения (рис. 2, а).

Выполнен анализ формы БД на рис. 2 и БД для «точечной» модели ДНКИ при $\gamma = 0,8$, $(R_3 R_4)^{1/2} = 0,5$ и $\Delta_1 = 180^\circ$, $\Delta_2 = 0^\circ$, либо $\Delta_1 = 120^\circ$, $\Delta_2 = 0^\circ$, либо $\Delta_1 = 90^\circ$, $\Delta_2 = 0^\circ$ в приближении больших потерь и пренебрежении временами t_{ei} запаздывания поля в КОС с равными потерями ($\gamma_{12} = \gamma_{13} = 0,5\gamma$). Оказывается, если оптическое поле в поперечной плоскости лазерного пучка повернуто на угол $\Delta_i = 2\pi M_i / m$ (где $i = 1, 2$), причем $\Delta_i = 0$, $\Delta_j \neq 0$, то

— при *четном* m строение БД такое же, что и для модели одноконтурного НКИ с $\Delta = 0$;

— при *нечетном* m структуры БД для модели ДНКИ существенно отличаются от аналогичных для моделей НКИ как с $\Delta = \Delta_i$, так и с $\Delta = \Delta_j$.

БД для ДНКИ на рис. 3 демонстрируют ряд особенностей.

1) Отсутствует бистабильность при $K \in [2,0; 5,1]$. Это обусловлено противоречием условий наступления бистабильности для одноконтурных систем при углах поворота $\Delta = 180$ и 90° .

2) Существенно изменяется конфигурация устойчивых и неустойчивых ветвей БД. В отличие от одноконтурной системы с $\Delta = 90^\circ$ возникают устойчивые области при $K > 8$.

3) Положение ветвей БД, соответствующих одинаковым значениям фазовых набегов U_i , остается неизменным. Этот факт непосредственно вытекает из содержания модели и служит верификационным примером.

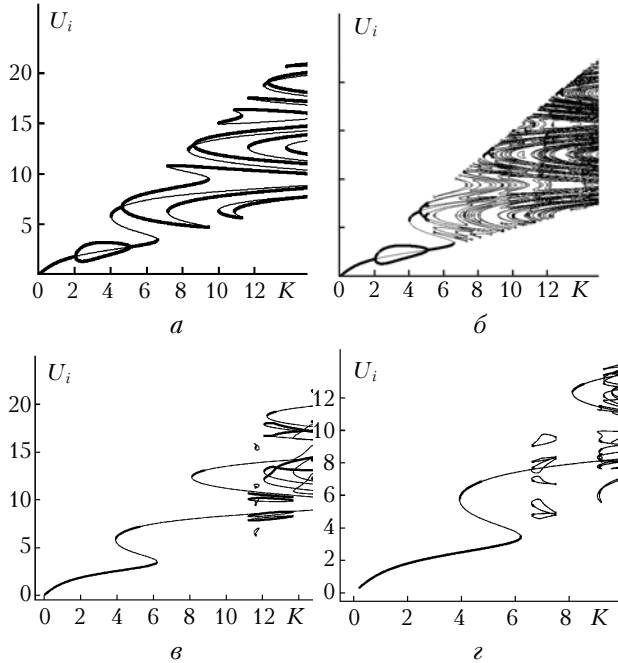


Рис. 3. Бифуркационные диаграммы $U_i(K)$ ($\gamma = 0,5$) для одноконтурного НКИ при углах поворота поля в контуре: $a - \Delta = 180^\circ$; $б - 90^\circ$; и для двухконтурного интерферометра при углах поворота поля в контурах: $в - \Delta_1 = 90^\circ$ и $\Delta_2 = 180^\circ$; $г - \Delta_1 = 120^\circ$ и $\Delta_2 = 180^\circ$

Сопоставляя рис. 3, в и г, можно констатировать, что с ростом числа m точек ЦТТ, который происходит при изменении угла поворота поля в одном из КОС, увеличение числа ветвей наблюдается при меньших значениях коэффициента нелинейности K , т.е. при более низких уровнях входного излучения.

Из анализа соотношения числа (не)устойчивых ветвей БД вытекает, что наличие второго КОС служит средством управления ДНКИ как генератором детерминированного хаоса.

Построение бифуркационных диаграмм для модели ДНКИ при углах поворота поля $\Delta_1 = 90^\circ$, $\Delta_2 = 180^\circ$ при различных соотношениях коэффициентов потерь / пропускания γ_{12}/γ_{13} в первом и втором контурах (за счет отличия значения $(R_3R_4)^{1/2}$ от 0,5 либо изменения величин κ_i), когда $\gamma = 0,5$, показало, что структура БД существенно зависит не только от отношения γ_{12}/γ_{13} , но и от значения самих величин γ_{12} и γ_{13} .

Для областей параметров, в которых ветви БД устойчивы, можно предсказать, какой именно статический режим возникнет в ДНКИ. В противном случае неизбежны динамические режимы. Для их исследования предпримем симуляцию, например на основе модели (2).

Особенности динамических режимов в ДНКИ

Вычислительные эксперименты показали, что выбор параметров ДНКИ (коэффициента нелинейности K , коэффициентов пропускания в КОС γ_i , времен запаздывания t_{ei} в КОС₁ и КОС₂, угла поворота поля Δ_i в каждом из КОС) позволяет осуществлять ряд вариантов контроля.

1) Управление средними значениями U и сдвигом фаз между осцилляциями U в (транспозиционных) точках поперечного сечения лазерного пучка.

2) Управление типом и финалом процесса установления, который может иметь вид переходного процесса: от периодического режима к квазипериодическому, от периодического — к хаотическому, от статического к периодическому, от периодического синфазного (в двух транспозиционных точках) к периодическому, но несинфазному в этих точках, от хаотического к периодическому.

Для ориентации в том, как параметры модели влияют на характер динамического режима, построены карты фрактальной размерности $D_0(t_{e1}, t_{e2})$ аттрактора в модели (рис. 4). Анализ структуры карт позволяет сделать несколько обобщений.

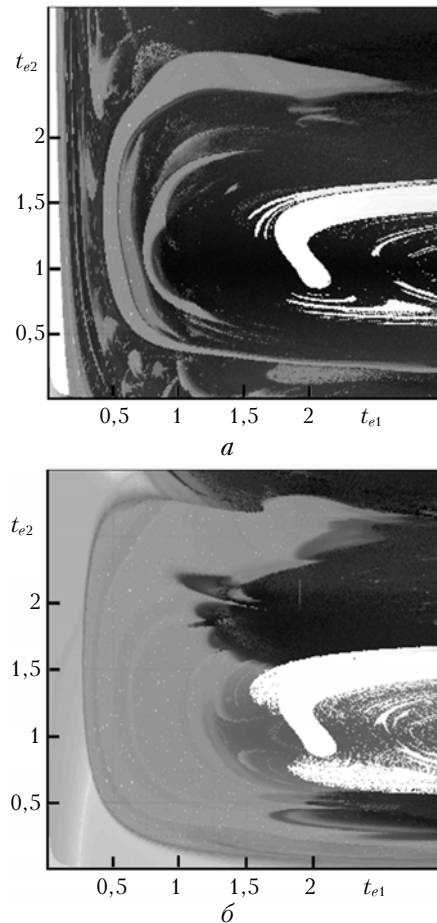


Рис. 4. Зависимость фрактальной размерности $D_0(t_{e1}, t_{e2})$ от соотношения времен запаздывания в контурах. Более темные области соответствуют большим значениям D_0 ; $m = 2$, $\Delta_1 = 180^\circ$, $K = 5,5$; $a - \Delta_2 = 180^\circ$; $б - \Delta_2 = 0^\circ$

Если в обоих КОС угол $\Delta \neq 0$, то фрактальная размерность аттрактора не уменьшается (как правило, она существенно повышается) по сравнению со случаем, когда один из $\Delta_i = 0$, а сами области параметров, в которых высока фрактальная размерность аттрактора, расширяются. Эти выводы согласуются с наблюдениями за поведением U в различных точках поперечного сечения пучка: динамика U усложняется по сравнению с поведением U , когда один из углов поворота $\Delta_i = 0$. Согласно работе [9] большие значения фрактальной размерности $D_0(t_{e1}, t_{e2})$ считаются предпосылкой высокой скрытности сообщений в системе конфиденциальной связи.

Характер переходного процесса в ДНКИ для случаев, которым они соответствуют, согласуется с продемонстрированной ранее особенностью ДНКИ: дополнение НКИ еще одним КОС служит способом формирования либо системы связанных осцилляторов, в совокупности составляющих ДНКИ, либо системы связей в одном осцилляторе, каким является ДНКИ.

Моделирование «взлома» времени запаздывания с помощью корреляционного анализа выходного поля

Оперируя картами $D_0(t_{e1}, t_{e2})$, можно более или менее целенаправленно выбирать интервалы значений физических параметров, обеспечивающих желаемые свойства шифратора на базе ДНКИ. В первую очередь это касается устойчивости его к «взлому» величин параметров шифратора.

Возможность такого «взлома» при помощи корреляционного анализа амплитуд оптического поля в отдельных точках ЦТТ имитировалась на основе модели (2). Установлено, что определение времен запаздывания τ_1 и τ_2 в КОС невозможно. Однако при определенных условиях расчеты коэффициентов автокорреляции ρ_{ii} либо кросскорреляции ρ_{ij} ($i \neq j$) позволяют выявить значение их разности $\tau_1 - \tau_2$. Например, для таких комбинаций углов, когда $\Delta_1 \neq \Delta_2 \neq 0$

($\Delta_1 = 180^\circ$, $\Delta_2 = 90^\circ$ и $\Delta_1 = 180^\circ$, $\Delta_2 = 120^\circ$), зависимости коэффициентов авто- либо кросскорреляции приведены на рис. 5.

Из рис. 5, б видно, что кросскорреляционный анализ амплитуд в точках i, j , следующих в ЦТТ непосредственно друг за другом (в порядке их нумерации ($j = i + 1$)), позволяет «вскрыть» разность времен запаздывания $\Delta t_e = |t_{e2} - t_{e1}|$. Точность определения значения $\Delta t_e / \tau_n$ составила $\pm 1,25\%$. Но если изменить порядок перебора точек ЦТТ в поперечном сечении пучка, то выявить значение Δt_e с помощью кросскорреляционного анализа представляется затруднительным (рис. 5, в). В этом плане применение автокорреляционного анализа тоже неэффективно (рис. 5, а).

Эти закономерности теоретически позволяют определить состав ЦТТ, т.е. принадлежность точек одной ЦТТ (произвести разбиение точек поперечного сечения пучка по множеству ЦТТ), и порядок их нумерации, но ценой больших затрат вычислительных ресурсов.

Пусть, например, распределение светового поля в поперечной плоскости пучка репрезентируется матрицей из $m \times N$ элементов, где m — число точек в каждой из N изоморфных ЦТТ. Тогда при наихудшем — для «взлома» — стечении обстоятельств вскрытие этих параметров требует осуществить $mN(mN - 1) \approx mN^2$ актов расчета коэффициента кросскорреляции: как ρ_{ij} , так и ρ_{ji} . Но даже при наилучшем стечении обстоятельств необходим расчет $(m - 1)$ функций $\rho_{i+1}(\tau_{\text{cor}})$ для вскрытия состава одной ЦТТ, а следовательно, и всех остальных. Так, при использовании шагового двигателя с точностью установки угла $1'$ (например, фирмы «Standa») $m = 21600$ и при площади поперечного сечения пучка 1 см^2 величина mN может достигать 10^4 .

В отличие от модели одноконтурного интерферометра корреляционный анализ не позволяет определить («вскрыть») значения самих времен запаздывания t_{e1} и t_{e2} оптического поля в КОС₁ и КОС₂ ДНКИ. Таким образом, двухконтурная схема НКИ более устойчива к взлому параметров (с помощью корреляционного анализа), чем одноконтурная.

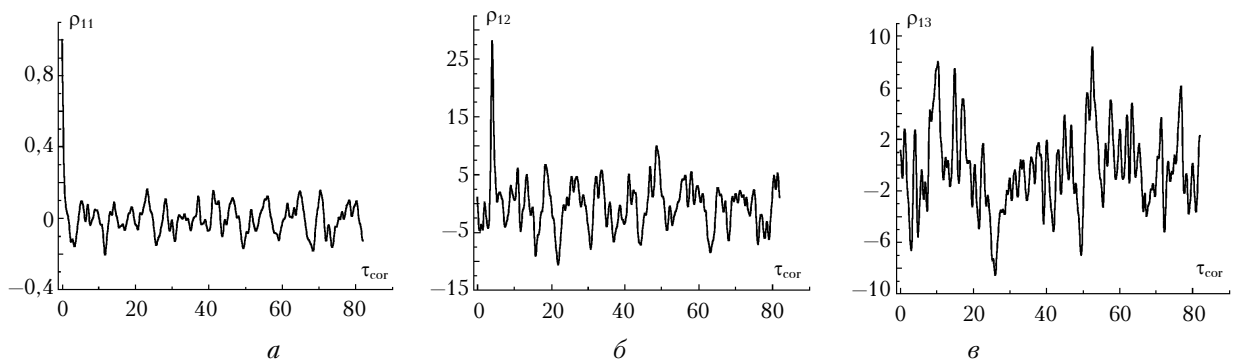


Рис. 5. Авто- (а) и кросскоррелюграммы (б, в) для модели ДНКИ при углах поворота поля $\Delta_1 = 180^\circ$, $\Delta_2 = 90^\circ$, временах запаздывания в первом и во втором контурах $t_{e1}/\tau_n = 1$ и $t_{e2}/\tau_n = 5$, $\Delta t_e/\tau_n = 4$, где $\tau_n = 10^{-9}$ с; потерях $\gamma_1 = \gamma_2 = \sqrt{0,125}$, коэффициенте нелинейности $K = 10$

Выводы

Построены математические модели процессов в двухконтурном нелинейном кольцевом интерферометре. Разработана формализация строения ЦТТ, позволяющая описать геометрические закономерности переходов от одной транспозиционной точки к другой (смещения светового луча в поперечной плоскости пучка в ДНКИ). Раскрыта диверсификация этих структур ЦТТ в зависимости от комбинаций углов поворота либо от комбинаций величин сдвигов поля в поперечной плоскости пучка в контурах обратной связи ДНКИ. Наличие пары контуров обратной связи придает интерферометру свойства *многосоставной системы* и является способом управления типом преобразования лазерного пучка. Манипулируя соотношениями между параметрами КОС, можно изменять конфигурацию соединения осцилляторов, образующих ДНКИ, либо конфигурацию внутренних связей в едином осцилляторе.

Результаты моделирования демонстрируют, что наличие второго контура в НКИ существенно влияет на бифуркационное поведение нелинейного фазового набега в ДНКИ. Управлять сложной динамикой в модели ДНКИ (в частности, величиной фрактальной размерности аттрактора) можно не только изменением параметров входного излучения и нелинейности, как в НКИ, но и выбором комбинаций значений потерь / пропускания и углов поворота поля в контурах обратной связи. Модель ДНКИ обладает преимуществами над одноконтурным НКИ в плане устойчивости к «взлому» параметров криптосистемы.

Это оправдывает дальнейшее исследование модели ДНКИ в аспекте оптимизации его для разработки генератора детерминированного хаоса и применения как шифратора в системах конфиденциальной связи оптического диапазона, в том числе — в статическом режиме работы.

Работа поддержана грантом ФАО Минобрнауки (Программа: «Развитие научного потенциала высшей

школы». Раздел 3.3) № 60321 и грантом Президента РФ МК-4701.2006.9.

1. *Akhmanov S.A., Vorontsov M.A.* Controlling transverse-wave interaction of spatiotemporal structures // *J. Opt. Soc. Amer. B.* 1992. V. 9. N 1. P. 78–90.
2. *Schwartz T., Fleischer J.W., Cohen O., Buljan H., Segev M., Carmon T.* Pattern formation in a ring cavity with temporally incoherent feedback // *J. Opt. Soc. Amer. B.* 2004. V. 21. N 12. P. 2197–2205.
3. *Новые физические принципы оптической обработки информации: Сб. ст. / Под ред. С.А. Ахманова, М.А. Воронцова.* М.: Наука, 1990. С. 263–326.
4. *Измайлов И.В., Калайда В.Т., Магазинников А.Л., Поизнер Б.Н.* Бифуркации в точечной модели кольцевого интерферометра с запаздыванием и поворотом поля // *Изв. вузов. Прикл. нелинейн. динам.* 1999. Т. 7. № 5. С. 47–59.
5. *Измайлов И.В., Поизнер Б.Н.* О возможности реализации элементной базы непрерывной логики в нелинейной оптике // *Реляторные непрерывнологические и нейронные сети и модели: Тр. Междунар. конф. «Континуальные логико-алгебраические исчисления и нейроматематика в науке, технике и экономике — КЛИН-2001».* (Ульяновск, 15–17 мая 2001) / Под ред. Л.И. Волгина. Ульяновск: УлГТУ, 2001. Т. 2. С. 59–61.
6. *Лячин А.В., Поизнер Б.Н.* Моделирование преобразования лазерного пучка в кольцевом интерферометре: фрактальная геометрия хаотического аттрактора в плане обработки информации // *Оптика атмосф. и океана.* 2004. Т. 17. № 2–3. С. 146–150.
7. *Измайлов И.В., Поизнер Б.Н.* Варианты реализации нелинейно-оптического устройства скрытой передачи информации // *Оптика атмосф. и океана.* 2001. Т. 14. № 11. С. 1074–1086.
8. *Martin R., Oppo G.-L., Harkness G.K., Scroggie A.J., Firth W.J.* Controlling pattern formation and spatiotemporal disorder in nonlinear optics // *Opt. Express.* 1997. V. 1. N 1. P. 39–43.
9. *VanWriegeren G.D., Roy R.* Chaotic communication using time-delayed optical system // *Int. J. of Bifurcation and Chaos.* 1999. V. 9. N 11. P. 2129–2156.

I.V. Izmailov, A.V. Lyachin, A.L. Magazinnikov, B.N. Poizner, D.A. Shergin. Simulation of laser beam transformation in two-circuit nonlinear ring interferometer.

It is suggested to supplement the known since 1979 non-linear ring interferometer (NRI) with two-dimensional feedback by the second feedback loop (FBL) realized by addition of two mirrors. The mathematical models are constructed: multipasse and in loss approximation. Features of regular and chaotic regimes in two-circuit NRI (TCNRI) are studied. The computing algorithms are composed to analyze the bifurcation behavior in the model of TCNRI.

Obtained data allow one to define sets of TCNRI physical parameters, at which the transition from a static regime to dynamic one (including deterministic chaos) has place. It is supposed that owing to various delay times and turns of laser beam in two FBLs (when the various systems of connected oscillators are formed in TCNRI or the system of additional relations in the oscillator is formed in TCNRI) such interferometer has advantages as a coder in a system of confidential communication.