«Оптика атмосферы», **2**, № 3 (1989) УДК 535.416.3

К.В. Шишаков, В.И. Шмальгаузен

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПОЛОЖЕНИЯ ПРИВОДОВ В ПЛАСТИНЧАТЫХ ГИБКИХ ЗЕРКАЛАХ

Рассматривается приближенная оптимизация расположения приводов в пластинчатых гибких зеркалах для задачи компенсации фазовых искажений световой волны, прошедшей слой турбулентной атмосферы. Численные расчеты проведены для системы коррекции, основанной на компенсации полиномов Цернике низших порядков.

Корректоры волнового фронта с гибкими зеркалами позволяют в ряде случаев существенно улучшить качество оптических систем [1]. Одной из основных характеристик таких корректоров является точность воспроизведения детерминированных или случайных аберраций световой волны при наименьшем количестве каналов управления. Задача создания высококачественных корректоров с пластинчатыми зеркалами неразрывно связана с получением оптимального расположения приводов по критерию наименьшей среднеквадратической ошибки аппроксимации фазовых искажений.

Целью работы является проведение приближенной оптимизации расположения приводов в пластинчатых гибких зеркалах для задачи компенсации фазовых искажений световой волны, прошедшей слой турбулентной атмосферы.

Рассмотрим коррекцию фазовых искажений $\varphi(\boldsymbol{r})$. На поверхности зеркала выберем сетку возможных координат расположения m приводов. Заполним приводами все узлы сетки и будем удалять те из них, без которых остаточная ошибка аппроксимации фазы $\varphi(\boldsymbol{r})$ ухудшится в наименьшей степени. Можно надеяться, что в результате удастся получить хорошее приближение к оптимальному расположению наименьшего количества приводов. Запишем ошибку коррекции в виде

$$\langle \Delta \rangle = \left\langle \frac{1}{S} \int\limits_{\Omega} \left(\varphi(r) - \sum_{i=1}^{m} P_i R_i(r) \right)^2 d^2\boldsymbol{r} \right\rangle, \tag{1}$$

где Ω — область коррекции; S — ее площадь; P_i — управляющие усилия приводов, выбираемые из условия минимизации Δ; $R_i(\boldsymbol{r})$ — функции отклика зеркала на управляющие воздействия; угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций.

Получим преобразованную ошибку $\langle \Delta' \rangle$ после удаления l приводов. Для определенности будем считать, что удаляются первые l приводов: $P'_i = 0$, $i = 1,\ldots, l$. Здесь и в дальнейшем знаком „штрих” обозначаются соответствующие преобразованные величины. Тогда ошибка Δ' выражается через Δ по правилу множителей Лагранжа λ_i: $\Delta' = \Delta + \sum_{i=1}^{l} \lambda_i P'_i$. Минимизируя Δ' по λ_i $(i = 1,\ldots, l)$ и P'_j $(j = 1,\ldots,m)$, нетрудно получить

$$\begin{gathered} P'_i = \sum_{j=l+1}^{m} c'_{ij} b_j, \; j = l+1,\ldots, m, \\ c'_{ij} = c_{ij} - \sum_{\alpha=1}^{l} \sum_{\beta=1}^{l} h_{\alpha\beta} c_{i\alpha} c_{\beta_j}, \; i, \; j = 1,\ldots, m, \end{gathered} \tag{2}$$

где c_{ij}, $h_{\alpha\beta}$ — элементы матриц, обратных соответственно матрицам с элементами $a_{ij} = \frac{1}{S}(R_i, R_j)$, $c_{\alpha\beta}(\alpha, \beta = 1,\ldots,l)$; $b_i = \frac{1}{S}(\varphi, R_i)$, круглые скобки обозначают скалярное произведение функций на Ω.

Из выражений (1), (2) можно показать, что будут справедливы следующие соотношения:

$$P'_i = P_i - \sum_{\alpha=1}^{l} \sum_{\beta=1}^{l} h_{\alpha\beta} c_{i\alpha} P_\beta, \; i = l+1,\ldots, m; \tag{3}$$

$$\Delta' = \Delta + \sum_{\alpha=1}^{l}\sum_{\beta=1}^{l} h_{\alpha\beta}P_\alpha P_\beta,\; P_l = \sum_{j=1}^{m} c_{ij}b_j.$$

Искажения фазы световой волны, прошедшей слой турбулентной атмосферы, являются случайными и характеризуются структурной функцией $D_\varphi(\boldsymbol{r} - \rho)$ [2]. Усредним (3) по ансамблю реализации. Так как среднее перемещение зеркала как целого не отражается на качестве коррекции фазы световой волны, удобно функции отклика заменить следующими: $\tilde{R}_i = R_i = \frac{1}{S}(R_i, 1)$. Тогда после усреднения (3) по стандартной методике [2] получим

$$<\Delta'> = <\Delta> - \frac{1}{2S^2}\sum_{i,j=1}^{m}\sum_{\alpha,\beta=1}^{l} h_{\alpha\beta}c_{\alpha i}c_{\beta j}\int\limits_\Omega\int\limits_\Omega \widetilde{R}_i(\boldsymbol{r})\,\widetilde{R}_j(\rho)\,D_\varphi(\boldsymbol{r}-\rho)\,d^2r d^2\rho. \tag{4}$$

Формулы (2)–(4) позволяют организовать достаточно простую и нетрудоемкую итерационную схему преобразования соответствующих величин после удаления очередных l приводов. Если в ней удаляемые приводы выбирать таким образом, чтобы разность $\langle \Delta' - \Delta \rangle$ оказывалась наименьшей, получим алгоритм дискретной приближенной оптимизации.

Расположение приводов в пластинчатых гибких зеркалах

Численные расчеты были проведены для системы коррекции, основанной на компенсации полиномов Цернике Z_i низших порядков. В работе [2] показано, что такие полиномы являются удобными функциями при описании фазы световой волны, прошедшей слой турбулентной атмосферы. В качестве гибкого зеркала выбиралась круглая пластина с различными граничными условиями: защемление по краю, свободное опирание по краю и свободный край. Такие зеркала будем обозначать соответственно номерами *1*, *2*, *3*. Их функции отклика приведены в работе [3]. Так как перемещение и наклоны зеркала можно реализовать без деформации поверхности, в расчетах они добавлялись к функциям отклика R_j. Оптимизация расположения приводов исследовалась на первом зеркале. Применялся алгоритм (3) при $l = 1$ и $l = 2$, в качестве $\varphi(\boldsymbol{r})$ выбирались соответствующие $Z_i(\boldsymbol{r})$. Поскольку защемление по краю не позволяет получить формы Z_i на всей поверхности зеркала, считалось, что радиус R_a области коррекции Ω в 1,5 раза меньше радиуса зеркала. Разрешаемая сетка координат расположения приводов показана на рисунке. Радиусы окружностей приводов соответственно составляли $0{,}4R_a$; $0{,}8R_a$; $1{,}2R_a$. Алгоритмы с $l = 1$ и $l = 2$ привели к практически одинаковым результатам, показанным в таблице.

Таблица

Полиномы	Номера оставшихся приводов	Δ_i
Z_4	8, 10, 12, 14, 16, 18	0,0026
Z_6	20—31, 8, 11, 14, 17	0,0012
Z_6	20, 23, 26, 29, 8, 11, 14, 17	0,015
Z_8	8—10, 12—16, 18, 19	0,0003
Z_{10}	8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30	0,0035
Z_{10}	20, 22, 24, 26, 28, 30	0,014
Z_{11}	1—31	0,057
Z_{11}	8—19, 2, 4, 6	0,084

Отметим, что первые десять полиномов Цернике удовлетворяют на области Ω уравнению изгиба пластины, свободной от приложенной на Ω внешней нагрузки [3]: $\nabla^2\nabla^2 Z_i = 0$. Поэтому представляет интерес исследование возможности получения форм Z_i при помощи приводов, вынесенных за пределы области коррекции Ω. Требуемые для создания Z_i граничные условия при $r = R_a$ можно воспроизвести с помощью приводов, расположенных по двум концентрическим окружностям радиусов R_1, $R_2 > R_a$. Расчеты проводились для отмеченных выше трех типов зеркал соответственно с радиусами $1{,}5R_a$; $1{,}5R_a$; $1{,}2R_a$. Коэффициент Пуассона составлял 0,3. Двадцать четыре привода располагались по двенадцать равномерно и одинаково на двух концентрических окружностях радиусов R_1, R_2, соответственно равных: $1{,}1R_a$, $1{,}3R_a$; $1{,}1R_a$, $1{,}3R_a$; $0{,}9R_a$, $1{,}1R_a$. Ошибки аппроксимации Δ при этом соответственно составили: Δ_4: $<10^{-4}$, $<10^{-4}$, $<10^{-4}$; $\Delta_{5,6}$: $2 \cdot 10^{-4}$, $2 \cdot 10^{-4}$, $<10^{-4}$; $\Delta_{7;8}$: $7 \cdot 10^{-4}$, $3 \cdot 10^{-4}$, $5 \cdot 10^{-4}$; $\Delta_{9,10}$: $1{,}3 \cdot 10^{-3}$, $3 \cdot 10^{-4}$, $3 \cdot 10^{-4}$. Были также рассчитаны первое и второе зеркала радиусов $1{,}3R_a$ с 12 приводами, расположенными по одному кольцу радиуса $1{,}1R_a$. Ошибки аппроксимации получились следующими: Δ_4: $5 \cdot 10^{-4}$, $<10^{-4}$; $\Delta_{5,6}$: 0,066, 0,049; $\Delta_{7,8}$: 0,01, 0,009; $\Delta_{9,10}$: 0,065, 0,045.

В заключение отметим, что область применения рассмотренного метода оптимизации не ограничивается только пластинчатыми зеркалами. Его можно применять на этапах как теоретического, так и экспериментального проектирования произвольного корректора волнового фронта с известными функциями отклика на управления.

1. Харди Д. У. Активная оптика. Новая техника управления световым пучком. ТИИЭР. 1978. Т. 66. № 6. С. 31.
2. Wang J., Markey J.//JOSA. 1978. V. 68. № 1. P. 78.
3. Лурье А. И.//ПММ. 1940. Т. 4. Вып. 1. С. 93.

Московский госуниверситет
им. М. В. Ломоносова

Поступило в редакцию
3 октября 1988 г.

K.V. Shishakov, V.I. Shmalgauzen. **Optimization of Actuator Positions in Flexible Plane Mirrors.**

Optimization of actuator positions is considered for flexible plane mirrors in the problems of modal compensation of atmospheric turbulence phase distortion. Numerical calculations are realized for adaptive optical systems based on the Zernike polynomial compensation.