<Оптика атмосферы и океана>, **8,** N 3 (1995)

УДК 534.222

И.П. Лукин

ИНТЕГРАЛЬНОЕ РАЗРЕШЕНИЕ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ «ТУРБУЛЕНТНАЯ АТМОСФЕРА – ТЕЛЕСКОП»

Для различных методов постдетекторной обработки короткоэкспозиционных изображений изучено интегральное разрешение оптической системы <турбулентная атмосфера – телескоп>. Рассматривались следующие методы обработки изображения: метод Лабейри, Нокса–Томпсона и тройной корреляции интенсивности изображения. Интегральное разрешение рассчитывалось по оптической передаточной функции турбулентной атмосферы и телескопа для соответствующего метода обработки изображения. Знание интегрального разрешения системы позволяет дать оценку минимально разрешимого расстояния при наблюдении через турбулентную атмосферу. Показано, что по этому параметру все рассмотренные в работе методы дают близкие результаты, превосходящие значения, получаемые при регистрации осредненного изображения. Максимальное разрешение среди них имеет метод тройной корреляции интенсивности изображения, минимальное – метод Нокса–Томпсона.

Интегральное разрешение оптической системы является одной из трех фундаментальных характеристик качества изображения, формируемого оптической системой [1]. Имея смысл полосы пропускания частот, интегральное разрешение обычно определяется как интеграл по пространственной частоте $\mathbf{f}$ от оптической функции $\tau(\mathbf{f})$ оптической системы

$$\Re = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int d\,\mathbf{f}\;\tau(\mathbf{f}),$$

где $\mathbf{f} = \mathbf{p}\,k/F$ – пространственная частота; $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны оптического излучения в вакууме; F – фокусное расстояние оптической системы; $\mathbf{p}$ – пространственный масштаб. Интегральное разрешение $\Re$, как мера оптического качества системы, определяет величину минимального разрешаемого системой расстояния

$$\delta\, l \simeq 1 / (2\sqrt{\Re}).$$

Максимальное разрешение телескопическая оптическая система имеет в вакууме, когда

$$\Re_0 = \frac{k^2}{F^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int d\,\mathbf{p}\;\tau_0(\mathbf{p}),$$

где $\tau_0(\mathbf{p})$ – нормированная оптическая передаточная функция телескопа. Для функции пропускания приемной апертуры гауссовского вида [2]

$$\tau_0(\mathbf{p}) = \exp\left(-\frac{p^2}{4\,R^2}\right),$$

где R – радиус апертуры, интегральное разрешение телескопа в вакууме и связанное с ним значение минимально разрешимого расстояния соответственно равны:

$$\Re_0 = \frac{4\pi\, k^2 R^2}{F^2} \text{ и } \delta\, l = \frac{F}{4\sqrt{\pi}\,k\,R}.$$

Отметим, что радиус круглой физической апертуры R_f, соответствующей гауссовской апертуре, равен $R_f = \sqrt{2}\,R$.

Наличие атмосферной турбулентности, искажая формируемое телескопом изображение, приводит к уменьшению интегрального разрешения оптической системы (происходит сужение полосы пропускаемых через систему пространственных частот) и соответственно к увеличению величины минимально разрешимого расстояния оптической системой. Максимально искажающий фактор атмосферной турбулентности проявляет себя при регистрации среднего изображения [1, 2], когда интегральное разрешение системы «турбулентная атмосфера – телескоп» может быть представлено следующим образом

$$\Re_1 = \frac{k^2}{F^2} \int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\,\mathbf{p}\,\tau_1(\mathbf{p}) = \frac{k^2}{F^2} \int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\,\mathbf{p}\,\exp\left\{-\frac{p^2}{4\,R^2} - \left(\frac{p}{\rho_c}\right)^{\gamma}\right\}, \tag{1}$$

где $\tau_1(\mathbf{p})$ – оптическая передаточная функция системы «турбулентная атмосфера – телескоп» при наблюдении осредненного изображения [1, 2];

$$\gamma = \begin{cases} 2 & \text{при } p < l_0, \\ 5/3 & \text{при } p > l_0; \end{cases}$$

$$\rho_c = \begin{cases} \rho_m = (0{,}225\, C_\varepsilon^2\, k^2\, L\, \kappa_m^{1/3})^{-1/2} & \text{при } p < l_0, \\ \rho_0 = (0{,}365\, C_\varepsilon^2\, k^2\, L)^{-3/5} & \text{при } p > l_0; \end{cases}$$

C_ε^2 – структурный параметр флуктуаций диэлектрической проницаемости воздуха турбулентной атмосферы; L – толща оптически активного слоя турбулентной атмосферы; $\kappa_m = 5{,}92/l_0$, l_0 – внутренний масштаб атмосферной турбулентности. Значение радиуса когерентности плоской оптической волны в турбулентной атмосфере ρ_c соответственно равно: $\rho_c = \rho_m$, когда $\rho_c < l_0$, и $\rho_c = \rho_0$, когда $\rho_c > l_0$. В дальнейшем будем рассматривать наиболее часто реализующийся на практике случай $\rho_c > l_0$.

Из выражения (1) легко получить асимптотические зависимости интегрального разрешения телескопа при регистрации осредненного изображения

$$\Re_1 \simeq \begin{cases} \Re_0\,(1 - 4\,R^2/\rho_m^2) & \text{при } R \ll l_0, \\ \Re_0\,(1 - 2{,}99\,(R/\rho_0)^{5/3}) & \text{при } l_0 \ll R \ll \rho_c, \\ \Re_0 \left(\dfrac{\rho_0^2}{4\,R^2}\right)(1 - 0{,}25\,\rho_0^2/R^2) & \text{при } R \gg \rho_c. \end{cases} \tag{2}$$

Как следует из (2), при наблюдении через турбулентную атмосферу предельное разрешение осредненного изображения (т.е. минимальное значение $\delta\, l$), реализующее для произвольно большого телескопа ($R \gg \rho_c$), определяется радиусом когерентности принимаемой оптической волны

$$\delta\, l_{\min} \simeq \frac{F}{2\sqrt{\pi}\, k\, \rho_0}. \tag{3}$$

При регистрации серии короткоэкспозиционных изображений их можно обработать одним из известных способов: по методу Лабейри, Нокса–Томпсона или тройной корреляции интенсивности изображения [2]. В этих случаях интегральное разрешение системы «турбулентная атмосфера – телескоп» определяется следующими соотношениями:

$$\Re_2 = 2\,\frac{k^2}{F^2} \int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\,\mathbf{p}\,\tau_2(\mathbf{p}), \tag{4}$$

$$\Re_3 = \frac{k^2}{F^2} \sqrt{\int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\,\mathbf{p}_1 \int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\,\mathbf{p}_2\, \tau_3(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}, \tag{5}$$

$$\Re_4 = \frac{k^2}{F^2} \sqrt{3 \int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\,\mathbf{p}_1 \int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\,\mathbf{p}_2\, \tau_4(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}, \tag{6}$$

где $\tau_2(\mathbf{p})$, $\tau_3(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ и $\tau_4(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ – соответственно оптические передаточные функции системы «турбулентная атмосфера – телескоп » для методов Лабейри, Нокса–Томпсона и тройной корреляции интенсивности изображения [2]. Коэффициенты в формулах (4) и (5) выбраны из условия совпадения в отсутствие турбулентности атмосферы значений $\Re_2$ и $\Re_4$ с интегральным разрешением оптической системы в вакууме $\Re_0$. Извлечение квадратного корня в формулах (5) и (6) необходимо для того, чтобы размерность интегрального разрешения методов Нокса–Томпсона и тройной корреляции интенсивности изображения совпадала с размерностью интегрального разрешения оптической системы «турбулентная атмосфера – телескоп » при других методах обработки изображения.

Подставив в формулы (4), (5) и (6) оптические передаточные функции системы «турбулентная атмосфера – телескоп», вычисленные в [2], получим следующие асимптотические зависимости, описывающие интегральное разрешение телескопической системы в турбулентной атмосфере для рассматриваемых в работе способов обработки короткоэкспозиционных изображений:

$$\Re_2 \simeq \begin{cases} \Re_0\,[1 - 0{,}33\,(\kappa_m R)^2\,(R/\rho_m)^2] & \text{при } R \ll l_0, \\ \Re_0\,[1 - 0{,}73\,(R/\rho_0)^{5/3}] & \text{при } l_0 \ll R \ll \rho_c, \\ \Re_0\left[0{,}44\left(\dfrac{\rho_0}{R}\right)^2\right]\left[1 + 0{,}61\left(\dfrac{\rho_0}{R}\right)^{1/3}\right] & \text{при } R \gg \rho_c \end{cases} \qquad \text{для метода Лабейри;}$$

$$\Re_3 \simeq \begin{cases} \Re_0\,[1 - 4\,(R/\rho_m)^2] & \text{при } R \ll l_0, \\ \Re_0\,[1 - 2{,}99\,(R/\rho_0)^{5/3}] & \text{при } l_0 \ll R \ll \rho_c, \\ \Re_0\left[0{,}35\left(\dfrac{\rho_0}{R}\right)^2\right]\left[1 + o\left(\left(\dfrac{\rho_0}{R}\right)^{1/3}\right)\right] & \text{при } R \gg \rho_c \end{cases} \qquad \text{для метода Нокса–Томпсона;}$$

$$\Re_4 \simeq \begin{cases} \Re_0\,[1 - 0{,}33\,(\kappa_m R)^2\,(R/\rho_m)^2] & \text{при } R \ll l_0, \\ \Re_0\,[1 - 0{,}63\,(R/\rho_0)^{5/3}] & \text{при } l_0 \ll R \ll \rho_c, \\ \Re_0\left[0{,}56\left(\dfrac{\rho_0}{R}\right)^2\right]\left[1 + 0{,}70\left(\dfrac{\rho_0}{R}\right)^{1/3}\right] & \text{при } R \gg \rho_c \end{cases} \qquad \text{для метода тройной корреляции}$$

интенсивности изображения.

Видно, что методы Лабейри и тройной корреляции интенсивности изображения для предельно малых апертур ($R<l_0$) дают максимальное увеличение интегрального разрешения телескопа в турбулентной атмосфере по сравнению с регистрацией среднего изображения и методом Нокса–Томпсона. Последний имеет преимущество в интегральном разрешении перед измерениями средней интенсивности изображения только для больших апертур ($R \gg \rho_c$). Методы Лабейри и тройной корреляции интенсивности изображения позволяют получить наибольший выигрыш в разрешении среди других методов для апертур как меньших, так и больших радиуса когерентности принимаемой оптической волны. С точки зрения получения предельных уровней разрешения в турбулентной атмосфере для больших приемных апертур ($R \gg \rho_c$) преимущество методов обработки короткоэкспозиционных изображений перед регистрацией осредненного изображения соответственно составляет:

$$\lim_{R\to\varepsilon} \frac{\Re_2}{\Re_1} \simeq \frac{4\int\limits_0^\infty dp\,\exp\left(-2p^{5/6}\right)}{\int\limits_0^\infty dp\,\exp\left(-p^{5/6}\right)} \simeq 1{,}74 \text{ (метод Лабейри);}$$

$$\lim_{R\to\infty} \frac{\Re_3}{\Re_1} \simeq \sqrt{2} = 1{,}41 \text{ (метод Нокса–Томпсона);}$$

$$\lim_{R\to\infty}\frac{\Re_4}{\Re_1}\simeq\frac{\sqrt{18\int\int_{-\infty}^{\infty} d\,\mathbf{p}_1\int\int_{-\infty}^{\infty} d\,\mathbf{p}_2 \exp\left(-p_1^{5/3}-p_2^{5/3}-\left|\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2\right|^{5/3}\right)}}{\int\int_{-\infty}^{\infty} d\,\mathbf{p}\exp\left(-p^{5/3}\right)}\simeq 2{,}26$$ (метод тройной корреляции интенсивности изображения).

Таким образом, оказывается, что минимально разрешимое расстояние оптической системы «турбулентная атмосфера – телескоп» для предельно большого телескопа при обработке серии короткоэкспозиционных изображений уменьшается соответственно в 1,32 раза для метода Лабейри, в 1,19 раза для метода Нокса–Томпсона и в 1,50 раза для метода тройной корреляции интенсивности изображения по сравнению с регистрацией среднего значения интенсивности изображения (3).

Следовательно, с точки зрения критерия интегрального разрешения качество изображения, получаемое в телескопе через турбулентную атмосферу, может быть улучшено, по сравнению с регистрацией среднего изображения, в большей степени методом тройной корреляции интенсивности изображения, затем следует метод Лабейри и, наконец, метод Нокса–Томпсона.

1. Fried D.L. // J. Opt. Soc. Amer. 1966. V. 56. N 10. P. 1372.
2. Лукин И.П. // Оптика атмосферы и океана, 1995. Т. 8. N 3. С. 455–466.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
19 сентября 1994 г.

I.P. Lukin **Integral Resolution of the Optical System <Turbulent Atmosphere – Telescope>.**

The integral resolution of the optical system «Turbulent Atmosphere – Telescope » was studied in order to use the results obtained by different methods of posteriory processing the short–exposure images. The following methods were treated: Labeyrie, Knox–Thompson, and triple correlation of image intensity. The integral resolution was computated by the optical transfer function of the turbulent atmosphere and telescope for corresponding processing method. Knowledge of the system integral resolution allows us to estimate the minimally resolvable distance at observations through the turbulent atmosphere. All methods examined by that parameter are shown to give close results exceeding those obtained at recording the averaged images. Maximum resolution gives the method of triple correlation of an image intensity, minimum – the Knox–Thompson method.