

С.В. Самойлова

Теория кратного рассеяния и ее приложения к задачам лазерного зондирования аэрозолей

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 28.12.2000 г.

Сформулировано уравнение лазерного зондирования с учетом кратного рассеяния ($N > 2$) и поляризационных эффектов. Предложен метод расчета лидарных сигналов от неоднородного облака, точность которого тестирована путем сопоставления с расчетами методом Монте-Карло. Рассмотрены особенности структуры лидарного сигнала на границе «облако – чистая атмосфера».

Введение

Для повышения информативности методов лазерного зондирования атмосферы необходим корректный учет в отраженном сигнале эффектов многократного рассеяния (МР). Не вызывающим сомнения способом оценки фона МР является решение нестационарного уравнения переноса с помощью метода Монте-Карло (наиболее полный обзор методов для задач зондирования приведен в [1]).

Недостаток такого подхода состоит в плохой автоматизируемости, особенно проявляющейся при обработке больших объемов лидарных измерений. В последние годы это стимулировало разработку методов «квазианалитической» аппроксимации фона МР (см., например, [2–4]).

Одним из факторов, ограничивающих область применения подобных методов, является мультипликативное представление вклада МР в суммарный сигнал. Определение сигнала в виде произведения однократно ($P^{(1)}(z)$) и многократно ($P^{(m)}(z)$) рассеянных компонент (как, например, при маломугловом приближении) выводит из рассмотрения участки зондирования за границей облака, где $P^{(1)}(z) = 0$. Для однослойной облачности данное ограничение существенно при описании эффектов поляризации. Из-за временной задержки кроссполяризованной компоненты лидарного сигнала относительно параллельной максимальные значения степени деполяризации могут наблюдаться не в облаке, а за его границей [5]. Учет эффектов МР при зондировании многоярусной облачности доступен только методами Монте-Карло, и создание адекватной аппроксимации лидарного уравнения, основанной на его разложении по кратностям рассеяния, является целью настоящей работы.

Теория кратного рассеяния ($N > 2$) для однородного рассеивающего слоя обсуждалась в [6, 7]. Основы разработанной нами теории заложены в работах [8, 9], в которых сформулировано уравнение лазерного зондирования среды с произвольной индикатрисой для двукратного рассеяния. В данной статье в 1-м разделе приводится вывод уравнения, связывающего мощность отраженного сигнала произвольной кратности рассеяния с параметрами лидача и исследуемой среды. Анализируются результаты тестирования путем сопоставления с расчетами, выполненными ме-

тодом Монте-Карло для различных типов облачности и схем зондирования. В разд. 2 выведено уравнение зондирования с учетом кратного рассеяния для поляризационных характеристик излучения.

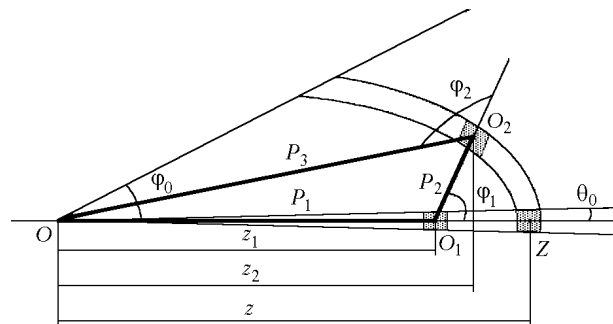


Рис. 1. Схема «траекторий» элементарных пучков двукратно рассеянного излучения

1. Уравнение лазерного зондирования с учетом N -й кратности рассеяния

1.1. Геометрия зондирования

Источник оптического излучения, расположенный в точке O (рис. 1), посылает в момент времени t_0 в направлении OZ импульс мощностью P_0 и длительностью Δt в телесном угле $\pi\theta_0^2$. В любой момент времени $t > t_0$ в приемную систему с углом поля зрения $2\varphi_0$ поступает отраженный сигнал, обусловленный однократным рассеянием в объеме среды с центром в точке Z и координатой $z = [c(t - t_0)]/2$. Величина этого сигнала описывается уравнением локации в приближении однократного рассеяния:

$$P^{(1)}(z) = P_0 k S(z) \Delta z T^2(0, z) \gamma_\pi(z) \sigma(z), \quad (1)$$

где k – коэффициент пропускания оптики приемопередающей системы; $S(z)$ – функция, зависящая от геометрических параметров локатора; в дальней зоне моноэтического лидача $S(z) = Az^{-2}$, A – площадь приемной ан-

тенны лидара; $\Delta z = c\Delta t/2$; $\gamma_\pi(z)$ – лидарное отношение (индикатриса рассеяния в направлении назад);

$T(0, z) = \exp \left\{ - \int_0^z \sigma(z') dz' \right\}$ – прозрачность атмосферы участка

$[0, z]$; $\sigma(z)$ – коэффициент рассеяния.

Одновременно с сигналом однократного рассеяния в приемную систему лидара приходят сигналы, обусловленные большими кратностями рассеяния. Двукратно рассеянное излучение приходит от взаимодействия пары элементарных объемов среды: dV_1 с центром в точке O_1 на трассе зондирования и dV_2 с центром в точке O_2 , лежащей на эллипсе, фокусами которого являются O и O_1 , а ось симметрии совпадает с осью зондирования. Параметры эллипса имеют вид [8]:

$$2a = \rho_2 + \rho_3 = 2z - \rho_1; \quad 2c = |OO_1| = \rho_1; \quad b = \sqrt{a^2 - c^2},$$

где a, b – соответственно большая и малая полуоси эллипса. Интегрируя по всем возможным парам объемов, находящихся в пределах угла поля зрения приемника, мы получим сигнал, обусловленный двукратным рассеянием.

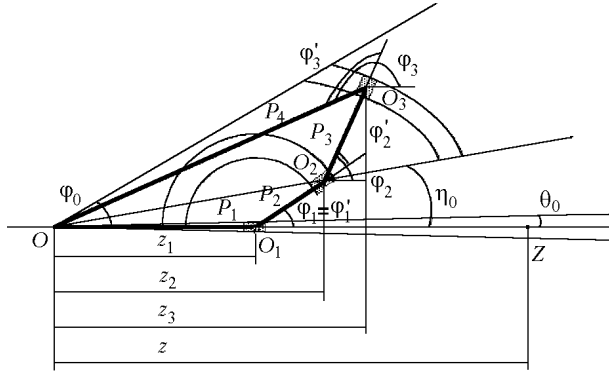


Рис. 2. Схема «траекторий» элементарных пучков трехкратно рассеянного излучения

Используя эту идею, можно пойти дальше. Трехкратно рассеянное излучение приходит от взаимодействия трех объемов излучения с центрами в точках O_1, O_2, O_3 (рис. 2): O_1 – на трассе зондирования; O_2 – на окружности, и она – второй фокус эллипса, на котором, в свою очередь, находится третья точка – O_3 (первый фокус по-прежнему совпадает с точкой O). Параметры эллипса в этом случае имеют вид

$$2a = \rho_3 + \rho_4 = 2z - \rho_1 - \rho_2;$$

$$2c = |OO_2| = \rho_1 + \rho_2 \cos(\varphi_1).$$

Интегрируя по всем возможным тройкам объемов, получим сигнал, обусловленный трехкратным рассеянием, при условии, что O_1, O_2, O_3 находятся в поле зрения приемника.

Рассуждения можно продолжить. Излучение, обусловленное N -й кратностью рассеяния, возникает от взаимодействия N объемов излучения с центрами в точках O_1, \dots, O_N : O_1 – на трассе зондирования; O_2, \dots, O_{N-1} – на окружностях

(координаты этих точек – $z_i = \rho_1 + \sum_{j=1}^i \rho_j \cos(\varphi_{j-1})$;

$y_i = \sum_{j=2}^i \rho_j \sin(\varphi_{j-1})$ – определяются в определенной степени

случайно); O_N – на эллипсе, ее координаты и угол излучения фиксированы и связаны с координатами предыдущих точек. Параметры эллипса в этом случае имеют следующий вид:

$$2a = \rho_N + \rho_{N+1} = 2z - \sum_{j=1}^{N-1} \rho_j;$$

$$2c = |OO_{N-1}| = \rho_1 + \sum_{j=2}^{N-1} \rho_j \cos(\varphi_{j-1}). \quad (2)$$

1.2. Основные соотношения

Получим выражение для элементарного потока излучения dP , попадающего в приемную систему после N актов рассеяния. Первичный акт рассеивания элементом объема $dV_1 = \pi \theta_0^2 \rho_1^2 d\rho_1$, лежащем на оси зондирующего пучка, можно записать следующим образом [8]:

$$dP^{(1)} = \frac{P_0}{\rho_1^2} \sigma(\rho_1, \varphi_1) T(0, \rho_1) dV_1,$$

где $\sigma(\rho, \varphi) = \sigma(\rho) \gamma(\rho, \varphi)$ – коэффициент направленного светорассеяния, $\gamma(\rho, \varphi)$ – нормированная индикатриса рассеяния. Объемы рассеяния для $i \in [2, N-1]$ образованы конической поверхностью с углом при вершине $2\varphi_0$ и двумя сферами с центром в точке O_i и радиусами-векторами ρ_i и $\rho'_i = \rho_i + d\rho_i$ (см. рис. 2);

$$dV_i = \sin(\varphi_{i-1}) \rho_i^2 d\rho_i d\varphi_{i-1} d\theta_{i-1}, \quad (3)$$

где φ_i – полярный угол, связанный с углом рассеяния φ'_i соотношением $\varphi'_i = \varphi_i - \varphi_{i-1}$ ($\varphi'_1 \equiv \varphi_1$); θ_i – угол вращения вокруг оси $|OO_i|$;

$$dP^{(i)} = \frac{dP^{(i-1)}}{\rho_i^2} \sigma(\rho_i, \varphi'_i) T(\rho_{i-1}, \rho_i) dV_i. \quad (4)$$

Объем, обусловленный N -й кратностью рассеяния, образован конической поверхностью с углом при вершине $2\varphi_0$ и двумя эллипсоидами вращения с осью симметрии под углом η_0 к оси OO_1 и радиусами-векторами ρ_N и $\rho'_N = \rho_N + d\rho_N$, где $\rho_N = \frac{a^2 - c^2}{a + c \cos(\varphi_{N-1})}$; $d\rho_N = \frac{\partial \rho_N}{\partial z} \Delta z$; параметры a, c определены соотношением (2). Поскольку $\eta_0 \ll 1$ (см. рис. 2), то наклонной оси эллипса можно пренебречь. Соотношения для dV_N и $dP^{(N)}$ аналогичны (3), (4).

Окончательно выражение для элементарного потока излучения, попадающего в приемную систему после N актов рассеяния, имеет вид:

$$dP = \frac{P_0 kA}{\rho_{N+1}^2} T(0, \rho_1, \dots, \rho_{N+1}) \prod_{j=1}^N \frac{\sigma(\rho_j, \varphi'_j) dV_j}{\rho_j^2}. \quad (5)$$

Поскольку $\varphi_0 \ll 1$, то можно предполагать, что σ зависит только от координаты z , $\varphi'_N = \pi - \varphi'_{N-1}$. Тогда

$T(\rho_1, \dots, \rho_{N+1}) = \exp \left\{ - \left[\sum_{i=1}^{N+1} \int_0^{\rho_i} \sigma(\rho') d\rho' \right] \right\} \cong T^2(0, z)$ – прозрачность атмосферы на пути $OO_1 + O_1O_2 + \dots + O_NO = 2z$.

Подставляя в (5) выражения для dV_i и интегрируя по θ_i и ρ_i соответственно от 0 до 2π и от ρ_i до ρ'_i , получим

$$P^{(M)}(z) = (2\pi)^{N-1} P_0 k A \Delta z T^2(0, z) \int_{\rho_1} \sigma(z_1) d\rho_1 \dots \times$$

$$\times \int_{\rho_i, \varphi_{i-1}} \sin(\varphi_{i-1}) \gamma(\varphi'_{i-1}) \sigma(z_i) d\rho_i d\varphi_{i-1} \dots \times$$

$$\times \int_{\varphi_{N-1}} \frac{\sin(\varphi_{N-1}) \gamma(\varphi'_{N-1}) \gamma(\pi - \varphi_{N-1}) \sigma(z_N)}{R^{(N)}} d\varphi_{N-1}, \quad (6)$$

где

$$\frac{1}{R^{(N)}} = \frac{d\rho_N}{\rho_{N+1}^2} = \frac{1}{a^2 + 2ac \cos(\varphi_{N-1}) + c^2}.$$

Для численного интегрирования удобнее использовать следующее соотношение:

$$P^{(M)}(z) = (2\pi)^{N-1} P_0 k A \Delta z T^2(0, z) \int_{z_0}^z \sigma(z_1) dz_1 \dots \times$$

$$\times \int_{z_0}^z \sigma(z_i) \int_0^{\varphi_{i-1}^*} \tan(\varphi_{i-1}) \gamma(\varphi'_{i-1}) dz_i d\varphi_{i-1} \dots \times$$

$$\times \int_0^{\varphi_{N-1}^*} \frac{\sin(\varphi_{N-1}) \gamma(\varphi'_{N-1}) \gamma(\pi - \varphi_{N-1}) \sigma(z_N)}{R^{(N)}} d\varphi_{N-1}. \quad (7)$$

При выводе (7) использовались предположение о горизонтальной однородности атмосферы и соотношение $d\rho_i = dz_i / \cos(\varphi_{i-1})$. Пределы интегрирования определяют, во-первых, положение облачного слоя и, во-вторых, угол поля зрения приемной системы. Углы φ_{i-1}^* задаются пересечением прямой $z = z_i$ и $|OF|$ (рис. 3):

$$\varphi_{i-1}^* = \arctan \frac{z_i \tan(\varphi_0) - y_{i-1}}{|z_i - z_{i-1}|}. \quad (8)$$

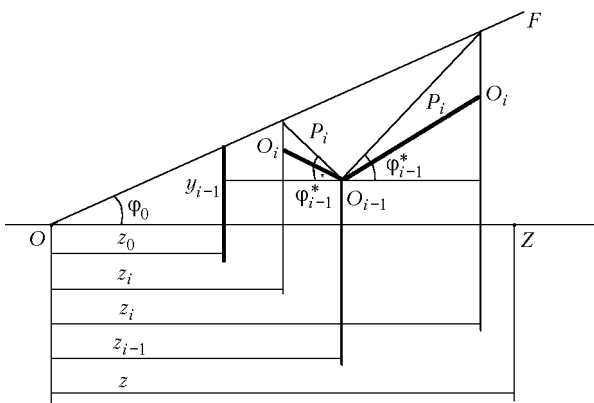


Рис. 3. Определение пределов интегрирования

Аналогично [8] угол $\varphi_{N-1}^* \in [0, \min(\varphi_{N-1}^1, \varphi_{N-1}^2)]$, где φ_{N-1}^1 задается пересечением эллипса с прямой $|OF|$:

$$\varphi_{N-1}^1 = \arccos \frac{2ac - (a^2 + c^2) \cos(\varphi_0)}{2ac \cos(\varphi_0) - (a^2 + c^2)}, \quad (9)$$

φ_{N-1}^2 задается пересечением эллипса с прямой $z = z_0$:

$$\varphi_{N-1}^2 = \arccos \frac{a(z_0 - z_{N-1})}{(a^2 - c^2) - c(z_0 - z_{N-1})}.$$

Параметры a, c согласно (2) имеют вид

$$2a = 2z - z_1 - \sum_{j=1}^{N-2} \frac{z_{j+1} - z_j}{\cos(\varphi_j)}, \quad 2c = z_{N-1}.$$

1.3. Результаты расчетов

На рис. 4 и 5 представлены результаты расчетов $P^{(i)}(z)$ ($i = 2 \div 4$) методом Монте-Карло [4]. Профили коэффициента рассеяния приведены на рис. 4,а. Расчеты проводились для космического (см. рис. 4, длина волны $\lambda = 532$ нм, высота над Землей $H = 270$ км, $\theta_0 = 0,6$ мрад, $\varphi_0 = 1,6$ мрад) и самолетного (см. рис. 5, длина волны $\lambda = 532$ нм, высота над Землей $H = 13,6$ км, $\theta_0 = 0,6$ мрад, $\varphi_0 = 1,1$ мрад) лидаров.

Индикатриса рассеяния для водного облака (левая сторона рисунков) задавалась согласно C1 по классификации [10]; высота верхней границы облака над Землей составляла 6 км. При задании индикатрисы для перистых облаков (правая сторона рисунков, высота на Землей 10 км) использовались результаты расчетов [11], выполненные в приближении геометрической оптики для полидисперсной смеси кристаллов гексагональной формы при их хаотической ориентации в пространстве. На рис. 4 и 5 также приведены результаты вычислений $P^{(i)}(z)$ ($i = 2 \div 4$) согласно (7)–(9), условия расчетов соответствуют вышеприведенным для метода Монте-Карло.

Анализ результатов показывает, что имеет место хорошее совпадение наших данных и данных, полученных методом Монте-Карло для различных типов облачности и схем зондирования. Это предоставляет возможность для детального анализа структуры лидарного сигнала отдельно по кратностям рассеяния и для использования разработанной теории в ряде задач оптики атмосферы.

1.4. Зондирование многоярусной облачности

При зондировании многоярусной облачности с большими вариациями показателя ослабления проявляется особенность МР, связанная с «замыванием» стратификации среды из-за запаздывания фотонов, два и более раз рассеянных на большие углы. В верхней части рис. 6 представлены результаты расчета [5] сигнала от облака, состоящего из семи слоев, с показателем ослабления четных слоев, равным нулю. Суммарная оптическая толщина всех слоев равна 5. Наши результаты расчета лидарного сигнала, обусловленные суммой младших кратностей рассеяния, представлены в нижней части рис. 6.

Анализ результатов показывает, что в области, где коэффициент рассеяния обращается в нуль, сигнал в нуль не обращается, а происходит его постепенное затухание по мере удаления от рассеивающего слоя. По мере проникновения в глубь облака увеличивается кратное рассеяние и, соответственно, возрастает величина сигнала от нерассеивающих слоев, а на шестом слое сигналы практически сравниваются. Последней особенности ни одна из существующих теорий «квазианалитического» представления лидарного уравнения описать не может. Перспективы, видимо, следует искать в анализе структуры сигнала, используя метод Монте-Карло [12] или теорию кратного рассеяния. Другой подход состоит в учете диффузионной компоненты светового поля, уравнение для которой сформулировано в [2].

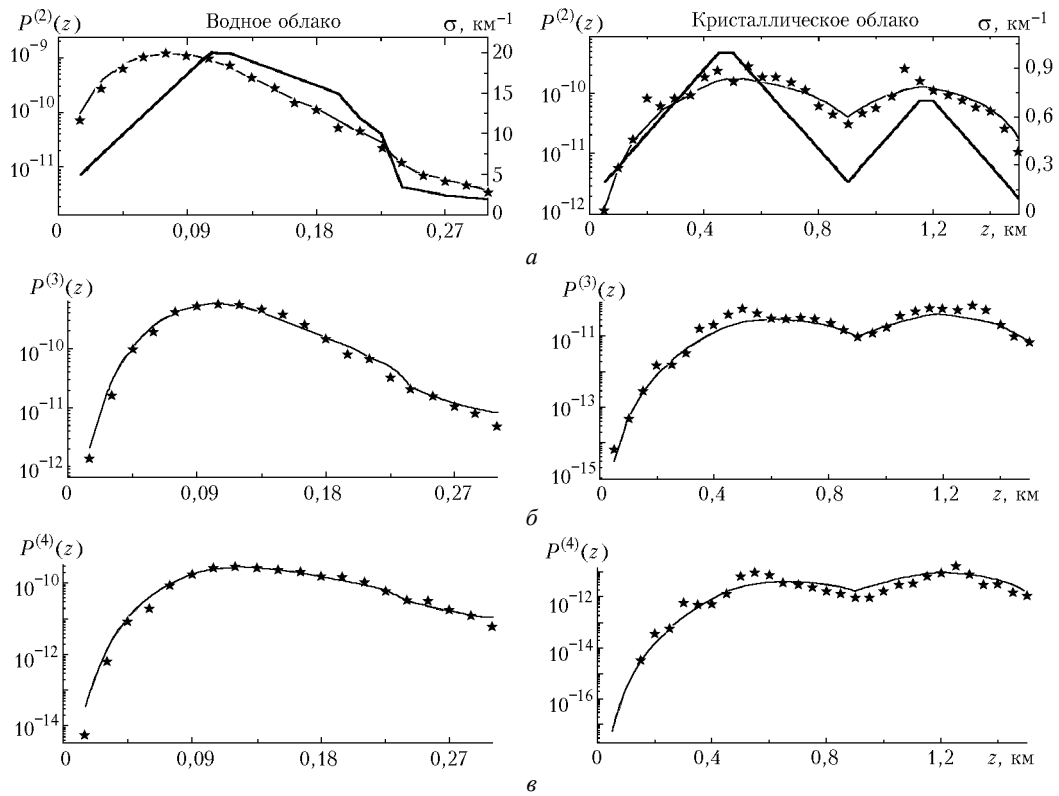


Рис. 4. Сравнение методов расчета лидарного сигнала по первым кратностям рассеяния для космического лидара: *a* – лидарный сигнал, вторая кратность рассеяния; *б* – третья кратность; *в* – четвертая кратность; — $\sigma(z)$; $\star P(z)$, метод Монте-Карло; — $P(z)$, аналитические оценки; $\lambda = 0,53$ мкм; $z_0 = 264$ км для водного и $z_0 = 260$ км для кристаллического облаков; $\varphi_0 = 1,6 \cdot 10^{-3}$ рад

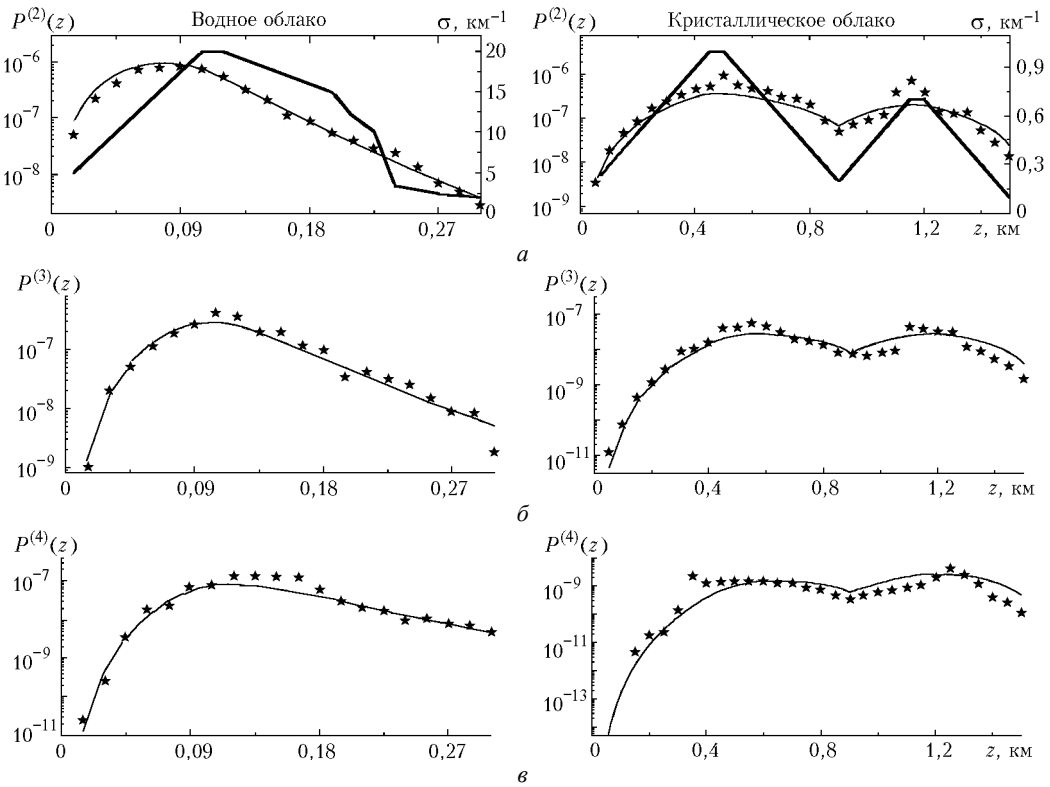


Рис. 5. Сравнение методов расчета лидарного сигнала по первым кратностям рассеяния для самолетного лидара: *a* – лидарный сигнал, вторая кратность рассеяния; *б* – третья кратность; *в* – четвертая кратность. — $\sigma(z)$; $\star P(z)$, метод Монте-Карло; — $P(z)$, аналитические оценки; $\lambda = 0,53$ мкм; $z_0 = 7,6$ км для водного и $z_0 = 3,6$ км для кристаллического облаков; $\varphi_0 = 1,1 \cdot 10^{-3}$ рад

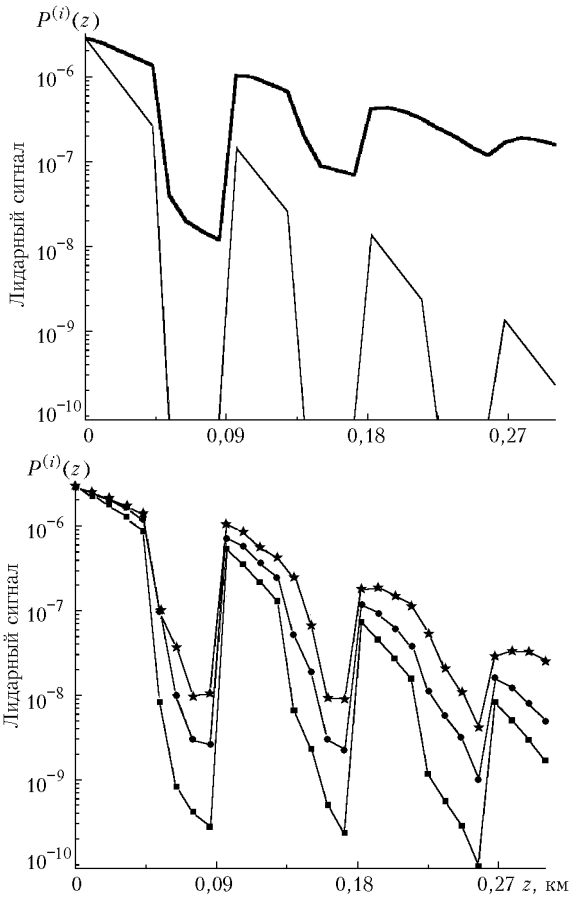


Рис. 6. Сравнение методов расчета лидарного сигнала для облака, состоящего из 7 слоев (4 рассеивающих и 3 нерассеивающих); Σ – рассчитанный методом Монте-Карло суммарный сигнал [5]; $(1 + \dots)$ – сигнал, обусловленный суммой соответствующих кратностей рассеяния; $\lambda = 0,53$ мкм; $z_0 = 270$ км; $\varphi_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ рад; — Σ ; — 1; —■— 1 + 2; —●— 1 + 2 + 3; —★— 1 + 2 + 3 + 4

2. Рассеяние произвольной кратности с учетом поляризации зондирующего излучения

Запишем уравнение для $P^{(N)}(z)$ в терминах вектора параметров Стокса. Будем считать, что рассеивающая среда изотропна, а плоскость рассеивания совпадает с плоскостью референции Q . Следуя логике рассуждений, изложенной в [9] и п. 1.2 настоящей статьи, вектор Стокса потока N раз рассеянного излучения, попадающего в приемную систему, имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^{(N)}(z) = & (2\pi)^{N-2} P_0 k A \Delta z T^2(0, z) \int_{\rho_1} \sigma(z_1) d\rho_1 \dots \times \\ & \times \int_{\rho_i} \int_{\varphi_{i-1}} \sin(\varphi_{i-1}) \sigma(z_i) d\rho_i d\varphi_{i-1} \dots \times \\ & \times \int_{\varphi_{N-1}} \frac{\sin(\varphi_{N-1}) \sigma(z_N) d\varphi_{N-1}}{R^{(N)}} \times \end{aligned}$$

$$\times \int_0^{2\pi} K(-2\psi) A(\varphi'_N) \dots A(\varphi'_1) K(2\psi) \mathbf{S}^{(0)} d\psi, \quad (10)$$

где ψ – угол поворота произвольной плоскости рассеяния относительно Q ; $K(2\psi)$ – матрица поворота плоскости референции:

$$K(2\psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\psi) & \sin(2\psi) & 0 \\ 0 & -\sin(2\psi) & \cos(2\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$K(-2\psi)$ – матрица обратного поворота, отличающаяся от $K(2\psi)$ только знаками синусов; $A(\varphi)$ – нормированная матрица рассеяния; $\mathbf{S}^{(0)}$ – безразмерный вектор Стокса зондирующего пучка в системе координат, связанной с плоскостью Q . Из сравнения (6) и (10) следует, что общее выражение для вектора Стокса N -кратно рассеянного излучения можно получить из соответствующего выражения для $P^{(N)}(z)$ путем формальной замены:

$$2\pi\gamma(\varphi_1) \dots \gamma(\varphi_N) \rightarrow \int_0^{2\pi} K(-2\psi) A(\varphi'_N) \dots A(\varphi'_1) K(2\psi) \mathbf{S}^{(0)} d\psi.$$

Интегрирование проводится в тех же пределах, что и при вычислении $P^{(N)}(z)$.

Уравнение (10) можно конкретизировать, если подставить в него соответствующую матрицу рассеяния. Предположим, что для рассматриваемой нами задачи нормированная матрица рассеяния имеет вид

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & -a_{43} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Данное предположение справедливо как для жидкокапельных облаков при условии $a_{33} = a_{44}$, $a_{12} = 0$ [10], так и для кристаллических, содержащих один вид симметричных частиц с хаотической ориентацией в пространстве [11]. Матрица поляризатора для $N > 2$ имеет блочно-диагональный вид и определяется по рекуррентной формуле

$$G_2^{(N)}(\varphi_1, \dots, \varphi_N) = \frac{1}{2} \left[a_{12}(\varphi_N) a_{12}^{N-1} + a_{22}(\varphi_N) a_{22}^{N-1} + \right. \\ \left. + a_{33}(\varphi_N) a_{33}^{N-1} - a_{43}(\varphi_N) a_{43}^{N-1} \right].$$

Аналогично [9] можно утверждать, что кратное рассеяние при отражении импульса от атмосферных образований с матрицей рассеяния вида (11) представлено смесью линейно-поляризованного и неполяризованного излучений и плоскость преимущественной поляризации совпадает с плоскостью поляризации зондирующего пучка.

На рис. 7 приведены результаты расчета степени деполаризации лидарного сигнала. Расчеты проводились для схемы локатора, удаленного от облака C1 на 200 км. Предполагалось, что источник излучает изотропно на длине волны $\lambda = 0,69$ мкм и эхосигнал регистрируется приемником с углом поля зрения $\varphi_0 = 0,28$ мрад. Кроме того, представлены результаты

$$A(\varphi_N) \dots A(\varphi_1) = \begin{pmatrix} a_{11}^N & a_{12}^N & 0 & 0 \\ a_{21}^N & a_{22}^N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33}^N & a_{34}^N \\ 0 & 0 & a_{43}^N & a_{44}^N \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11}(\varphi_N)a_{11}^{N-1} + a_{12}(\varphi_N)a_{21}^{N-1} & a_{11}(\varphi_N)a_{12}^{N-1} + a_{12}(\varphi_N)a_{22}^{N-1} & 0 & 0 \\ a_{21}(\varphi_N)a_{11}^{N-1} + a_{22}(\varphi_N)a_{21}^{N-1} & a_{21}(\varphi_N)a_{12}^{N-1} + a_{22}(\varphi_N)a_{22}^{N-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33}(\varphi_N)a_{33}^{N-1} - a_{43}(\varphi_N)a_{34}^{N-1} & a_{33}(\varphi_N)a_{34}^{N-1} - a_{43}(\varphi_N)a_{44}^{N-1} \\ 0 & 0 & a_{43}(\varphi_N)a_{33}^{N-1} + a_{44}(\varphi_N)a_{43}^{N-1} & a_{43}(\varphi_N)a_{34}^{N-1} + a_{44}(\varphi_N)a_{44}^{N-1} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

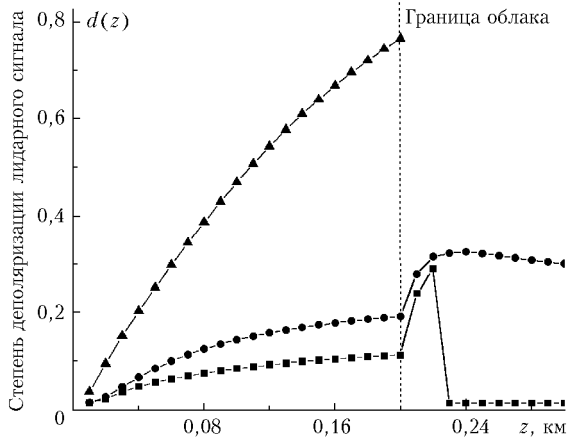


Рис. 7. Сравнение методов расчета степени деполаризации лидарного сигнала: Σ – деполаризация суммарного сигнала [13] (расчеты за границей облака не проводились); $(1 + \dots)$ – деполаризация для сигнала, обусловленного суммой соответствующих кратностей рассеяния; $\lambda = 0,69$ мкм; $z_0 = 200$ км; $\sigma = 25$ км⁻¹; $\varphi_0 = 2,8 \cdot 10^{-5}$ рад; —■— $1 + 2$; —●— $1 + 2 + 3$; —▲— Σ

Для определенности примем, что излучение источника поляризовано в плоскости, совпадающей с плоскостью референции, и вектор Стокса зондирующего пучка представим в виде

$$\mathbf{S}^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Подставляя (12), (13) в (10) и интегрируя по переменной ψ , получаем следующие выражения для компонентов вектора Стокса:

$$\mathbf{S}_j^{(N)} = (2\pi)^{N-1} P_0 k A \Delta z T^2(0, z) \int_{z_0}^z \sigma(z_i) dz_1 \dots \times$$

$$\times \int_{z_0}^z \sigma(z_i) \int_0^{\varphi_{i-1}} \tan(\varphi_{i-1}) \gamma(\varphi'_{i-1}) dz_i d\varphi_{i-1} \dots \times$$

$$\times \int_0^{\varphi_{N-1}} \frac{\sin(\varphi_{N-1}) \sigma(z_N) G_j^{(N)}(\varphi_1, \dots, \varphi_N)}{R^{(N)}} d\varphi_{N-1}, (j = 1, 2),$$

$$\mathbf{S}_3^{(N)}(z) = \mathbf{S}_4^{(N)}(z) \equiv 0,$$

где

$$G_1^{(N)}(\varphi_1, \dots, \varphi_N) = a_{11}(\varphi_N) a_{11}^{N-1} + a_{12}(\varphi_N) a_{21}^{N-1};$$

расчетов методом Монте-Карло [13] в облаке и наши вычисления для сигнала, обусловленного суммой младших кратностей рассеяния, в облаке и за его границей.

Анализ результатов рис. 7 показывает, что максимальные значения степени деполаризации могут наблюдаться не в облаке, а за его границей. Такое явление можно объяснить временной задержкой кроссполаризованной компоненты лидарного сигнала относительно параллельной. Это необходимо учитывать при интерпретации данных поляризационных измерений.

Заключение

Проведенные исследования являются продолжением аналитической теории двукратного рассеяния, изложенной в [8, 9]. Итогом настоящей работы является модификация уравнения лазерной локации (формулы (6), (12)) для сигналов, обусловленных произвольной кратностью рассеяния. Адекватность уравнения подтверждена для случаев зондирования различного типа облачности при сопоставлении с расчетами методом Монте-Карло.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 00-05-81164).

1. Bissonnette L.R., Bruscaioni P., Ismaelli A., Zaccanti G., Cohen A., Benayahu Y., Kleiman M., Egert S., Flesia C., Schwendimann P., Starkov A.V., Noormohammadian M., Oppel U.G., Winker D.M., Zege E.P., Katsev I.L. and Polonsky I.N. LIDAR multiple scattering from clouds // Appl. Phys. 1995. V. B60. P. 355–362.
2. Zege E.P., Katsev I.L. and Polonsky I.N. Analytical solution to LIDAR return signals from clouds with regard to multiple scattering // Appl. Phys. 1995. V. B60. P. 345–353.
3. Ruppertsberg G.H., Kerscher M., Noormohammadian M., Oppel U.G., Renger W. The influence of multiple scattering of lidar returns by cirrus clouds and an effective inversion algorithm for the extinction coefficient // Beitr. Phys. Atmos. 1997. V. 70. № 12. P. 93–105.
4. Balin Yu.S., Samoilova S.V., Krekova M.M., Winker D.M. Retrieval of cloud optical parameters from space-based backscatter lidar data // Appl. Opt. 1999. V. 38. № 30. P. 6365–6373.
5. Bruscaioni P., Ismaelli A., Gai M., and Zaccanti G. Lidar returns from cloud comparison between calculations and measurements // Proc. SPIE. 1998. V. 3583. P. 387–395.
6. Bruscaioni P., Milloni G., and Zaccanti G. On the contribution of multiple scattering to lidar returns from homogeneous fogs and its dependence on the lidar range and on the receiver angular aperture // Optica Acta. 1980. V. 27. № 8. P. 1229–1242.
7. Gillespie D. Calculation of n -scattered lidar returns for large n in a idealized cloud // J. Opt. Soc. Am. 1987. V. 4. № 3. P. 455–464.

8. Кауль Б.В., Самохвалов И.В. Уравнение лазерной локации атмосферы с учетом двукратного рассеяния // Изв. вузов. Физика. 1975. № 8. С. 95–100.
9. Самохвалов И.В. Влияние двукратного рассеяния на поляризационные характеристики эхосигналов при лазерном зондировании облаков // Изв. вузов. Сер. ФАО. 1980. Т. 16. № 6. С. 591–600.
10. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир, 1971.
11. Takano Y., Liou K.-N. Radiative transfer in cirrus clouds. Part III: Light scattering by irregular ice crystals // J. of Atm. Sci. 1995. V. 52. № 7. P. 818–837.
12. Белов В.В., Серебренников А.Б. Пространственно-временная структура многократно рассеянной компоненты лидарных сигналов // Оптика атмосферы и океана. 2000. Т. 13. №8. С. 723–728.
13. Самойлова С.В., Балин Ю.С. Использование космического лидара для определения оптических параметров облачности // Изв. вузов. Сер. ФАО. 2001. Т. 14. № 2 (в печати).

S.V. Samoilova. Theory of multiple scattering and its application to the problem of laser sensing of aerosol.

The equation of laser sensing is formulated taking into account multiple scattering ($N > 2$) and polarization effects. A method of calculation of lidar returns from an inhomogeneous cloud is proposed, the accuracy of which is tested by comparison with calculations by the Monte-Carlo method. Peculiarities of the lidar signal structure at the boundary between the cloud and the clear atmosphere are considered.