

В.В. Веретенников

Совместное определение микроструктуры и показателя преломления аэрозоля по данным солнечной фотометрии

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 14.11.2006 г.

Рассмотрена обратная задача по одновременному определению микроструктурных характеристик и показателя преломления атмосферного аэрозоля из совместных измерений спектрального пропускания и яркости солнечного ореола. Для описания микроструктуры среды использовались интегральные функции распределения частиц по размерам. Установлены соотношения подобия, которым удовлетворяют микроструктурные характеристики рассеивающих сред, эквивалентных по спектральному ослаблению. Обоснован и апробирован в численных экспериментах алгоритм решения обратной задачи на основе минимизации невязки между измеренной индикатрисой рассеяния и рассчитанной по микроструктуре, которая восстановлена при обращении коэффициента ослабления света. Получены оценки погрешности определения вещественной и мнимой частей комплексного показателя преломления, которые не превышали значений 0,05 и 0,03 соответственно.

Введение

Определение дисперсного состава аэрозоля оптическими методами, как правило, требует знания показателя преломления аэрозольного вещества. Поскольку показатель преломления влияет на рассеивающие и поглощающие свойства аэрозоля, то это создает предпосылки для его нахождения также из оптических измерений. Сведения о показателе преломления аэрозоля представляют самостоятельный интерес, поскольку несут информацию о его природе и физико-химических свойствах.

Целью данной статьи является разработка методики совместного определения показателя преломления и дисперсного состава аэрозоля по измерениям спектрального пропускания и яркости солнечного ореола при использовании минимальных априорных данных об искомом решении. В статье продолжены исследования, начатые в работах [1, 2], где для микрофизической интерпретации результатов оптических измерений, проводимых с помощью многоволновых солнечных фотометров, предложено использовать интегральные аэрозольные распределения частиц по размерам. При решении поставленной задачи применен подход, разработанный ранее для обращения угловых измерений элементов матрицы рассеяния [3] на основе метода регуляризации для дифференциальных аэрозольных распределений. Достоинством перехода к интегральным аэрозольным распределениям является тот факт, что в этом случае не требуются введение ограничений на гладкость распределений и определение параметра регуляризации. Это особенно важно при решении обратных задач аэрозольного светорассеяния с приближенно заданным оператором, в которых приближенность задания оператора обусловлена ошибками выбора показателя преломления. К числу других положительных качеств

предлагаемого метода можно отнести возможность его применения при автоматизации процесса интерпретации экспериментальной информации.

1. Особенности оптико-микрофизических взаимосвязей в обратных задачах солнечной фотометрии

Рассмотрим обратную задачу по определению дисперсного состава аэрозоля из измерений спектральной зависимости коэффициента ослабления света

$$\epsilon(\lambda) = \int_0^R K(\lambda, r) s(r) dr, \quad (1)$$

где $K(\lambda, r)$ — фактор эффективности ослабления, зависящий от комплексного показателя преломления $m = n - ik$, который может быть неизвестным; $s(r) = \pi r^2 n(r)$, $n(r)$ — функция распределения по размерам счетной концентрации частиц. Для понимания специфики такой задачи удобно при описании фактора эффективности $K(\lambda, r)$ воспользоваться приближением Хюлста [4], которое было получено для «мягких» частиц с показателем преломления, близким к единице, $|m - 1| \ll 1$ при $kr \gg 1$, $k = 2\pi/\lambda$ (аномальная дифракция). Реально это приближение имеет более широкие границы применения и вполне пригодно для описания оптических свойств аэрозольных частиц в атмосфере. Согласно [4] фактор $K(\lambda, r, m) = K(\rho, \beta)$ является функцией двух обобщенных параметров: $\rho = 2kr(n - 1)$ и $\beta = k/(n - 1)$. Параметр ρ характеризует изменение фазы светового луча, проходящего сквозь сферическую частицу вдоль ее диаметра.

Для простоты рассмотрим первоначально случай непоглощающих частиц ($\kappa = 0$) с вещественной частью показателя преломления n , которая не зависит от длины волны излучения. С учетом сказанного перепишем (1) в виде

$$\int_0^R K[2kr(n-1)]s(r)dr = \varepsilon(\lambda). \quad (2)$$

Зависимость фактора $K(\rho)$ от размера частиц r и показателя преломления n , выраженная через единый обобщенный параметр $\rho = 2kr(n-1)$, позволяет определить условия, при которых для двух ансамблей частиц с разными показателями преломления, имеющих различный дисперсный состав, спектральный ход коэффициента ослабления $\varepsilon(\lambda)$ будет одинаковым.

Пусть, например, уравнению (2) удовлетворяет аэрозольная среда, оптико-микрофизические свойства которой характеризуются набором $\{m^*, s^*(r), \varepsilon^*(\lambda)\}$. Тогда из формулы (2) следует, что для другой среды с микрофизическими характеристиками $\{m, s(r)\}$ справедливо равенство $\varepsilon(\lambda) = \varepsilon^*(\lambda)$, если распределения $s(r)$ и $s^*(r)$ связаны соотношением

$$s(r) = \eta s^*(\eta r), \quad (3)$$

где

$$\eta = (n-1)/(n^*-1). \quad (4)$$

Таким образом, два различных ансамбля частиц с характеристиками $\{m, s(r)\}$ и $\{m^*, s^*(r)\}$, которые связаны соотношениями (3) и (4), будут иметь одну и ту же спектральную зависимость коэффициента ослабления и с этой точки зрения могут считаться оптически эквивалентными. Очевидно, что для данного ансамбля частиц можно указать бесконечное множество оптически эквивалентных ему ансамблей.

При обобщении на случай поглощающих частиц для сохранения оптической эквивалентности мнимая часть комплексного показателя преломления должна изменяться согласованно с изменением вещественной части по правилу

$$\kappa = \eta \kappa^*. \quad (5)$$

С точки зрения решения обратных задач следствием вышесказанного является принципиальная невозможность однозначного определения распределения $s(r)$ и показателя преломления m по измерениям только одной характеристики $\varepsilon(\lambda)$. Если решение такой обратной задачи существует, то оно не единственное.

Для интегрального аэрозольного распределения

$$S(r) = \int_0^r s(r')dr'$$

формула преобразования имеет вид

$$S(r) = S^*(\eta r). \quad (6)$$

Формулы (3), (6) описывают преобразования типа «растяжение-сжатие» и дают простое объясне-

ние особенностям трансформации восстановленных аэрозольных распределений при вариациях в априорном выборе показателя преломления, которые наблюдались в численных экспериментах [1, 2].

В частности, из формулы (6) следует, что значение $S = S(R) = S^*(\eta R)$ не зависит от показателя преломления. Поэтому при обращении измерений $\varepsilon(\lambda)$ выбор показателя преломления не будет влиять на величину восстановленного суммарного геометрического сечения частиц. На основании формулы (6) и свойства монотонности функции $S(r)$ при $0 \leq r \leq R$ можно также записать неравенство

$$S(r) \leq S^*(r), \quad n < n^*, \quad (7)$$

которое меняет знак при $n > n^*$.

Если для описания дисперсного состава оптически эквивалентных сред вместо функции $s(r)$ использовать функцию распределения числа частиц по размерам $n(r)$, то аналогично формуле (3) можно получить следующее соотношение:

$$n(r) = \eta^3 n^*(\eta r), \quad (8)$$

откуда, в частности, для полной концентрации будем иметь

$$N = \eta^2 N^*. \quad (9)$$

Из формулы (9) видно, что в отличие от геометрического сечения частиц S счетная концентрация N для оптически эквивалентных сред будет меняться в зависимости от соотношения между вещественными частями показателя преломления n и n^* пропорционально квадрату величины η .

Наконец, обратимся к анализу функции распределения объема частиц по размерам $v(r) = (4/3)rs(r)$. Для этой функции, аналогично предыдущему, будем иметь следующую формулу преобразования:

$$v(r) = v^*(\eta r), \quad (10)$$

а для объемной концентрации

$$V = V^*/\eta. \quad (11)$$

Из формулы (10) следует, что с уменьшением показателя преломления ($n < n^*$) будет происходить «растяжение» функции распределения объема частиц $v(r)$ в положительном направлении оси абсцисс. Это приведет к увеличению площади под кривой $v(r)$ пропорционально $(1/\eta)$, что согласуется с формулой (11), которая определяет изменение полного объема частиц. В отличие от счетной концентрации частиц N (9), которая убывает при уменьшении показателя преломления, объемная концентрация V , напротив, возрастает.

Учитывая связь объемной концентрации V с суммарным геометрическим сечением S :

$$V = (4/3)\bar{r}_s S, \quad (12)$$

где \bar{r}_s – средний по распределению $s(r)$ радиус частиц, и принимая во внимание установленное ранее постоянство величины S для оптически эквивалентных сред, можно записать следующее соотношение:

$$\bar{r}_s = \bar{r}_s^* / \eta. \quad (13)$$

Из формулы (13) следует, что, как и в случае объемной концентрации, уменьшение показателя преломления частиц ($\eta < 1$) вызывает такое перераспределение частиц по размерам, при котором происходит увеличение их среднего радиуса \bar{r}_s .

Таким образом, мы установили, что спектральные измерения коэффициента ослабления $\epsilon(\lambda)$ содержат недостаточно информации для одновременного определения дисперсного состава и показателя преломления аэрозоля, что приводит к неоднозначности решения. Нами определены соотношения подобия, которым должны удовлетворять микроструктурные характеристики рассеивающих сред, эквивалентных по спектральному ослаблению при вариациях показателя преломления аэрозоля.

Рассмотрим, что могут дать дополнительно при таких условиях угловые измерения яркости солнечного ореола. Согласно (13) средний радиус частиц \bar{r}_s в восстановленных распределениях зависит от выбора показателя преломления. Но, как известно, вытянутость индикатрисы рассеяния растет с увеличением среднего размера частиц. Это дает основания ожидать, что расхождение между измеренной индикатрисой рассеяния и рассчитанной по микроструктуре, которая восстановлена при обращении функции $\epsilon(\lambda)$, будет увеличиваться при отклонении априорно выбираемого показателя преломления n от его истинного значения n^* . В этом случае оценку показателя преломления n^* можно получить путем минимизации указанного расхождения.

В качестве примера рассмотрим восстановление ореольной индикатрисы рассеяния в приближении дифракции Фраунгофера

$$\mu(\theta) = \int_0^R K_\mu(\theta, r) s(r) dr, \quad (14)$$

где

$$K_\mu(\theta, r) = x^{(D)}(\theta, r) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{J_1(kr \sin \theta)}{\sin \theta} \right]^2 \quad (15)$$

— нормированная индикатриса рассеяния для одной частицы радиуса r ; $J_1(\cdot)$ — функция Бесселя первого рода.

В данном приближении индикатриса рассеяния $\mu(\theta)$ не зависит от показателя преломления частиц. Это справедливо, если размер частиц не связан функциональной зависимостью с их показателем преломления. Однако если в подынтегральном выражении (14) в качестве аэрозольного распределения взять функцию $s(r)$, полученную из обращения спектральной зависимости $\epsilon(\lambda)$ при некотором значении n , то на основании (3) можно показать, что

$$\mu(\theta) = \frac{1}{\eta^2} \mu^*(\theta/\eta), \quad (16)$$

где индикатрисы рассеяния $\mu(\theta)$ и $\mu^*(\theta)$ соответствуют распределениям $s(r)$ и $s^*(r)$. Формула (16) опи-

сывает изменение восстановленной индикатрисы рассеяния в зависимости от отклонения в выборе показателя преломления n от его истинного значения n^* . Из формулы (16) следует, что при уменьшении показателя преломления n степень вытянутости индикатрисы рассеяния $\mu(\theta)$ монотонно увеличивается наряду с увеличением расхождения между функциями $\mu(\theta)$ и $\mu^*(\theta)$. В частности, в точке $\theta = 0$ отношение

$$\frac{\mu(0)}{\mu^*(0)} = \frac{1}{\eta^2} \quad (17)$$

будет расти с уменьшением η и, следовательно, с уменьшением n . В силу непрерывности функции $\mu(\theta)$ рост вытянутости будет сохраняться в некотором интервале углов $0 \leq \theta < \tilde{\theta}$. Соотношения (16), (17) можно рассматривать как уравнения для нахождения истинного значения показателя преломления n^* по измерениям индикатрисы рассеяния.

Задача определения n^* особенно просто решается в случае достаточно малых углов рассеяния θ , когда для индикатрисы рассеяния $\mu(\theta)$ (14) с ядром $K_\mu(\theta, r)$ (15) можно использовать квадратичную аппроксимацию вида

$$\mu(\theta) = \mu(0) - \alpha \theta^2. \quad (18)$$

В этом случае величина $x = \eta^2$ находится из решения квадратного уравнения для фиксированного угла рассеяния θ :

$$(\alpha \theta^2) x^2 - \mu(0) x + \mu^*(\theta) = 0. \quad (19)$$

Еще одно интересное соотношение можно получить в рамках квадратичного приближения, найдя точку $\theta = \tilde{\theta}$ пересечения кривых $\mu(\theta)$ и $\mu^*(\theta)$. Нетрудно показать, что ее положение зависит от величины η^2 согласно формуле

$$\tilde{\theta}^2 = \frac{\mu(0)}{\alpha} \frac{1}{1 + \eta^2}. \quad (20)$$

При этом величина η^2 может быть определена по значению функции $\mu(\theta)$ в точке $\tilde{\theta}$:

$$\mu(\tilde{\theta}) = \mu(0) \frac{\eta^2}{1 + \eta^2}. \quad (21)$$

Рассмотренный пример носит иллюстративный характер и отражает крайнюю ситуацию, когда индикатриса $x^{(D)}(\theta, r)$ не зависит от показателя преломления n .

Другой характерный случай дает приближение геометрической оптики. В этом случае, как известно [5], наоборот, форма индикатрисы рассеяния не зависит от размера частиц (если не учитывать поглощение света внутри частицы) и определяется только показателем преломления. Как видно из общих формул геометрической оптики [5], уменьшение показателя преломления в этом случае также приводит к росту вытянутости индикатрисы рассеяния. Здесь видна аналогия с влиянием показателя преломления линзы на структуру проходящего сквозь нее светового пучка.

В общем случае, когда ядро $K_\mu(\theta, r)$ в уравнении (14) определяется по формулам теории Ми [4–7], зависимость индикатрисы рассеяния от показателя преломления частиц находится расчетным путем. Для примера на рис. 1 изображено поведение индикатрисы рассеяния на длине волны $\lambda = 0,31$ мкм для моделей субмикронной дымки [2] с параметром $p = 0$. Смысл этого параметра будет объяснен ниже.

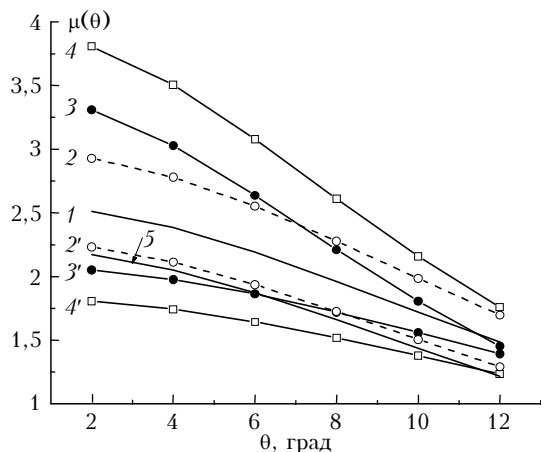


Рис. 1. Угловой ход индикатрисы рассеяния для микроструктурной модели с параметром $p = 0$; 1, 2, 2' – расчет для значений показателя преломления $n = 1,45$; 1,35 и 1,55 при одинаковом дисперсном составе; 3, 3' – расчет для распределений, эквивалентных по ослаблению, согласно (3), при точном значении $n_\mu = 1,45$; 4, 4' – суммарное изменение $\mu(\theta)$ при $n_\mu = n = 1,35$ и 1,55; 5 – расчет при $n_\mu = 1,45$; $\kappa_\mu = 0,05$

Индикатриса рассеяния $\mu^*(\theta)$ (кривая 1) соответствует аэрозольной модели $s^*(r)$ типа «дымки H» [6] с показателем преломления $n_\mu = 1,45$. Индекс μ при показателе преломления означает, что соответствующее значение n выбрано при расчете ядра $K_\mu(\theta, r)$. Мнимая часть показателя преломления считалась равной нулю. Кривые 2 и 2' рассчитаны для той же модели, но с другими значениями показателя преломления $n_\mu = 1,35$ и 1,55. Из представленных данных видно, что уменьшение показателя преломления обуславливает монотонный рост индикатрисы рассеяния в области ореола, т.е. изменение того же знака, что и в приближении геометрической оптики.

Дополнительную трансформацию индикатрисы рассеяния $\mu(\theta)$ (14) вызывает преобразование распределения частиц по размерам $s(r)$ по формулам (3), (4), согласованное с изменением показателя преломления при обращении спектральной зависимости $\epsilon(\lambda)$. Для точного значения $n_\mu = n^* = 1,45$ такое преобразование приводит к зависимостям $\mu(\theta)$, представленным на рис. 1 кривыми 3 ($n = 1,35$) и 3' ($n = 1,55$). Сравнение кривых 1, 3 и 3' свидетельствует об увеличении вытянутости индикатрисы рассеяния при уменьшении показателя преломления, что согласуется с одновременным ростом среднего радиуса частиц \bar{r}_s в соответствии с (13).

Важно подчеркнуть, что одновременное влияние показателя преломления в уравнении (14) на ядро

$K_\mu(\theta, r)$ и распределение частиц по размерам $s(r)$ в соответствии с формулами (3), (4) вызывает изменения индикатрисы рассеяния $\mu(\theta)$ одного знака, которые затем суммируются. В результате расхождение между кривыми $\mu^*(\theta)$ и $\mu(\theta)$ еще более увеличивается. Кривые 4 и 4' на рис. 1 дают представление о полном изменении индикатрисы рассеяния под влиянием названных факторов в случае уменьшения показателя преломления ($n_\mu = n = 1,35$) и его увеличения ($n_\mu = n = 1,55$) соответственно.

Влияние мнимой части показателя преломления на поведение ореольной индикатрисы рассеяния иллюстрирует кривая 5 на рис. 1, полученная при точных значениях $s^*(r)$, $n_\mu = n^*$ и $\kappa_\mu = 0,05$. Видно, что поглощение света приводит к систематическому сдвигу угловой зависимости $\mu(\theta)$. Такой же сдвиг наблюдается при увеличении n (ср. с кривой 2'). Это может быть причиной неоднозначности интерпретации экспериментальных данных. Поэтому для окончательной оценки эффективности определения микроструктуры и показателя преломления по измерениям характеристик $\epsilon(\lambda)$ и $\mu(\theta)$ необходимо проведение численных экспериментов по решению обратной задачи.

Закономерности и тенденции, наблюдаемые на рис. 1, имеют достаточно общий характер и воспроизводятся для широкого набора аэрозольных моделей. В подтверждение сказанного на рис. 2 приведены аналогичные результаты, полученные в случае, когда модельная среда образована двумя фракциями частиц – мелкодисперсной (м) и грубодисперсной (г).

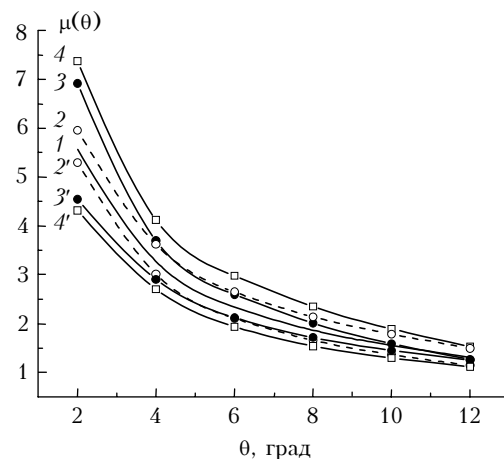


Рис. 2. Угловой ход индикатрисы рассеяния для микроструктурной модели с параметром $p = 0$; 1, 2, 2' – расчет для значений показателя преломления $n = 1,45$; 1,35 и 1,55 при одинаковом дисперсном составе; 3, 3' – расчет для распределений, эквивалентных по ослаблению, согласно (3), при точном значении $n_\mu = 1,45$; 4, 4' – суммарное изменение $\mu(\theta)$ при $n_\mu = n = 1,35$ и 1,55

Соотношение между ними могло регулироваться с помощью параметра p , $0 \leq p \leq 1$, который определял относительный вклад г-фракции в суммарный коэффициент ослабления $\epsilon(\lambda)$ на длине волны $\lambda = 0,55$ мкм [2].

2. Алгоритм решения обратной задачи

Опираясь на результаты, полученные в предыдущем разделе, можно предложить следующий алгоритм совместного определения микроструктуры и показателя преломления аэрозоля из одновременных измерений аэрозольной оптической толщины и яркости солнечного ореола.

Для описания дисперсного состава аэрозольных частиц будем использовать, как и в работах [1, 2], интегральные распределения $S(r)$. Тогда для совокупности измеренных аэрозольных оптических характеристик можно записать следующую систему операторных уравнений:

$$Q_\alpha S = \alpha, \quad \alpha = \{\varepsilon(\lambda); \mu(\theta)\}. \quad (22)$$

Операторы Q_α зависят непрерывно от комплексного показателя преломления $n - ik$; их вид определяется ядрами $K_\alpha(r, n, k)$ в уравнениях (1) и (14). Будем полагать, что параметры n и k неизвестны и принадлежат некоторому ограниченному априорно заданному множеству M , элементы которого $m = (n, k)$. Предположим, что точное значение показателя преломления $m_0 = (n_0, k_0)$ также принадлежит множеству M . Будем также предполагать существование точного распределения $S_0(r)$, которое, как отмечено в [1], принадлежит множеству монотонных ограниченных функций Ω . Известно [8], что множество Ω является компактом в пространстве $L_p[0, R]$, $p > 1$. Введем в рассмотрение прямое произведение множеств $U = \Omega \times M$, элементами которого являются пары $u = (S, m)$, $S \in \Omega$, $m \in M$. Множество U является компактным, как произведение компактных множеств Ω и M .

Если вместо точных правых частей α_0 в системе (22) известны их приближенные значения α_δ , такие что $\|\alpha_0 - \alpha_\delta\| \leq \delta_\alpha$, то в качестве приближенного решения (22) можно выбрать любой элемент $u_\delta \in U$, удовлетворяющий условию

$$\|Q_\alpha(n, k)S - \alpha_\delta\| \leq \delta_\alpha.$$

Обозначим множество таких элементов $U_\delta \subset U$. Это множество не пустое, поскольку оно содержит точное решение задачи $u_0 = (S_0, m_0)$. Для произвольного элемента $u_\delta \in U_\delta$ выполняется неравенство

$$\begin{aligned} \|Q_\alpha(n_0, k_0)S_0 - Q_\alpha(n_\delta, k_\delta)S_\delta\| &\leq \|Q_\alpha(n_0, k_0)S_0 - \alpha_\delta\| + \\ &+ \|Q_\alpha(n_\delta, k_\delta)S_\delta - \alpha_\delta\| \leq 2\delta_\alpha. \end{aligned} \quad (23)$$

Поскольку элементы u_δ принадлежат компактному множеству, то из неравенства (23) и непрерывности обратного оператора Q_α^{-1} на компакте U следует сходимость u_δ к u_0 при $\delta_\alpha \rightarrow 0$. Таким образом, задача нахождения интегрального распределения $S(r)$ и комплексного показателя преломления рассеивающих частиц $n - ik$ из системы уравнений (22) сводится к минимизации функционалов невязки для этих уравнений.

Рассмотренный подход к определению микроструктуры и показателя преломления аэрозоля яв-

ляется достаточно универсальным при решении обратных задач аэрозольного светорассеяния и может быть использован для интерпретации совместных измерений различных аэрозольных оптических характеристик. С учетом специфики оптико-микроразрешительных взаимосвязей в задачах солнечной фотометрии, отмеченной в разд. 1, минимизация функционалов невязки для оптических характеристик $\alpha, \beta \in \{\varepsilon(\lambda); \mu(\theta)\}$ может проводиться раздельно для переменных S и m по следующей схеме.

Рассмотрим решение \tilde{S}_ε , восстанавливаемое при минимизации на множестве Ω функционала невязки для коэффициента ослабления ε в некоторой точке $m \in M$:

$$F_{\varepsilon\varepsilon}^2(S, m) = \|Q_\varepsilon(m)S - \varepsilon_\delta\|^2. \quad (24)$$

Очевидно, решение $\tilde{S}_\varepsilon = \tilde{S}_\varepsilon(m)$ также является функцией точки $m = (n, k)$. Определим характеристику $\tilde{\mu} = Q_\mu \tilde{S}_\varepsilon$. Если функция \tilde{S}_ε дает удовлетворительное приближение точному решению S_0 , то можно говорить о переходе от характеристики ε к характеристике μ , который осуществляется посредством оператора $W_{\mu\varepsilon} = Q_\mu Q_\varepsilon^{-1}$.

Оператор $W_{\mu\varepsilon} = W_{\mu\varepsilon}(m)$ определен на множестве измеряемых функций $\{\varepsilon(\lambda); \mu(\theta)\}$ и зависит от параметров n и k . С помощью оператора $W_{\mu\varepsilon}(m)$ можно построить функционал невязки вида

$$F_{\mu\varepsilon}^2(m) = \|W_{\mu\varepsilon}(m)\varepsilon_\delta - \mu_\delta\|^2 = \|\tilde{\mu} - \mu_\delta\|^2, \quad (25)$$

определенный на множестве M параметров (n, k) . Функционал $F_{\mu\varepsilon}^2(m)$ (25) определяет отклонение между измеренной в эксперименте индикатрисой рассеяния μ_δ и $\tilde{\mu}$ — той же характеристикой, но рассчитанной для интегрального распределения \tilde{S}_ε , которое восстановлено при обращении измеренного коэффициента ослабления ε_δ . В этом случае задачу оценки искомых параметров n и k можно рассматривать как задачу минимизации функционала $F_{\mu\varepsilon}^2(m)$ (25) в области M .

Обозначим через $\tilde{m} = (\tilde{n}, \tilde{k})$ точку, в которой функционал $F_{\mu\varepsilon}^2(m)$ (25) достигает минимума на множестве M . Тогда в качестве решения обратной задачи для аэрозольных оптических характеристик $\{\varepsilon(\lambda); \mu(\theta)\}$ будем рассматривать совокупность параметров (\tilde{n}, \tilde{k}) и функцию \tilde{S}_ε , доставляющую минимум функционалу невязки $F_{\varepsilon\varepsilon}^2(S, m)$ (24) при $m = \tilde{m}$.

Эффективность определения параметров (n, k) и решения обратной задачи в целом зависит от чувствительности функционала невязки $F_{\mu\varepsilon}^2(m)$ к их изменению в окрестности точного решения. В следующем разделе представлены результаты численного исследования поведения функционала $F_{\mu\varepsilon}^2(m)$ для условий, соответствующих реальным наблюдениям с помощью солнечных фотометров для различных аэрозольных моделей.

3. Результаты численного моделирования

В представленных ниже результатах численного эксперимента оптико-микрофизическая модель среды и условия наблюдений полностью соответствовали данным работ [1, 2]. Краткая характеристика микроструктуры модельной среды дана в разд. 1.

Для выбранной микроструктурной модели и показателя преломления $m_0 = 1,5 - i \cdot 0$ рассчитывались значения коэффициента ослабления $\epsilon(\lambda)$ в спектральном интервале $[0,31; 4,0]$ мкм и индикатрисы рассеяния $\mu(\theta)$ на трех длинах волн $\lambda = 0,31; 0,4$ и $0,55$ мкм в диапазоне углов $2-12^\circ$. Эти данные, после внесения в них случайной ошибки, служили исходной информацией при решении обратной задачи.

На рис. 3, а представлены зависимости функционала $\tilde{F}_{\text{не}}(n) = F_{\text{не}}(n) / \|\mu\|$ для микроструктурной модели при $p = 0$.

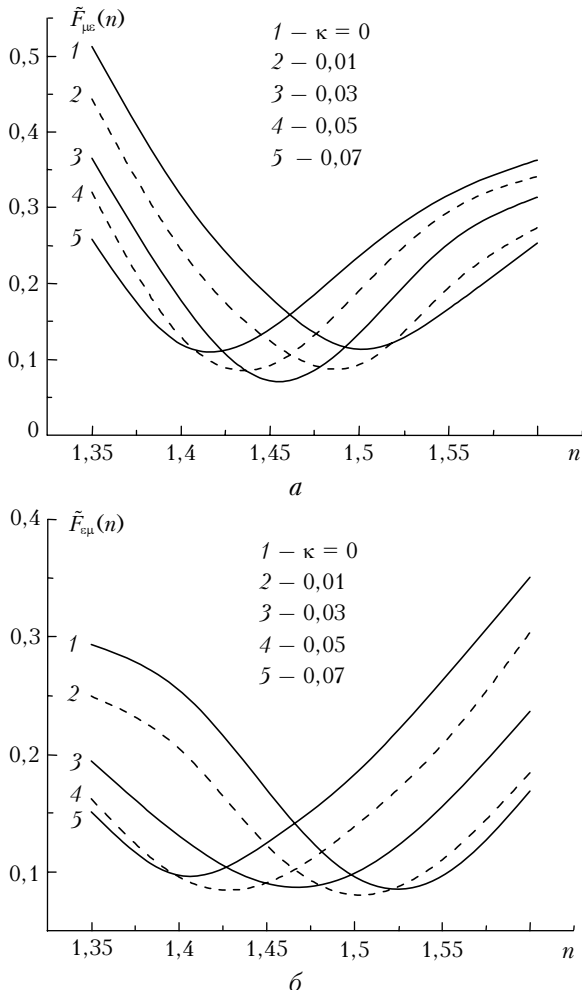


Рис. 3. Сравнение функционалов невязки $\tilde{F}_{\text{не}}(n)$ (а) и $\tilde{F}_{\text{ср}}(n)$ (б) при $p = 0$ и различных значениях мнимой части κ

Для представленных результатов ошибка входных данных составляла 10%. Из рис. 3, а видно, что при точно заданной мнимой части показателя прелом-

ления ($\kappa = 0$, кривая 1) минимум функционала $\tilde{F}_{\text{не}}(n)$ достигается в точке $\tilde{n} = n_0 = 1,5$. Ошибка в задании величины κ приводит к смещению точки минимума функционала $\tilde{F}_{\text{не}}(n)$ влево. Например, для $\kappa = 0,03$ получим $\tilde{n} = 1,45$, причем точка $(\tilde{n} = 1,45; \tilde{\kappa} = 0,03)$ определяет глобальный минимум функционала $\tilde{F}_{\text{не}}(n, \kappa)$ по обоим переменным. Повышение точности определения показателя преломления достигается при введении априорных ограничений на допустимую область изменения одного из параметров. Например, априорное задание мнимой части показателя преломления с ошибкой $\Delta\kappa < 0,01$ влечет за собой ограничение ошибки восстановления вещественной части в пределах $\Delta n < 0,015$.

Для наглядности на рис. 4 изображена 3-D поверхность функционала $\tilde{F}_{\text{не}}(n, \kappa)$, а на рис. 5 – карта изолиний в пространстве параметров n, κ .

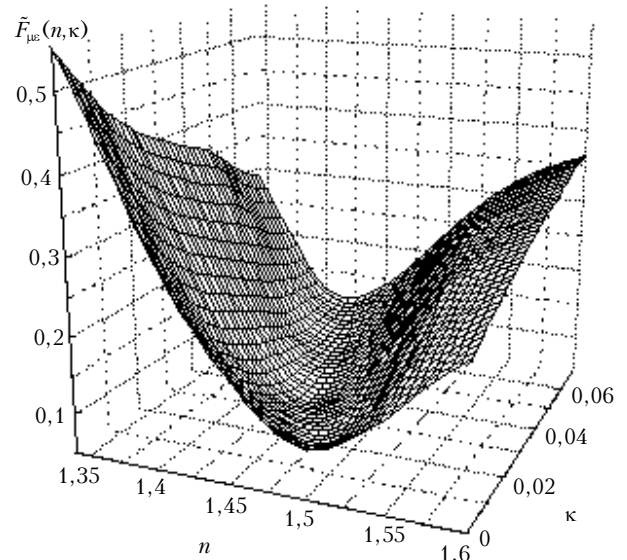


Рис. 4. Поверхность функционала $\tilde{F}_{\text{не}}(n, \kappa)$ в пространстве параметров (n, κ) для модели среды при $p = 0$

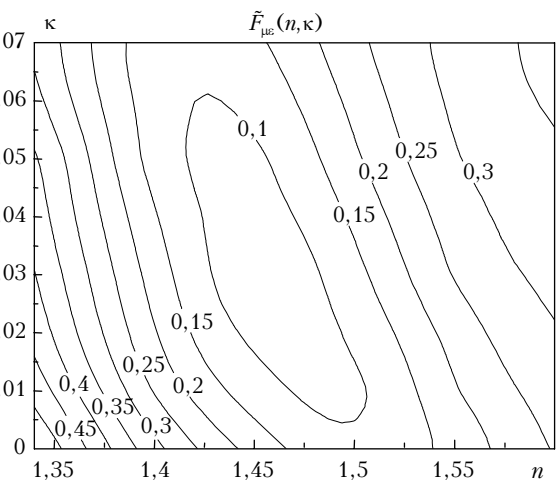


Рис. 5. Карта изолиний функционала $\tilde{F}_{\text{не}}(n, \kappa)$ на плоскости (n, κ) при $p = 0$

Поверхность функционала $\tilde{F}_{\mu\epsilon}(n, \kappa)$ имеет форму оврага, ориентированного, преимущественно, вдоль мнимой оси. Изолинии на рис. 5 определяют размеры области неопределенности оценки параметров n и κ при минимизации функционала $\tilde{F}_{\mu\epsilon}(n, \kappa)$ до выбранного уровня. Расчеты показывают, что наблюдаемая картина изменится несущественно, если индикатриса рассеяния будет рассматриваться для одной длины волны.

Если в функционале $F_{\mu\epsilon}^2(m)$ (25) изменить порядок характеристик ϵ и μ , то получим другой функционал — $F_{\epsilon\mu}^2(m)$, поведение которого, очевидно, изменится. Для сравнения на рис. 3, б показано поведение функционала $\tilde{F}_{\epsilon\mu}(n) = F_{\epsilon\mu}(n)/\|\epsilon\|$, «двойственного» по отношению к функционалу $\tilde{F}_{\mu\epsilon}(n)$. Как видно из рис. 3, б, функционал $\tilde{F}_{\epsilon\mu}(n, \kappa)$ сохраняет экстремальные свойства в окрестности точного значения показателя преломления, однако его поверхность имеет менее крутые склоны и более узкий диапазон изменчивости. Поэтому функционал $\tilde{F}_{\epsilon\mu}(n, \kappa)$ менее чувствителен к вариациям восстанавливаемых параметров.

На рис. 6–9 показано, как меняется поведение функционала $\tilde{F}_{\mu\epsilon}(n, \kappa)$ под влиянием вариаций в модельных распределениях, обусловленных изменением

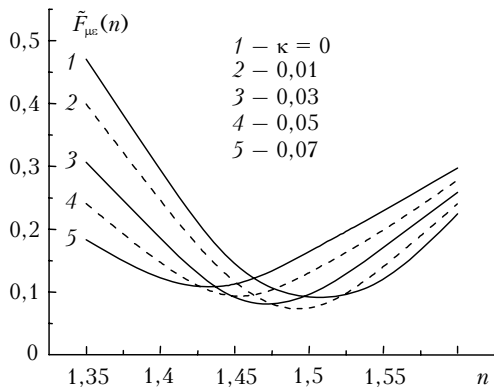


Рис. 6. Зависимость функционала невязки $\tilde{F}_{\mu\epsilon}(n)$ от вещественной части показателя преломления n при $p = 0,2$ и различных значениях мнимой части κ

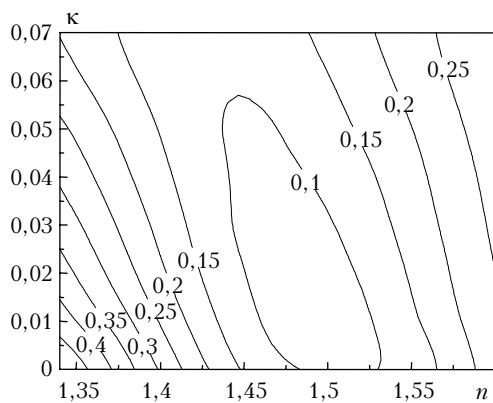


Рис. 7. Карта изолиний функционала $\tilde{F}_{\mu\epsilon}(n, \kappa)$ на плоскости (n, κ) при $p = 0,2$

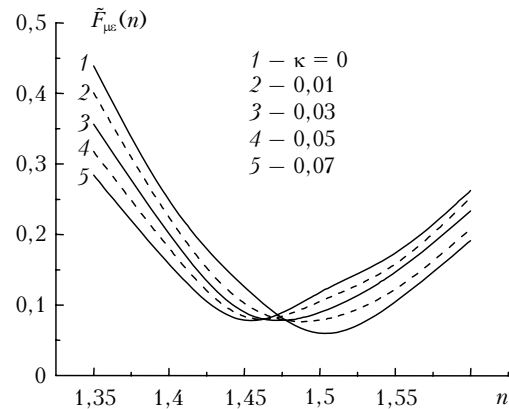


Рис. 8. Зависимость функционала невязки $\tilde{F}_{\mu\epsilon}(n, \kappa)$ от вещественной части показателя преломления n при $p = 0,5$ и различных значениях мнимой части κ

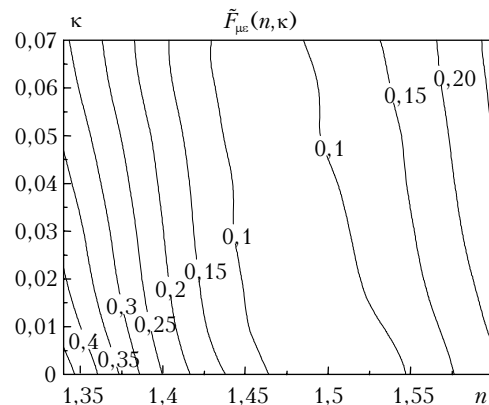


Рис. 9. Карта изолиний функционала $\tilde{F}_{\mu\epsilon}(n, \kappa)$ на плоскости (n, κ) при $p = 0,5$

соотношения между субмикронной и грубодисперсной фракциями. С увеличением доли крупных частиц диапазон значений функционала $\tilde{F}_{\mu\epsilon}(n, \kappa)$ меняется мало. Вместе с тем размер области неопределенности при оценке мнимой части показателя преломления к увеличивается и может превысить размер области априорно допустимых значений. В этом случае эксперимент по определению величины κ будет неинформативным. Эта тенденция хорошо наблюдается на рис. 8 и 9 для $p = 0,5$. В данном примере уровень функционала $\tilde{F}_{\mu\epsilon}(n, \kappa)$ ниже погрешности задания индикатрисы рассеяния $\delta = 10\%$ во всей рассматриваемой области изменения $0 \leq \kappa \leq 0,07$ при точном значении $n = 1,5$.

Заключение

Анализ обратной задачи по совместному определению функции распределения по размерам и показателя преломления показывает, что в рамках приближения Хюльста спектральные зависимости коэффициента аэрозольного ослабления не обеспечивают однозначного решения, даже если погрешность измерений стремится к нулю. В данной статье сформулированы требования и записаны соотношения подобия,

которым должны удовлетворять ансамбли частиц с разными показателями преломления и дисперсным составом, оптически эквивалентные по спектральному ослаблению. В частности, установлено, что при уменьшении вещественной части показателя преломления оптически эквивалентных частиц их средний радиус должен увеличиваться. При этом суммарное геометрическое сечение частиц сохраняется неизменным, а объемная концентрация растет. В результате отмеченные факторы приводят к такому изменению формы индикатрисы рассеяния в малоугловой области, при котором степень вытянутости будет монотонно возрастать с уменьшением показателя преломления частиц.

Выявленные оптико-микрофизические взаимосвязи спектральных и угловых характеристик светорассеяния оптически эквивалентных ансамблей частиц позволили предложить и обосновать методику совместного восстановления дисперсного состава и показателя преломления аэрозоля путем минимизации невязки между измеренной индикатрисой рассеяния и рассчитанной по микроструктуре, которая восстановлена при обращении коэффициента ослабления света. Эффективность методики была численно апробирована для широкого набора аэрозольных моделей. Было показано, что одновременное нахождение вещественной и мнимой частей комплексного показателя преломления возможно с ошибками $\Delta n < 0,05$ и $\Delta k < 0,03$ соответственно.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-05-64410).

1. *Веретенников В.В.* Обратные задачи солнечной фотометрии для интегральных аэрозольных распределений. I. Теория и численный эксперимент в субмикронной области размеров частиц // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19. № 4. С. 294–300.
2. *Веретенников В.В.* Обратные задачи солнечной фотометрии для интегральных аэрозольных распределений. II. Разделение на субмикронную и грубодисперсную фракции // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19. № 4. С. 301–307.
3. *Веретенников В.В., Наац И.Э., Панченко М.В., Фадеев В.Я.* К определению микроструктуры и показателя преломления атмосферных дымок из поляризационных характеристик светорассеяния // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1978. Т. 14. № 12. С. 1313–1317.
4. *Ван де Хюлст Г.* Рассеяние света малыми частицами. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. 536 с.
5. *Шифрин К.С.* Рассеяние света в мутной среде. М.; Л.: ОНТИ, 1951. 288 с.
6. *Дейрменджан Д.* Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир, 1971. 165 с.
7. *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние малыми частицами. М.: Мир, 1986. 664 с.
8. *Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г.* Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М.: Наука, 1983. 200 с.

V. V. Veretennikov. **Simultaneous determination of aerosol microstructure and index of refraction from solar photometry data.**

The inverse problem on simultaneous determination of microstructural characteristics and the index of refraction of the atmospheric aerosol from simultaneous measurements of the spectral transmission and solar aureole radiance is under consideration. To describe the medium microstructure, integral functions of the particle size distribution were used. The similarity relations have been found, to which the microstructural characteristics of scattering media, equivalent in the spectral extinction, satisfy. The algorithm of the inverse problem solution, based on minimization of the residual between the measured scattering phase function and the calculated from the microstructure, retrieved from the inversion of the light extinction coefficient, is verified and tested in numerical experiments. The estimates of the error in determination of the real and imaginary parts of the index of refraction are calculated, which do not exceed 0.05 and 0.03, respectively.