

НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

УДК 530.182+535.15

Условие остановки коллапса интенсивности мощных фемтосекундных лазерных импульсов при распространении в оптической среде

К 60-летию первой публикации о самофокусировке света

А.А. Землянов, О.В. Минина✉*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 2.11.2022 г.;
после доработки 9.12.2022 г.;
принята к печати 25.01.2023 г.

Для задачи самофокусировки мощного фемтосекундного лазерного излучения в оптической среде в приближении нелинейного уравнения Шредингера установлен критерий остановки коллапса интенсивности. На примере распространения фемтосекундного лазерного импульса в воздухе показано, что остановка коллапса происходит, когда возрастает роль дифракции вследствие уменьшения радиуса лазерного пучка, и не в точке, а на интервале перед координатой нелинейного фокуса, где фазовая самомодуляция излучения за счет плазменной нелинейности преобладает над фазовой модуляцией, вызванной керровской нелинейностью. Полученный результат (критерий остановки коллапса) позволяет учитывать особенности нелинейной активности различных оптических сред при распространении мощных фемтосекундных лазерных импульсов. В частности, определена роль нелинейного поглощения в рассматриваемых условиях.

Ключевые слова: фемтосекундные лазерные импульсы, воздух, самофокусировка, дифракция, коллапс интенсивности, поглощение; femtosecond laser pulses, air, self-focusing, diffraction, intensity collapse, absorption.

Введение

Распространение мощных фемтосекундных лазерных импульсов в оптических средах сопровождается нелинейными эффектами, такими как самофокусировка света, многофотонное поглощение, ионизация газовой среды, филаментация излучения, генерация суперконтинуального и терагерцового излучений. Наиболее значимый из них — самофокусировка света. Этот эффект был впервые предсказан в [1] и подтвержден экспериментально в [2]. Самофокусировка света представляет собой пример нелинейного волнового явления — волнового коллапса — процесса, при котором за конечное время движения волнового фронта возникает особенность волнового поля. Этот процесс останавливается под действием нелинейных оптических эффектов в среде распространения (многофотонного поглощения, ионизации, нелинейности показателя преломления высших порядков, рефракции в плазме, вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР)), а также дифракции и дисперсии. При филаментации мощ-

ного лазерного излучения в оптической среде формируется множество фокусов самофокусировки, распределенных по трассе распространения, возникает один или целая группа световых филаментов.

Проблема волновых коллапсов является одной из важнейших составляющих теории нелинейных волн [3]. Коллапс представляет собой эффективный механизм диссипации волновой энергии в тепло. В [3] было отмечено, что коллапс можно считать аналогом падения частицы на центр в самосогласованном потенциале, неограниченном на малых масштабах.

В первых работах по самофокусировке света исследовались нелинейные среды — органические жидкости, для которых наиболее вероятными эффектами, сдерживающими рост интенсивности, являются двух-, трехфотонное поглощение и вынужденное комбинационное рассеяние [4]. В обзоре [5], посвященном истории и современному состоянию проблемы самофокусировки и филаментации, утверждается, что плазменная дефокусировка — наиболее эффективный механизм ограничения интенсивности в фокусе, позволяющий остановить коллапс мощных фемтосекундных лазерных импульсов в оптических средах.

В научной литературе обсуждаются главные причины остановки коллапса при самофокусировке

* Александр Анатольевич Землянов (zaa@iao.ru);
Ольга Владимировна Минина (mov@iao.ru).

фемтосекундных лазерных импульсов как в воздухе, так и в других оптических средах. Авторы [6] предположили, что при экстремальной интенсивности, реализующейся при самофокусировке лазерного импульса, важную роль начинают играть высшие нелинейности показателя преломления в эффекте Керра. Они рассматривали зависимость от интенсивности излучения I нелинейной добавки к показателю преломления среды в виде $\Delta n_n = n_2 I + n_4 I^2 + n_6 I^3 + n_8 I^4$, где n_i — коэффициенты нелинейности, $i = 2, 4, 6, 8$. В работе [7] на основе численных и экспериментальных исследований сделан вывод о том, что доминирующим механизмом остановки коллапса при распространении мощных фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе является плазменная нелинейность показателя преломления.

Цель настоящей статьи — установить общие закономерности остановки коллапса интенсивности для различных оптических сред, когда реализуются те или иные линейные и нелинейные эффекты, сдерживающие действие эффекта Керра.

1. Основные соотношения

Процесс распространения фемтосекундного импульса в условиях самофокусировки и филаментации в оптической среде будем описывать на основе нелинейного уравнения Шредингера в рамках амплитудно-фазового подхода. В скалярном приближении напряженность светового поля

$$E(x, y, z; t) = U(x, y, z; t) \exp(-i\omega_0 t + ik_0 z), \quad (1)$$

где U — медленно меняющаяся комплексная амплитуда электрического светового поля; x, y — координаты поперечного вектора \mathbf{R} ; z — продольная координата; t — время; $k_0 = n_0 \omega_0 / c$ — волновое число на частоте ω_0 , $n_0 = \sqrt{\epsilon_0}$ — показатель преломления невозмущенной среды, ϵ_0 — ее диэлектрическая проницаемость, c — скорость света в вакууме. Уравнение для U и все характеристики, описывающие линейное и нелинейное распространение фемтосекундного импульса применительно к воздуху, приведены в Приложении.

В амплитудно-фазовом методе комплексная медленно меняющаяся амплитуда светового поля $U = A e^{i\varphi}$, где A, φ — действительные амплитуда и фаза волны.

Уравнения для интенсивности волны I формулируются следующим образом:

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -\nabla_{\perp} \mathbf{s} I - \mathbf{s} \nabla_{\perp} I + k_2 \frac{\partial I}{\partial \tau} \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + k_2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} I - \alpha_n I, \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{k_0} \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1}{k_0^2} (\nabla_{\perp} \varphi)^2 - \frac{k_2}{k_0} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \right)^2 = \\ & = \frac{\epsilon_n}{\epsilon_0} + \frac{\nabla_{\perp}^2 A}{k_0^2 A} - \frac{k_2}{k_0 A} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где $\nabla_{\perp} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right\}$ — поперечный оператор Набла;

$\mathbf{s} = \nabla_{\perp} \varphi / k_0$; k_2 — коэффициент разложения $k(\omega) = k_0 + (\omega - \omega_0) / v_g + 0,5 k_2 (\omega - \omega_0)^2$, $v_g = (d\omega / dk)_{\omega_0}$ — групповая скорость; α_n — нелинейный коэффициент поглощения, характеризующий потери энергии излучения на фотоионизацию; ϵ_n — нелинейная составляющая диэлектрической проницаемости (конкретный вид для воздуха приведен в Приложении). Уравнения (2.1) и (2.2) записаны в системе координат, движущейся с групповой скоростью $\tau = t - z / v_g$. Правая часть (2.2) представляет собой возмущение эффективной диэлектрической проницаемости [8] $\tilde{\epsilon}_{\text{ef}} = \epsilon_{\text{ef}} / \epsilon_0 - 1$, в которую входят нелинейная (ϵ_n / ϵ_0), дифракционная $\left(\frac{\nabla_{\perp}^2 A}{k_0^2 A} \right)$ и дисперсионная $\left(\frac{-k_2}{k_0 A} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} \right)$

компоненты.

Формально решение уравнения (2.1) записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} I(\mathbf{R}_d, z, \tau) &= I(\mathbf{R}_d(0), 0, \tau_{\text{dis}}(0)) \times \\ &\times \exp \left\{ - \int_0^z \left[\text{div} [\mathbf{s}(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau_{\text{dis}}(z'))] - \right. \right. \\ &\left. \left. - k_2 \frac{\partial^2 \varphi(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau_{\text{dis}}(z'))}{\partial \tau^2} + \alpha_n(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau_{\text{dis}}(z')) \right] dz' \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\mathbf{R}_d, \mathbf{s}, \tau_{\text{dis}}$ — характеристики для уравнений в частных производных (2.1)–(2.2). Уравнения для них имеют вид

$$\frac{d\mathbf{R}_d(z')}{dz'} = \mathbf{s}, \quad \frac{d\mathbf{s}(z')}{dz'} = \frac{1}{2} \nabla_{\perp} \tilde{\epsilon}_{\text{ef}}, \quad \frac{d\tau_{\text{dis}}(z')}{dz'} = -k_2 \frac{\partial \varphi}{\partial \tau}. \quad (4)$$

Первые два уравнения характеристической системы (4) описывают поведение так называемых дифракционных лучей, третье уравнение определяет эволюцию «временного» луча [8].

Зададим граничные условия для (3) и (4): $\mathbf{R}_d(z) = \mathbf{R}$. Далее для простоты рассмотрим случай распространения коллимированного излучения:

$$\left(\frac{d\mathbf{R}_d(0)}{dz} = 0 \right) \text{ в недисперсионной среде } (k_2 = 0):$$

$\tau_{\text{dis}}(z) = \tau$. Учесть дисперсию в рамках данного подхода, а также рассмотреть распространение фокусированного излучения не сложно. Соотношение (3) в этом случае запишется в виде

$$I(\mathbf{R}, z, \tau) = I(\mathbf{R}_d(0), 0, \tau(0)) \exp[D(\mathbf{R}, z, \tau)], \quad (5)$$

где

$$D(\mathbf{R}, z, \tau) = - \int_0^z \left\{ \text{div} [\mathbf{s}(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau)] + \alpha_n(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau) \right\} dz'.$$

2. Характерные точки зависимости пиковой интенсивности мощного лазерного излучения от дистанции распространения в условиях самофокусировки

Представление пиковой интенсивности в виде зависимости (5) удобно для получения общих соотношений и оценок, связанных с условиями формирования нелинейного фокуса на дистанции распространения. В ряде случаев получаемые соотношения могут быть использованы для тестирования результатов соответствующих численных расчетов. Координата фокуса z_f является критической точкой зависимости пиковой интенсивности от дистанции, поскольку характеризует максимум этой функции. Другая важная точка — точка смены знака кривизны зависимости интенсивности от дистанции — так называемая точка перегиба кривой z_c . После нее катастрофический рост интенсивности при самофокусировке сменяется плавным выходом на насыщение. Далее индексы «f» и «с» будут применяться к величинам, определенным в точках фокуса и начала остановки коллапса соответственно.

Точка нелинейного фокуса z_f характеризуется выполнением условия

$$\frac{\partial I(0, z_f, \tau)}{\partial z} = 0. \quad (6)$$

Рассматривая интенсивность вблизи оси пучка, получим

$$\frac{\partial I(\mathbf{R}, z, \tau)}{\partial z} = \nabla_{R_d} I_0 \frac{d\mathbf{R}_d(0)}{dz} e^D + I(\mathbf{R}, z, \tau) \frac{\partial D(\mathbf{R}, z, \tau)}{\partial z}.$$

С учетом граничного условия $\frac{d\mathbf{R}_d(0)}{dz} = 0$ равенство (6) выполняется при

$$\frac{\partial D(0, z_f, \tau)}{\partial z} = 0. \quad (7)$$

Найдем условия, при которых рост интенсивности меняется на ее насыщение, т.е. определим соотношения в точке перегиба z_c . По определению в этой точке

$$\frac{\partial^2 I(0, z_c, \tau)}{\partial z^2} = 0. \quad (8)$$

С учетом (5) запишем

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = \frac{\partial I_0}{\partial z} e^D \frac{\partial D}{\partial z} + \frac{\partial^2 I_0}{\partial z^2} e^D + I \left[\left(\frac{\partial D}{\partial z} \right)^2 + \frac{\partial^2 D}{\partial z^2} \right].$$

Рассмотрим первые две компоненты этого равенства:

$$\frac{\partial I_0(\mathbf{R}_d(0), 0, \tau)}{\partial z} = \nabla_{R_d} I_0 \frac{d\mathbf{R}_d(0)}{dz},$$

$$\frac{\partial^2 I_0(\mathbf{R}_d(0), 0, \tau)}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z} (\nabla_{R_d} I_0) \frac{d\mathbf{R}_d(0)}{dz} + \nabla_{R_d} I_0 \frac{d^2 \mathbf{R}_d(0)}{dz^2}.$$

Условие остановки коллапса интенсивности мощных фемтосекундных лазерных импульсов...

Будем считать, что на входе в среду интенсивность имеет гауссову форму: $I_0 = I_0^0 e^{-R^2/R_0^2}$. С учетом того, что $\frac{d\mathbf{R}_d(0)}{dz} = 0$ и $\nabla_{R_d} I_0(\mathbf{R} = 0) = 0$, обе рассматриваемые компоненты будут равны нулю.

Таким образом для выполнения (8) необходимо, чтобы

$$\left(\frac{\partial D(0, z_c, \tau)}{\partial z} \right)^2 + \frac{\partial^2 D(0, z_c, \tau)}{\partial z^2} = 0. \quad (9)$$

Условие (9) определяет достижение точки перегиба зависимости интенсивности от дистанции распространения.

3. Значение пиковой интенсивности в нелинейном фокусе

До настоящего времени не было получено строгих выражений для пиковой интенсивности в нелинейном фокусе при самофокусировке излучения. Для керровской нелинейности показателя преломления среды (из анализа кубичного нелинейного уравнения Шредингера) в [9–11] установлена асимптотика

$$I_f \sim \frac{\ln[-\ln(z_f - z)]}{z_f - z}.$$

В [12] приводятся многочисленные примеры результатов численных расчетов пиковой интенсивности лазерного пучка вблизи нелинейного фокуса в стационарной кубичной нелинейной среде керровского типа. Эта задача численно исследовалась в более поздних работах. При численном исследовании свойств решений уравнения Шредингера при распространении лазерных импульсов в световодах из материала, имеющего кубичную нелинейность [13], был изучен локальный коллапс гауссова и кольцевого лазерных пучков. Найдена пороговая мощность излучения, при которой интенсивность в центре пучка стремится к бесконечности.

Пиковую интенсивность в фокусе $z = z_f$ можно определить как

$$I_f(z_f, \tau) = I_c(\mathbf{R} = 0, z_c, \tau) e^{\Delta D(\mathbf{R}=0, z_f, \tau)}, \quad (10)$$

где $\Delta D = D_f - D_c$.

Рассмотрим поведение первой производной функции D в точках z_f и z_c вблизи $\mathbf{R} = 0$. Запишем подынтегральное выражение в (5) как $\Psi(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau)$. Из (5) при $\mathbf{R} = 0$ получаем:

$$\frac{\partial D}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \int_0^z \Psi(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau) dz' =$$

$$= \Psi(0, z', \tau) - \mathbf{s} \int_0^z \nabla_{R_d} \Psi dz' = \Psi_f(0, z', \tau).$$

Здесь использовано свойство фокальной области: вблизи $\mathbf{R} = 0$ дифракционные лучи параллельны оси распространения z , т.е. $\mathbf{s} = 0$.

В точке нелинейного фокуса выполняется соотношение

$$\frac{\partial D_f}{\partial z} = \Psi_f = -\frac{\nabla_{\perp}^2 \varphi_f}{k_0} - \alpha_{nf} = 0. \quad (11)$$

В точке начала остановки коллапса

$$\frac{\partial D_c}{\partial z} = -\frac{\nabla_{\perp}^2 \varphi_c}{k_0} - \alpha_{nc}.$$

Из уравнения (2.2) для фазы φ следует

$$\frac{\nabla_{\perp} \varphi(\mathbf{R}, z, \tau)}{k_0} = \frac{1}{2} \int_0^z \nabla_{\perp}^2 \tilde{\varepsilon}_{ef}(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau) dz',$$

что позволяет получить формулу

$$\frac{\partial D_c}{\partial z} = -\frac{1}{2} \int_0^{z_c} \nabla_{\perp}^2 \tilde{\varepsilon}_{ef}(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau) dz' - \alpha_{nc},$$

которая трансформируется с учетом (11) к виду

$$\frac{\partial D_c}{\partial z} = \frac{1}{2} \int_{z_c}^{z_f} \nabla_{\perp}^2 \tilde{\varepsilon}_{ef}(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau) dz' + \alpha_{nf} - \alpha_{nc}. \quad (12)$$

Разложим ΔD из формулы (10), представляющей значение пиковой интенсивности в фокусе с координатой z_f , вблизи точки z_c в ряд Тейлора:

$$\Delta D(\mathbf{R} = 0, z_f, \tau) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} \frac{\partial z^j D(\mathbf{R} = 0, z_c, \tau)}{\partial z^j} (\Delta z)^j,$$

где $\Delta z = z_f - z_c$. Обозначим $q = \frac{\partial D_c}{\partial z} \Delta z$ и воспользуемся соотношением между первыми двумя производными от D_c . В этом случае

$$\Delta D = \sum_{j=1}^J \frac{q^{2j-1}}{2j-1} \left(1 - q + \frac{q}{2j} \right), \quad J \rightarrow \infty. \quad (13)$$

Условие достижения максимума интенсивности при самофокусировке $\frac{\partial D_f}{\partial z} = \frac{\partial \Delta D}{\partial z} = 0$ с учетом представления ΔD выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta D}{\partial z} &= \frac{\partial \Delta D}{\partial q} \frac{dq}{dz} = \frac{\partial \Delta D}{\partial q} \frac{\partial D_c}{\partial z} = \\ &= \frac{\partial D_c}{\partial z} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j q^j = \frac{\partial D_c}{\partial z} \sum_{j=0}^{\infty} (1-q) q^{2j} = 0, \end{aligned}$$

что справедливо при $q \rightarrow 1$.

То есть при

$$q = \frac{\partial D_c}{\partial z} (z_f - z_c) = 1$$

достигается максимум интенсивности и его числовое значение определяется соотношением

$$\Delta D = \sum_{j=1}^J \frac{1}{(2j-1)2^j}, \quad J \rightarrow \infty. \quad (14)$$

Таким образом, условие остановки коллапса интенсивности при самофокусировке лазерного излучения в оптической среде можно записать в виде

$$\left(\frac{1}{2} \int_{z_c}^{z_f} \nabla_{\perp}^2 \tilde{\varepsilon}_{ef}(0, z', \tau) dz' + \alpha_{nf} - \alpha_{nc} \right) (z_f - z_c) = 1. \quad (15)$$

Это условие отличается от условия, предложенного в [14]: $\frac{\partial^2 \varepsilon_n(z_f)}{\partial R^2} \Delta z = 0$ ($\Delta z \neq 0$), где $\varepsilon_n = \varepsilon_k + \varepsilon_{pl}$ — составляющая диэлектрической проницаемости среды, учитывающая керровскую ε_k и плазменную ε_{pl} компоненты. Величина $\frac{\partial^2 \varepsilon_n}{\partial R^2} \Delta z$ названа в [14] оптической силой нелинейной линзы.

Условие остановки коллапса по критерию $\frac{\partial^2 \varepsilon_n}{\partial R^2} \Delta z = 0$ означает баланс керровской и плазменной оптических сил (баланс оптических сил керровской и плазменной нелинейных линз) в точке фокуса. Условие (15) определяет баланс (равенство) факторов Φ и T , где $\Phi = \sum_l \beta_l \Delta z$;

$T = 1 - (\alpha_{nf} - \alpha_{nc}) \Delta z$, $\beta_l = \int_{z_c}^{z_f} \nabla^2 \tilde{\varepsilon}_{efl} dz$ — коэффициент пространственной модуляции фазы; l соответствует конкретной компоненте эффективной диэлектрической проницаемости.

Результаты численного расчета ΔD для различных значений q при $J = 10^3$ представлены на рис. 1.

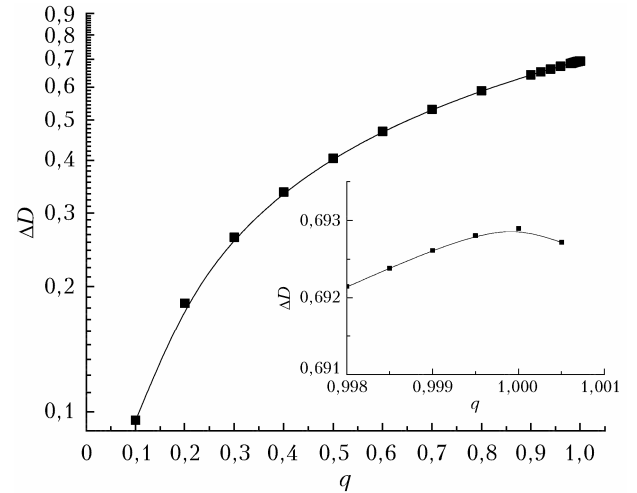


Рис. 1. Зависимость ΔD от q

Видно, что с увеличением q возрастает величина ΔD и ряд достигает максимального значения при $q = 1$. Врезка позволяет детально рассмотреть этот участок. Численное суммирование ряда (14) показало, что $\Delta D \approx 0,69$. Это означает, что интенсивность в фокусе

$$I_f \approx I_c e^{0,69} \approx 2I_c. \quad (16)$$

4. Соотношения между пиковыми интенсивностями в точках начала остановки коллапса и нелинейного фокуса

Сравним полученное соотношение с результатом численного расчета интенсивности вдоль дистанции распространения фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе [14]. Параметры импульсного излучения были следующими: длительность импульса $t_p = 100$ фс, длина волны $\lambda = 800$ нм, начальный радиус пучка $R_0 = 1,2$ мм, энергия $W = 2,6$ мДж. На рис. 2 зависимость из [14] представлена после нормировки на I_f , что сделано для удобства интерпретации полученных результатов. На основе численных значений зависимости (полужирная кривая) были рассчитаны первая и вторая производные от интенсивности по дистанции и определены координаты точек начала остановки коллапса z_c и фокуса z_f . На рис. 2 эти значения отмечены вертикальными штриховыми линиями, расстояние между которыми равно 28 мм. Теоретическое значение отношения интенсивности в точке z_c к интенсивности в точке z_f представлено горизонтальной линией. Различие в результатах можно объяснить сложностью достижения высокой точности при численных расчетах интенсивности вблизи нелинейного фокуса.

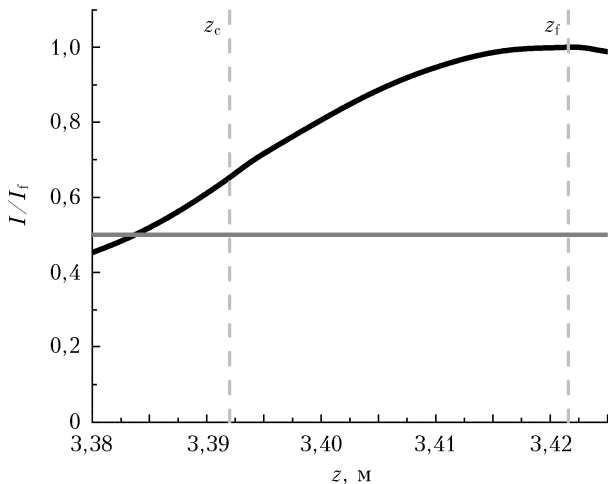


Рис. 2. Зависимость интенсивности излучения, нормированной на пиковую интенсивность в точке фокуса, от дистанции распространения. Горизонтальная линия соответствует теоретическому значению I_c/I_f

Важной характеристикой распространения фемтосекундных лазерных импульсов является радиус филамента R_{fil} , который представляет собой размер нелинейного фокуса. Из разных источников известно, что его поперечный размер в воздухе изменяется от 50 до 100 мкм [12, 15]. В работах [14–16] радиус плазменного канала R_{pl} , который формируется внутри светового филамента, оценивается величиной в диапазоне от 20 до 65 мкм. Достаточно большой разброс значений радиусов филамента и плазменного канала говорит об отсутствии едино-

го подхода и единых требований к оценке значений этих параметров. В связи с этим в настоящей работе при проведении оценок использовался широкий диапазон значений R_{fil} и R_{pl} .

Дополнительно к амплитудным характеристикам распространения фемтосекундного импульса в воздухе были проанализированы и его фазовые составляющие. Параметры излучения были следующими: $t_p = 100$ фс, $\lambda = 800$ нм, $R_0 = 1$ мм, относительная пиковая мощность $\eta = P_{peak}/P_{cr} = 6$ (P_{peak} — пиковая мощность; критическая мощность $P_{cr} = 3,2$ ГВт). На рис. 3 представлены дифракционно-лучевые трубки (ДЛТ) из [17], в дополнение к которым построены линии, отмечающие координаты точек начала остановки коллапса и фокуса (штриховые линии), а также изменение относительной интенсивности излучения (серая полужирная кривая) вдоль траексы распространения. Координаты точек z_c и z_f определялись на основе расчета производных (6) и (8); в этом случае $z_f - z_c = 25$ мм, что близко к значению, полученному при построении рис. 2.

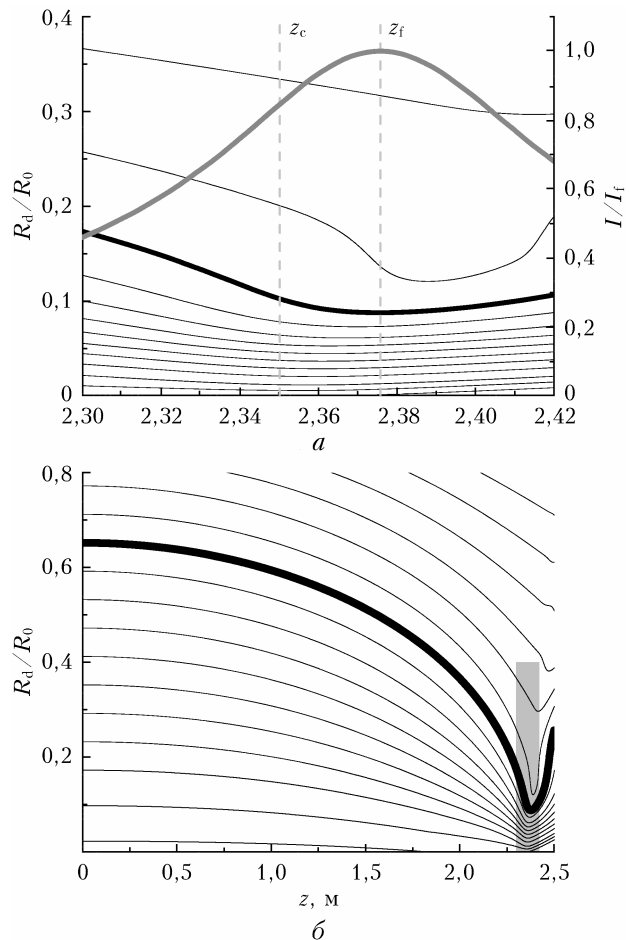


Рис. 3. Зависимость радиусов ДЛТ (левая ось) и интенсивности (правая ось) от дистанции распространения для центрального временного слоя импульса вблизи точки фокуса: полужирная черная кривая — энергетически пополняющая ДЛТ; полужирная серая кривая — относительная интенсивность (а); общая картина распространения излучения (б), серым прямоугольником выделена область показанная на фрагменте (а)

Из множества ДЛТ, образованных дифракционными лучами, на рис. 3 выделена энергетически пополняющая трубка [17]. Эта трубка является энергетическим резервуаром, обеспечивающим приток световой энергии в область самофокусировки. На рис. 3 начиная с точки z_c лучи, составляющие внешнюю часть энергетически пополняющей трубки, «распрямляются» и идут практически параллельно оси распространения излучения. Лучи из внутренней части практически не подвержены этому процессу, поскольку идут параллельно оси с начала трассы, что видно на рис. 3, б.

Для миллиметрового лазерного пучка начальный радиус энергетически пополняющей ДЛТ $R_t \approx 0,65R_0$. Самофокусировка пучка титан-сапфирового лазера с начальным радиусом больше 1 мм поддерживается ДЛТ радиусом меньше, чем радиус пучка. Мощность, содержащаяся в трубке, превышает критическую мощность самофокусировки и расходует на компенсацию поглощения энергии в плазме, а также на стабилизацию области локализации интенсивности вблизи нелинейного фокуса. В области трубки вблизи нелинейного фокуса сосредоточена мощность, близкая к критической.

5. Гауссовская модель компонентов эффективной диэлектрической проницаемости вблизи нелинейного фокуса

Будем считать, что при самофокусировке вблизи нелинейного фокуса профили амплитуды волны и интенсивности лазерного пучка сохраняют автомодельный вид по поперечной координате. Для цилиндрической симметрии интенсивность имеет вид

$$I(R, z, \tau) = I_1(z, \tau) e^{-R^2/R_b^2(z, \tau)},$$

где I_1 зависит только от дистанции и времени; R_b — эффективный радиус пучка, $R_b = R_{fil}$ вблизи фокуса. Профиль плазменного канала также задан гауссовой функцией

$$\rho_n(z, \tau) = \rho_{nl}(z, \tau) e^{-R^2/R_d^2(z, \tau)}.$$

Проведем оценки для $\tau = 0$, используя численные результаты работы [17]. Значения $I_1(z, 0)$ и $R_b(z, 0)$ энергетически пополняющей трубки вблизи фокуса в точке \tilde{z} внутри интервала от z_c до z_f связаны соотношением $P_{cr} = \pi R_b^2 I_1$.

Теперь вернемся к анализу характеристик области остановки коллапса пучка. Для этого рассмотрим дифференциальные коэффициенты пространственной модуляции фазы волны, вызванной керровской самофокусировкой, дифракцией и плазменной нелинейностью соответственно:

$$\varepsilon_k^* = \nabla_{\perp}^2 \varepsilon_k = \frac{-8n_2 I_1(\tilde{z}, 0)}{R_b^2(\tilde{z}, 0)}, \quad (17.1)$$

$$\varepsilon_d^* = \nabla_{\perp}^2 \varepsilon_d = \frac{4}{k^2 R_b^4(\tilde{z}, 0)}, \quad (17.2)$$

$$\varepsilon_{pl}^* = \nabla_{\perp}^2 \varepsilon_{pl} = \frac{8|\Delta n(\tilde{z}, 0)|}{R_{pl}^2(\tilde{z}, 0)} \quad (17.3)$$

при $\mathbf{R} = 0$. Здесь Δn — коэффициент плазменной нелинейности. На рис. 4 построены значения коэффициентов (17), нормированных на $\varepsilon_{pl}^*|_{z=z_f}$ (т.е. значение коэффициента, связанного с плазмой, в точке фокуса z_f). Они обозначены как $\bar{\varepsilon}_k^*$, $\bar{\varepsilon}_d^*$, $\bar{\varepsilon}_{pl}^*$ соответственно. В рассматриваемом случае радиус филамента в точке фокуса составлял $R_{fil} = 47$ мкм, радиус плазменного канала $R_{pl} = 20$ мкм.

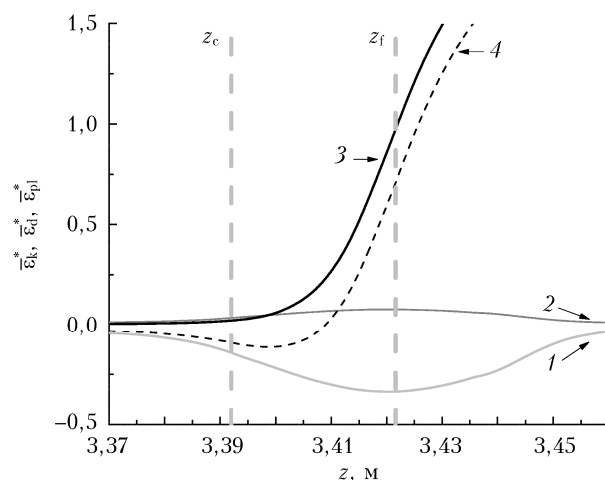


Рис. 4. Зависимости нормированных дифференциальных коэффициентов пространственной модуляции фазы волны, вызванной керровской самофокусировкой (кривая 1), дифракцией (кривая 2) и плазменной нелинейностью (кривая 3), и их суммы (кривая 4) от дистанции распространения при $P_{cr} = 6,9$ ГВт

Из рис. 4 видно, что остановка коллапса интенсивности происходит на интервале от z_c до z_f . На начальном этапе распространения излучения преобладает керровская самофокусировка, из-за чего набег фазы волны отрицательный. До точки z_c ни плазма, ни дифракция не оказывают достаточного для остановки коллапса интенсивности действия. В точке z_c сумма коэффициентов, связанных с этими эффектами, достигает одного порядка с коэффициентом, отвечающим за керровскую самофокусировку. Дальнейшее наращивание этих компонент и определяет характер распространения излучения.

Далее был выполнен численный расчет интеграла для возмущения эффективной диэлектрической проницаемости в рамках различных моделей нелинейностей, для которых критическая мощность самофокусировки P_{cr} варьируется от 2,5 до 10 ГВт [5, 12, 16]. Это позволило определить критическую мощность самофокусировки, при котором выполняется условие (15): $P_{cr} = 6,9$ ГВт. При меньших значениях левая часть (15) отрицательная, что свидетельствует о преобладании керровской самофокуси-

ровки, тогда как при больших значениях она становится положительной за счет усиления действия плазменной нелинейности и дифракции.

Для иллюстрации изменений модулей дифференциальных коэффициентов пространственной модуляции фазы волны ϵ_k^* , ϵ_d^* и ϵ_{pl}^* обратимся к рис. 5. На нем построены значения модулей этих коэффициентов при различных значениях P_{cr} [5, 12, 16] и радиуса плазменного канала R_{pl} [14–16]. Рисунок демонстрирует диапазоны изменений дифференциальных коэффициентов пространственной модуляции фазы волны в рамках различных моделей.

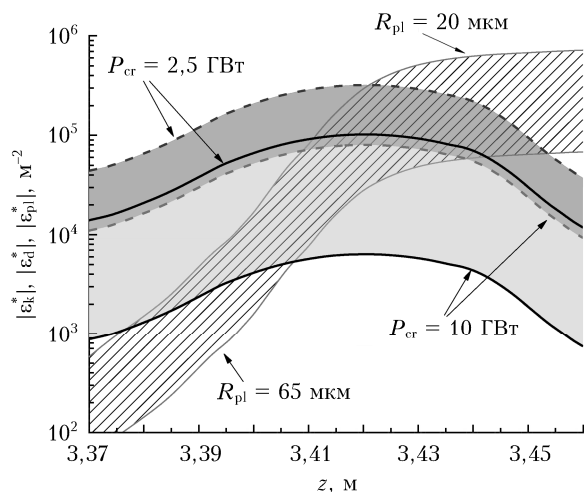


Рис. 5. Зависимости модулей дифференциальных коэффициентов пространственной модуляции фазы волны, вызванной керровской самофокусировкой (темно-серая область, выделенная штриховыми линиями), дифракцией (светло-серая область, выделенная сплошными линиями) и плазменной нелинейностью (заштрихованная область), от дистанции распространения для различных значений критической мощности и радиуса плазменного канал

На рис. 5 в точке начала остановки коллапса дифракция в несколько раз превосходит плазменную нелинейность (при $R_{pl} = 20$ мкм, что соответствует нижней границе известных в литературе данных). При значениях критической мощности, показанных на рис. 5, радиус филамента изменяется от 25 до 57 мкм.

6. Роль поглощения вблизи области коллапса интенсивности

Оценим роль поглощения в процессе остановки коллапса интенсивности. Для этого в соответствии с (15) используем значения коэффициента поглощения и дистанции остановки коллапса. Первая из этих величин определена в [18], в ходе измерений коэффициент поглощения составил $(0,0077 \pm \pm 0,0012) \text{ м}^{-1}$. Дистанция остановки коллапса интенсивности определяется по рис. 2, где $z_f - z_c = 28$ мм. Зная значения интенсивности в точках начала остановки коллапса и фокуса (рис. 2), а также учитывая (16) и зависимость коэффициентов поглощения от интенсивности [19], получим, что коэф-

фициент поглощения в точке фокуса много больше, чем в точке начала остановки коллапса $\alpha_{nf} \gg \alpha_{nc}$. В результате получаем, что при распространении мощных фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе выполняется условие

$$\alpha_{nf}(z_f - z_c) \ll 1. \quad (18)$$

Значит, в рамках рассмотренной модели поглощение не влияет на остановку коллапса интенсивности, поскольку он действует на малых расстояниях.

Другая ситуация реализуется для области филаментации, поскольку данная световая структура является протяженной и состоит из множества последовательно расположенных фокусов. В этом случае, учитывая результаты [12], в соответствии с которыми протяженность одиночного филамента для коллимированного излучения варьируется от единиц до десятка метров, получаем, что условие (18) не выполняется. Значит, при рассмотрении одиночной и тем более множественной филаментации важно учитывать поглощение.

В рамках других моделей, например для сред с более высокой кубичной нелинейностью, чем в воздухе, картина распространения излучения может существенно отличаться. Так, при распространении ультракоротких импульсов в сероуглероде, рассмотренном, например, в [4], важно учитывать многофотонное поглощение. Его преобладание будет определять динамику распространения излучения в среде. Результаты, полученные для сред с высокой кубичной нелинейностью, открывают возможности для моделирования с их помощью случая распространения мощного лазерного излучения на протяженных атмосферных трассах.

Заключение

На основе приближения нелинейного уравнения Шредингера создана теоретическая модель, позволяющая оценивать различные физические механизмы, ограничивающие развитие коллапса при самофокусировке света. Основой модели являются представление пиковой интенсивности в нелинейном фокусе универсальной функцией и наличие двух характерных точек на дистанции распространения. Признаком остановки коллапса является выполнение количественного критерия: установление интегрального баланса коэффициентов пространственной модуляции фазы волны и нелинейного поглощения на дистанции между двумя характерными точками: точкой нулевой кривизны зависимости интенсивности от дистанции и точкой нелинейного фокуса. Используя данную модель, можно оценить вклад в условие остановки коллапса таких типов нелинейности среды, как плазменная нелинейность, многофотонное поглощение, нелинейность высших порядков, ВКР, а также дифракции и дисперсии. Такие оценки полезны для интерпретации экспериментальных данных по филаментации излучения в модельных нелинейных средах.

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания ИОА СО РАН.

Приложение

Уравнение для медленно меняющейся комплексной амплитуды электрического светового поля также известно как нелинейное уравнение Шредингера [12, 20]. Оно является основой для моделирования распространения ультракороткого лазерного излучения в оптической среде. В системе координат, движущейся с групповой скоростью импульса v_g , оно записывается в виде

$$\frac{\partial U(\mathbf{R}, z; t)}{\partial z} = \frac{i}{2k_0} \nabla_{\perp}^2 U - i \frac{k_2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{ik_0}{n_0} (n_k + n_{\text{НОКЕ}} + n_{\text{пл}}) U - \frac{\alpha_n}{2} U, \quad (\text{П.1})$$

где

$$n_k = \tilde{n}_2 \left[\int_{-\infty}^t \left[(1 - \beta) \delta(t - t') + \beta \Lambda(t - t') \right] |U(t')|^2 dt' \right]$$

— добавка к показателю преломления среды за счет кубичной нелинейности (эффект Керра) с учетом мгновенной и инерционной составляющих, β — коэффициент, учитывающий вклад каждой из них, $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака, $\Lambda(t - t')$ — функция молекулярного отклика, $\tilde{n}_2 = (cn_0/8\pi)n_2$; $n_{\text{НОКЕ}} = \sum_{m=2}^M \tilde{n}_{2m} |U|^{2m}$ — добавка за счет нелинейности высших порядков, \tilde{n}_{2m} — коэффициент нелинейности высших порядков; $n_{\text{пл}} = -\rho_e / (2\rho_c n_0)$ — добавка за счет рефракционной нелинейности плазмы, ρ_e — плотность свободных электронов, $\rho_c = 1 / (\sigma_c \tau_c c)$ — критическая плотность плазмы, σ_c — сечение каскадной ионизации, τ_c — среднее время свободного пробега электрона. Нелинейный коэффициент поглощения

$$\alpha_n = \frac{W_I \Delta E_i}{I} (\rho_{\text{нт}} - \rho_e),$$

где W_I — скорость (вероятность) фотоионизации газа с плотностью нейтральных атомов (молекул) $\rho_{\text{нт}}$; ΔE_i — потенциал ионизации молекулы; $I = \frac{c\sqrt{\epsilon_0}}{8\pi} |U|^2$ — интенсивность излучения [17, 20]. Скорость фотоионизации среды W_I вычислялась в рамках модели Переломова—Попова—Терентьева [21] по полуэмпирической формуле $W_I(I) = A_W(I)I^K$. Коэффициенты A_W и K определены в [20].

В (П.1) использована замена переменной $\tau = t - z/v_g$. Начальный профиль поперечного распределения амплитуды лазерного излучения с плоским фазовым фронтом задавался гауссовской функцией

$$U(\mathbf{R}, z=0, t) = U_0 \exp \left[-\left(\frac{t}{\sqrt{2}t_p} \right)^2 - \left(\frac{|\mathbf{R}|}{\sqrt{2}R_0} \right)^2 \right],$$

где U_0 — максимальная напряженность электрического поля; значения длительности импульса t_p

и начального радиуса пучка R_0 определялись по уровню e^{-1} .

Таким образом, правая часть уравнения (П.1) описывает влияние линейных эффектов дифракции пучка и частотной дисперсии воздуха, а также нелинейную поляризуемость среды в интенсивном оптическом поле, что приводит к амплитудно-фазовой самомодуляции. К числу наиболее существенных нелинейно-оптических эффектов относятся электронный и молекулярный эффекты Керра, нелинейная рефракция и поглощение в формирующейся в канале пучка плазме, а также нелинейность высших порядков по полю.

Плотность свободных электронов ρ_e в газовой среде определяется из скоростного уравнения

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = W_I (\rho_{\text{нт}} - \rho_e),$$

правая часть которого учитывает полевой тип ионизации среды.

В качестве среды распространения рассматривалась непоглощающая воздушная смесь кислорода (20%) и азота (80%). Для излучения титан-сапфирового лазера на длине волны $\lambda_0 = 800$ нм в соответствии с [17, 20] значения коэффициентов были взяты следующими: $n_2 = 3,2 \cdot 10^{-23} \text{ м}^2/\text{Вт}$; $n_4 = -1,5 \cdot 10^{-41} \text{ м}^4/\text{Вт}^2$; $n_6 = 2,1 \cdot 10^{-58} \text{ м}^6/\text{Вт}^3$; $n_8 = -0,8 \times 10^{-75} \text{ м}^8/\text{Вт}^4$; $\beta = 1/2$; число удерживаемых слагаемых в выражении для высших нелинейностей $M = 4$ (по данным эксперимента [22]); $k_2 = 0,21 \text{ фс}^2/\text{см}$; $\tau_c = 350 \text{ фс}$; $\sigma_c = 5,52 \cdot 10^{-24} \text{ м}^2$; $\Delta E_i = 12,1$ (кислород) и $15,6$ эВ (азот).

Список литературы

1. Аскаръян Г.А. Воздействие градиента поля интенсивного электромагнитного луча на электроны и атомы // Журн. экспериментальной и теоретической физики. 1962. Т. 42, № 6. С. 1567–1570.
2. Пилипецкий Н.Ф., Рустамов А.Р. Наблюдение самофокусировки света в жидкостях // Письма в ЖЭТФ. 1965. Т. 2, № 2. С. 88–90.
3. Захаров В.Е., Кузнецов Е.А. Солитоны и коллапсы: два сценария эволюции нелинейных волновых систем // Успехи физ. наук. 2012. Т. 182, вып. 6. С. 569–592.
4. Луговой В.Н., Прохоров А.М. Теория распространения мощного лазерного излучения в нелинейной среде // Успехи физ. наук. 1973. Т. 111, вып. 2. С. 203–247.
5. Чекалин С.В., Кандидов В.П. От самофокусировки световых пучков — к филаментации лазерных импульсов // Успехи физ. наук. 2013. Т. 183, вып. 2. С. 133–152.
6. Bejot P., Kasparian J., Henin S., Loriot V., Vieillard T., Hertz E., Faucher O., Lavorel B., Wolf J.-P. Higher-order Kerr terms allow ionization-free filamentation in gases // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 104. P. 103903-1–4.
7. Kosareva O., Daigle J.-F., Panov N., Wang T., Hosseini S., Yuan S., Roy G., Makarov V., Chin S.L. Arrest of self-focusing collapse in femtosecond air filaments: higher order Kerr or plasma defocusing? // Opt. Lett. 2011. V. 36, N 7. P. 1035–1037.

8. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Минина О.В. Дифракционно-лучевая оптика филаментации: I. Формализм дифракционных лучей и световых трубок // Оптика атмосфер. и океана. 2018. Т. 31, № 5. С. 364–371; Geints Yu.E., Zemlyanov A.A., Minina O.V. Diffraction-beam optics of filamentation: I – Formalism of diffraction beams and light tubes // Atmos. Ocean. Opt. 2018. V. 31, N 6. P. 611–618.
9. Fraiman G.M. Asymptotic stability of manifold of self-similar solutions in self-focusing // JETP. 1985. V. 61, N 2. P. 228–233.
10. Landman M.J., Papanicolaou G.C., Sulem C., Sulem P.L. Rate of blowup for solution of the nonlinear Schrödinger equation at critical dimension // Phys. Rev. A. 1988. V. 38. P. 3837–3843.
11. Mesurier B.J., Papanicolaou G.C., Sulem C., Sulem P.L. Local structure on the self-focusing singularity of the cubic Schrödinger equation // Phys. D. 1988. V. 32. P. 210–226.
12. *Self-focusing: Past and Present. Fundamentals and Prospects* / R.W. Boyd, S.G. Lukishova, Y.R. Shen (eds.). Berlin: Springer, 2008. 605 p.
13. Витковский В.Э., Федорук М.П. Численное исследование свойств решений нелинейного уравнения Шредингера при распространении лазерных импульсов в световодах // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13, № 6. С. 40–49.
14. Кандидов В.П., Федоров В.Ю., Тверской О.В., Косарева О.Г., Чин С.Л. Насыщение интенсивности в филаменте фемтосекундного лазерного излучения // Квант. электрон. 2011. Т. 41, № 4. С. 382–386.
15. Couairon A., Bergé L. Light filaments in air for ultraviolet and infrared wavelengths // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88, N 13. P. 135003-1–4.
16. Кандидов В.П., Шленов С.А., Косарева О.Г. Филаментация мощного фемтосекундного лазерного излучения // Квант. электрон. 2009. Т. 39, № 3. С. 205–228.
17. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Минина О.В. Моделирование самофокусировки фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе методом дифракционно-лучевых трубок // Оптика атмосфер. и океана. 2019. Т. 32, № 2. С. 120–130; Geints Yu.E., Zemlyanov A.A., Minina O.V. Simulation of self-focusing of femtosecond laser pulses in air by the method of diffraction-beam tubes // Atmos. Ocean. Opt. 2019. V. 32, N 4. P. 420–429.
18. Luo Q., Yu J., Hosseini S.A., Liu W., Ferland B., Roy G., Chin S.L. Long-range detection and length estimation of light filaments using extra-attenuation of terawatt femtosecond laser pulses propagating in air // Appl. Opt. 2005. V. 44, N 3. P. 391–397.
19. Mishima K., Hayashi M., Yi J., Lin S.H., Selzle H.L., Schlag E.W. Generalization of Keldysh's theory // Phys. Rev. A 2002. V. 66, N 3. P. 033401-1–12.
20. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А. Характеристики филаментов при распространении мощного фемтосекундного лазерного излучения в воздухе и воде: I. Качественный анализ // Оптика атмосфер. и океана. 2010. Т. 23, № 9. С. 749–756; Geints Yu.E., Zemlyanov A.A. Characteristics of filaments during high-power femtosecond laser radiation propagation in air and water: I. Qualitative analysis // Atmos. Ocean. Opt. 2011. V. 24, N 2. P. 144–151.
21. Переломов А.М., Попов В.С., Терентьев М.В. Ионизация атомов в переменном электрическом поле // ЖЭТФ. 1966. Т. 50, вып. 5. С. 1393–1397.
22. Loriot V., Hertz E., Faucher O., Lavorel B. Measurement of high order Kerr refractive index of major air components // Opt. Express. 2009. V. 17, N 16. P. 13429–13434.

A.A. Zemlyanov, O.V. Minina. The condition of collapse stopping during propagation of high-power femtosecond laser pulses in an optical medium.

The criterion for stopping the intensity collapse is established in the approximation of the nonlinear Schrödinger equation for the problem of self-focusing of high-power femtosecond laser radiation in an optical medium. Using propagation of a femtosecond laser pulse in air as an example, it is shown that the collapse stops when the role of diffraction increases due to a decrease in the radius of the laser beam, and occurs not at a point, but at an interval in front of the nonlinear focus, where the self-phase modulation of the radiation due to the plasma nonlinearity prevails over the Kerr effect. The result (collapse stop criterion) makes it possible to take into account the features of the nonlinear activity of various optical media during the propagation of high-power femtosecond laser pulses; in particular, the role of nonlinear absorption is determined under the conditions considered.