

В.Г. Гусев

## ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ИНТЕРФЕРОГРАММ БОКОВОГО СДВИГА В ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ СФОКУСИРОВАННОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Приведен анализ интерферометра бокового сдвига на основе двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения матового экрана при выполнении двух последовательных преобразований Фурье. Показано теоретически и экспериментально, что при проведении пространственной фильтрации в плоскости голограммы обеспечивается контроль линзы или объектива по полю. Пространственная фильтрация в дальней зоне дифракции обеспечивает регистрацию интерференционной картины, характеризующей фазовые искажения волны освещения матового экрана из-за aberrаций формирующей ее оптической системы.

В [1, 2] на основе двухэкспозиционной записи голограмм сфокусированного изображения матового экрана были проанализированы методы получения интерферограмм бокового сдвига при проведении пространственной фильтрации диффузионно рассеянного поля. При этом рассматривались построения изображения матового экрана в плоскости фотопластинки как путем выполнения двух последовательных преобразований Френеля рассеянного поля, так и с помощью двух последовательных преобразований Фурье.

В литературе, например, [3, 4] известна оптическая схема формирования изображения в когерентном свете, которая, в частности, может обеспечить условия постоянства значения для частотной передаточной функции линзы или объектива вплоть до определенной величины максимальной пространственной частоты. В настоящей статье рассматриваются особенности реализации дифференциальной голографической интерферометрии с помощью этой оптической схемы формирования изображения.

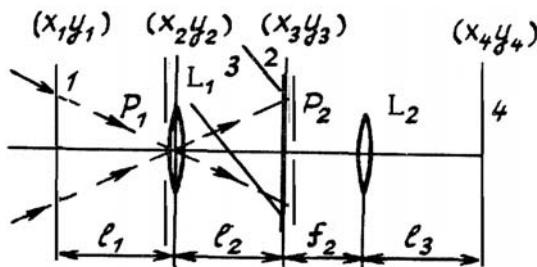


Рис. 1. Схема записи и восстановления двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения: 1 — матовый экран; 2 — фотопластинка-голограмма; 3 — опорный пучок; 4 — плоскость регистрации интерференционной картины;  $L_1$ ,  $L_2$  — линзы;  $p_1$ ,  $p_2$  — диафрагмы

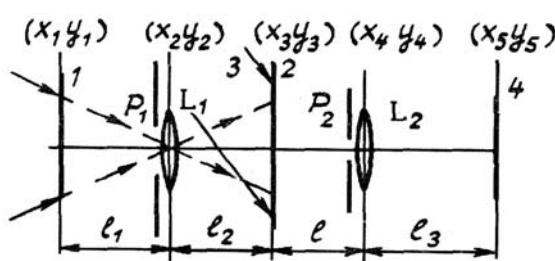


Рис. 2. Схема записи и восстановления двухэкспозиционной голограммы при локализации изображения вне плоскости фотопластинки

Согласно рис. 1 матовый экран, находящийся в плоскости  $(x_1, y_1)$ , освещается излучением со сходящейся квазисферической волной радиуса кривизны в его плоскости, равного расстоянию от матового экрана до узловой точки линзы  $L_1$ , с помощью которой проводится построение в плоскости  $(x_3, y_3)$  фотопластинки 2 изображения матового экрана. С использованием внеосевой плоской опорной волны 3 проводится запись голограммы сфокусированного изображения за время первой экспозиции. Полагается, что перед второй экспозицией матовый экран был смещен в направлении оси  $x$  на величину  $a$ , а линза  $L_1$  в своей главной плоскости  $(x_2, y_2)$  в том же направлении на величину  $b$ .

Представим в плоскости фотопластинки в приближении Френеля без учета постоянных амплитудных и фазовых множителей распределения комплексных амплитуд полей, соответствующих первой и второй экспозициям:

$$\begin{aligned} u_1(x_3, y_3) \sim & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp i[\varphi_0(x_1, y_1) + \varphi_1(x_1, y_1)] \times \\ & \times \exp [-ik(x_1 x_2 + y_1 y_2)/l_1] \exp [ik(x_2^2 + y_2^2)/2l_1] \exp [-ik(x_2^2 + y_2^2)/2f_1] \times \end{aligned}$$

$$\times p_1(x_2, y_2) \exp i\varphi_2(x_2, y_2) \exp \{ik[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]/2l_2\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} u_2(x_3, y_3) &\sim \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1 + a, y_1) \exp i[\varphi_0(x_1 + a, y_1) + \varphi_1(x_1, y_1)] \times \\ &\times \exp [-ik(x_1 x_2 + y_1 y_2)/l_1] \exp [ik(x_2^2 + y_2^2)/2l_1] \times \\ &\times \exp \{-ik[(x_2 + b)^2 + y_2^2]/2f_1\} p_1(x_2 + b, y_2) \exp i\varphi_2(x_2 + b, y_2) \times \\ &\times \exp \{ik[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]/2l_2\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $k$  — волновое число;  $t(x_1, y_1)$  — комплексная амплитуда прозрачности матового экрана, являющаяся случайной функцией координат;  $\varphi_0(x_1, y_1)$  — детерминированная фазовая функция, характеризующая неплоскость подложки матового экрана;  $\varphi_1(x_1, y_1)$  — детерминированная фазовая функция, характеризующая искажения фронта волны излучения, используемого для освещения матового экрана, из-за волновых aberrаций формирующей его оптической системы;  $l_1, l_2$  — соответственно расстояния между плоскостями  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  и  $(x_2, y_2), (x_3, y_3)$ ;  $f_1$  — фокусное расстояние линзы  $L_1$  с обобщенной функцией  $p_1(x_2, y_2) \exp i\varphi_2(x_2, y_2)$  ее зрачка [5], учитывающей осевые волновые aberrации.

Так как  $(1/f_1) = (1/l_1) + (1/l_2)$ , то выражения (1), (2) принимают вид

$$\begin{aligned} u_1(x_3, y_3) &\sim \exp [ik(x_3^2 + y_3^2)/2l_2] \{t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \times \\ &\times \exp i[\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) + \varphi_1(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)] \otimes P_1(x_3, y_3)\}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} u_2(x_3, y_3) &\sim \exp [ik(x_3^2 + y_3^2)/2l_2] \left\{ t\left(-\mu_1 x_3 - \frac{l_1 b}{f_1} + a, -\mu_1 y_3\right) \times \right. \\ &\times \exp i\left[\varphi_0\left(-\mu_1 x_3 - \frac{l_1 b}{f_1} + a, -\mu_1 y_3\right) + \varphi_1\left(-\mu_1 x_3 - \frac{l_1 b}{f_1}, -\mu_1 y_3\right)\right] \otimes \\ &\left. \otimes \exp (ikbx_3/l_2) P_1(x_3, y_3) \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\mu_1 = l_1/l_2$  — масштабный коэффициент преобразования изображения;  $\otimes$  — операция свертки;  $P_1(x_3, y_3) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_1(x_2, y_2) \exp i\varphi_2(x_2, y_2) \exp [-ik(x_2 x_3 + y_2 y_3)/l_2] dx_2 dy_2$  — Фурье образ обобщенной функции зрачка линзы  $L_1$ .

Из выражений (3), (4) следует, что при восстановлении копией опорной волны записанной таким образом двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения матового экрана, если выполняется условие  $a = bl_1/f_1$ , то в плоскости голограммы совпадают спекл-поля, соответствующие первой и второй экспозициям. Причем спекл-поле, соответствующее второй экспозиции, имеет общий относительный наклон на угол  $\alpha = b/l_2$ , обусловленный на основании [6] сдвигом линзы  $L_1$  в ее главной плоскости перед второй экспозицией. Следовательно, в плоскости голограммы локализуется интерференционная картина, характеризующая искажения фронта волны излучения, используемого для освещения матового экрана, на что было указано в [7].

Пусть в плоскости голограммы проводится пространственная фильтрация дифракционного поля с помощью непрозрачного экрана на рис. 1 с круглым отверстием, центр которого находится на оптической оси. Если в пределах диаметра отверстия выполняется условие  $\varphi_1(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) - \varphi_1(-\mu_1 x_3 - a_3 - \mu_1 y_3) \leq \pi$ , то коррелирующие спекл- поля двух экспозиций непосредственно за фильтрующим экраном описываются выражением

$$\begin{aligned} u(x_3, y_3) &\sim p_2(x_3, y_3) \exp i\varphi_3(x_3, y_3) \exp [ik(x_3^2 + y_3^2)/2l_2] \times \\ &\times \{t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \otimes \\ &\otimes [1 + \exp (ikbx_3/l_2)] P_1(x_3, y_3)\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $p_2(x_3, y_3)$  — функция пропускания непрозрачного экрана с круглым отверстием [8];  $\varphi_3(x_3, y_3)$  — детерминированная фазовая функция, учитывающая неплоскость подложки фотопластинки.

Комплексную амплитуду дифракционного поля в плоскости регистрации 4 на рис. 1 запишем в виде

$$\begin{aligned} u(x_4, y_4) \sim & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(x_3, y_3) \exp [i\kappa(x_3^2 + y_3^2)(f_2 - l_3)/2f_2^2] \times \\ & \times \exp [-i\kappa(x_3x_4 + y_3y_4)/f_2] dx_3 dy_3, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $f_2$  — фокусное расстояние линзы  $L_2$ ;  $l_3$  — расстояние от линзы  $L_2$  до плоскости  $(x_4, y_4)$ .

При подстановке выражения (5) в (6), полагая, что выполняется условие  $(1/l_2) = (f_2 - l_3)/f_2^2$ , получаем

$$\begin{aligned} u(x_4, y_4) \sim & \{[p_1(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4) \exp i\varphi_2(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4) + \\ & + p_1(-\mu_2 x_4 + b, -\mu_2 y_4) \exp i\varphi_2(-\mu_2 x_4 + b, -\mu_2 y_4)] \times \\ & \times F[\kappa x_4/f_2, \kappa y_4/f_2]\} \otimes P_2(x_4, y_4), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\mu_2 = l_2/f_2$  — масштабный коэффициент преобразования изображения;

$$\begin{aligned} F[\kappa x_4/f_2, \kappa y_4/f_2] = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \times \\ & \times \exp [-i\kappa(x_3 x_4 + y_3 y_4)/f_2] dx_3 dy_3; P_2(x_4, y_4) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_2(x_3, y_3) \times \\ & \times \exp i\varphi_3(x_3, y_3) \exp [-i\kappa(x_3 x_4 + y_3 y_4)/f_2] dx_3 dy_3 — \end{aligned}$$

— Фурье образы соответствующих функций.

Из выражения (7) следует, что в плоскости  $(x_4, y_4)$  наблюдаются изображения зрачка линзы  $L_1$ , причем каждая точка изображения уширена до размера спекла, определяемого шириной функции  $P_2(x_4, y_4)$ . Кроме того, диффузно когерентные световые поля, соответствующие отфильтрованному участку изображения матового экрана, оказываются наложенными друг на друга в пределах перекрытия изображений зрачка линзы  $L_1$  с совпадением идентичных спеклов. Следовательно, в плоскости  $(x_4, y_4)$  локализуется интерференционная картина. Действительно, если период изменения функции  $\exp i\varphi_2(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4) + \exp i\varphi_2(-\mu_2 x_4 + b, -\mu_2 y_4)$  на основании [9] хотя бы на порядок превосходит размер спекла в плоскости регистрации 4 на рис. 1, то эту функцию в выражении (7) вынесем из-под знака интеграла свертки. Тогда распределение освещенности в плоскости  $(x_4, y_4)$  определяется выражением

$$\begin{aligned} I(x_4, y_4) \sim & \{1 + \cos [\varphi_2(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4) - \varphi_2(-\mu_2 x_4 + b, -\mu_2 y_4)]\} \times \\ & \times |F[\kappa x_4/f_2, \kappa y_4/f_2] \otimes P_2(x_4, y_4)|^2, \end{aligned} \quad (8)$$

которое описывает спекл-структурную, промодулированную интерференционными полосами. Интерференционная картина имеет вид интерферограммы бокового сдвига в полосах бесконечной ширины, характеризующей осевые волновые aberrации линзы  $L_1$ .

На основании выражений (3), (4) информация о фазовых искажениях, вносимых в световую волну контролируемой линзой  $L_1$ , заключена в пределах индивидуального спекла в пространстве изображения матового экрана. При этом в малой области изображения на оптической оси амплитудно-фазовое распределение в пределах каждого индивидуального спекла является результатом дифракции плоской волны, распространяющейся по оптической оси, так как согласно [3, 4] и как это следует из вида выражений (3), (4) оптическая система, представленная на рис. 1, строит изображение в результате выполнения двух последовательных преобразований Фурье над световым полем, рассеянным матовым экраном. Тогда при проведении пространственной фильтрации на оптической оси образуется интерференционная картина, характеризующая осевые волновые aberrации линзы  $L_1$ . Для малой же области изображения матового экрана с центром в точке, определяемой координатами  $x_{30}$ , вне оптической оси, амплитудно-фазовое распределение в пределах индивидуального спекла в этой области является результатом дифракции внеосевой плоской волны, распространяющейся под углом  $\beta = x_{30}/l_2$  к оптической оси. Следовательно, при проведении пространственной фильтрации вне оптической оси образуется интерференционная картина, характеризующая сочетание осевых и внеосевых волновых aberrаций линзы  $L_1$ .

Как показано в [7], для регистрации в (-1) порядке дифракции интерференционной картины, локализующейся в плоскости изображения матового экрана и характеризующей фазовые искажения фронта волны излучения, освещдающего матовый экран, необходимо проведение пространственной фильтрации на оптической оси в плоскости построения изображения зрачка линзы  $L_1$ . При восстановлении же голограммы в (+1) порядке дифракции интерференционная картина регистрируется без использования дополнительной собирающей линзы путем проведения пространственной фильтрации в плоскости действительного изображения зрачка линзы  $L_1$ .

В отличие от [1, 2] рассматриваемый метод позволяет получить интерферограммы бокового сдвига независимо от того, совпадает ли изображение матового экрана с плоскостью голограммы или локализуется вне этой плоскости. На рис. 2 представлена оптическая схема записи голограммы, где изображение матового экрана 1 строится в плоскости  $(x_4, y_4)$ , находящейся за фотопластинкой 2 на расстоянии  $l$ . В этом случае при восстановлении голограммы копией опорной волны комплексные амплитуды поля первой и второй экспозиций в плоскости локализации изображения принимают вид

$$u_1(x_4, y_4) \sim \exp[i\kappa(x_4^2 + y_4^2)/2(l_2 + l)] \{t(-\mu_3 x_4, -\mu_3 y_4) \times \\ \times \exp i[\varphi_0(-\mu_3 x_4, -\mu_3 y_4) + \varphi_1(-\mu_3 x_4, -\mu_3 y_4)] \otimes P_3(x_4, y_4) \otimes \Phi_1(x_4, y_4)\}; \quad (9)$$

$$u_2(x_4, y_4) \sim \exp[i\kappa(x_4^2 + y_4^2)/2(l_2 + l)] \{t(-\mu_3 x_4, -\mu_3 y_4) \exp i[\varphi_0(-\mu_3 x_4, -\mu_3 y_4) + \\ + \varphi_1(-\mu_3 x_4 - a, -\mu_3 y_4)] \otimes \exp[i\kappa b x_4/(l_2 + l)] P_3(x_4, y_4) \otimes \Phi_1(x_4, y_4)\}, \quad (10)$$

где  $l_2$  — расстояние от главной плоскости линзы  $L_1$  до плоскости фотопластинки;  $\mu_3 = l_1/(l_2+l)$  — масштабный коэффициент преобразования изображения;  $P_3(x_4, y_4) = \int_{-\infty}^{\infty} \int p_2(x_2, y_2) \exp i\varphi_2(x_2, y_2) \times \\ \times \exp[-ik(x_2 x_4 + y_2 y_4)/(l_2 + l)] dx_2 dy_2$ ;  $\Phi_1(x_4, y_4) = \int_{-\infty}^{\infty} \int \exp i\varphi_3(x_3, y_3) \exp[-ik(x_3 x_4 + y_3 y_4)/(l_2 + l)] dx_3 dy_3$  —

Фурье образы соответствующих функций.

Выражения (9), (10) записаны в предположении, что в пределах области существования функции  $\Phi_1(x_4, y_4)$  изменение фазы сферической волны радиуса кривизны  $(l_2+l)l/l_2$  не превосходит  $\pi$ . Если пространственная фильтрация проводится на оптической оси в плоскости  $(x_4, y_4)$  с помощью апертурной диафрагмы  $p_2$  линзы  $L_2$  (рис. 2), причем ее диаметр не превосходит ширины интерференционной полосы для интерференционной картины, локализующейся в плоскости изображения матового экрана, то коррелирующие спектр-поля двух экспозиций в плоскости  $(x_5, y_5)$  описываются выражениями

$$u_1(x_5, y_5) \sim \exp[i\kappa(x_5^2 + y_5^2)/2l_3] \{F[\kappa x_5/l_3, \kappa y_5/l_3] p_1(-x_5, -y_5) \times \\ \times \exp i\varphi_2(-x_5, -y_5) \exp i\varphi_3(-\mu_4 x_5, -\mu_4 y_5) \otimes P_3(x_5, y_5)\}; \quad (11)$$

$$u_2(x_5, y_5) \sim \exp[i\kappa(x_5^2 + y_5^2)/2l_3] \{F[\kappa x_5/l_3, \kappa y_5/l_3] p_1(-x_5 + b, -y_5) \times \\ \times \exp i\varphi_2(-x_5 + b, -y_5) \exp i\varphi_3(-\mu_4 x_5, -\mu_4 y_5) \otimes P_3(x_5, y_5)\}, \quad (12)$$

где  $l_3$  — расстояние между плоскостями  $(x_4, y_4)$ ,  $(x_5, y_5)$ ;  $\mu_4 = l/l_3$  — масштабный коэффициент преобразования изображения:

$$F[\kappa x_5/l_3, \kappa y_5/l_3] = \int_{-\infty}^{\infty} \int t(-\mu_3 x_4, -\mu_3 y_4) \exp i\varphi_0(-\mu_3 x_4, -\mu_3 y_4) \times \\ \times \exp[-ik(x_4 x_5 + y_4 y_5)/l_3] dx_4 dy_4;$$

$$P_3(x_5, y_5) = \int_{-\infty}^{\infty} \int p_2(x_4, y_4) \exp[-ik(x_4 x_5 + y_4 y_5)/l_3] dx_4 dy_4$$

— Фурье образы соответствующих функций.

Выражения (11), (12) записаны в предположении, что линза  $L_2$  на рис. 2 строит в плоскости  $(x_5, y_5)$  изображение зрачка линзы  $L_1$  с единичным увеличением для сокращения математической записи, и на их основании получаем распределение освещенности в плоскости регистрации 4.

$$I(x_5, y_5) \sim \{1 + \cos [\varphi_2(-x_5 + b, -y_5) - \varphi_2(-x_5, -y_5)]\} \times \\ \times |F[\kappa x_5/l_3, \kappa y_5/l_3] \exp i\varphi_3(-\mu_4 x_5, -\mu_4 y_5) \otimes P_3(x_5, y_5)|^2. \quad (13)$$

Из выражения (13) следует, что интерференционная картина бокового сдвига в полосах бесконечной ширины модулирует спектральную структуру. При этом вносимые в световую волну фазовые искажения из-за неплоскостности подложек матового экрана и фотопластинки сосредоточены в пределах спекла и не приводят к изменению вида интерференционной картины, характеризующей осевые волновые aberrации линзы  $L_1$ .

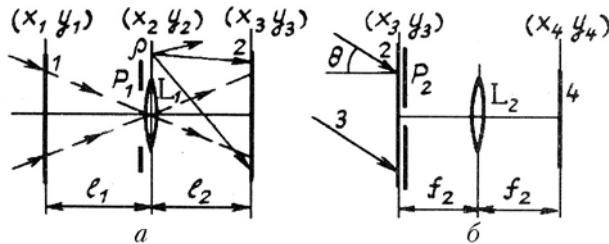


Рис. 3. Схема записи (a) двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения с использованием сферической расходящейся опорной волны и ее восстановление (б)

Чтобы увеличить диапазон контроля линзы или объектива по углу поля (при фиксированном значении пространственного разрешения регистрирующей голограммы среды), рассмотрим проведение двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения матового экрана 1 на рис. 3, a с использованием расходящейся сферической опорной волны. Если ее радиус кривизны в плоскости фотопластинки 2 равен расстоянию от нее до главной плоскости линзы  $L_1$ , то в этом случае ширина спектра пространственных частот голограммы сфокусированного изображения в каждом из направлений координатных осей будет определяться только угловыми размерами освещенной области матового экрана с учетом масштабного преобразования и смещением центра точечного источника 3 относительно центра матового экрана.

При восстановлении голограммы 2 на рис. 3, б плоской волной, угол  $\theta$  падения которой равен  $c/l_2$ , где  $c$  – координата на оси  $x$  центра сферической опорной волны, дифракционное поле в плоскости голограммы принимает вид

$$u(x_3, y_3) \sim \{\{t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i[\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) + \\ + \varphi_1(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)] \otimes P_1(x_3, y_3)\} + \{t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \times \\ \times \exp i[\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) + \varphi_1(-\mu_1 x_3 - a, -\mu_1 y_3)] \otimes \exp(i\kappa b x_3/l_2) \times \\ \times P_1(x_3, y_3)\}\} \exp i\varphi_3(x_3, y_3). \quad (14)$$

Из выражения (14) следует, что спектральные поля двух экспозиций совпадают в плоскости голограммы, где локализуется интерференционная картина, характеризующая искажения фронта волны излучения, используемого для освещения матового экрана. Кроме того, из-за отсутствия в (14) множителя, определяющего в выражениях (3), (4) распределение в плоскости голограммы фазы расходящейся сферической волны радиуса кривизны  $l_2$ , интерференционная картина, характеризующая волновые aberrации линзы  $L_1$ , локализуется в дальней зоне дифракции. Ее регистрация должна проводиться в фокальной плоскости линзы  $L_2$  (рис. 3, б) при выполнении пространственной фильтрации в плоскости голограммы с помощью фильтрующей диафрагмы  $p_2$ .

Считая, что запись голограммы с использованием расходящейся сферической опорной волны проводилась при условии виньетирования линзой  $L_1$  [1, 2], рассмотрим более подробно процесс регистрации интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы. Полагая, что диаметр линзы  $L_2$  (рис. 4, a) превосходит размер изображения матового экрана в плоскости голограммы 2, световое поле в ее задней фокальной плоскости  $(x_4, y_4)$  представим в виде Фурье образа

$$u(kx_4/\ell_2, ky_4/\ell_2) = F[u(x_3, y_3)], \quad (15)$$

где  $F$  – символ операции Фурье преобразования.

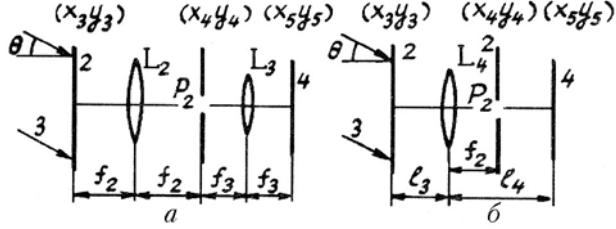


Рис. 4. Схема регистрации интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы сфокусированного изображения, с помощью: *a* — коллимирующей системы линз  $L_2$ ,  $L_3$ ; *b* — одиночной линзы  $L_4$

Пусть в плоскости  $(x_4, y_4)$  помещен непрозрачный экран  $p_2$  с круглым отверстием, центр которого находится на оптической оси. Если диаметр фильтрующего отверстия не превосходит ширины интерференционной полосы для интерференционной картины, локализующейся в дальней зоне дифракции, то на основании выражений (14), (15) световое поле на выходе фильтрующей апертуры принимает вид

$$u(x_4, y_4) \sim p_2(x_4, y_4) \{ \{ F_1 [\kappa x_4/f_2, \kappa y_4/f_2] + F_2 [\kappa x_4/f_2, \kappa y_4/f_2] \} \otimes \Phi_2(x_4, y_4) \}, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} F_1 [\kappa x_4/f_2, \kappa y_4/f_2] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i[\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)] + \\ &+ \varphi_1(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp [-ik(x_3 x_4 + y_3 y_4)/f_2] dx_3 dy_3; \quad F_2 [\kappa x_4/f_2, \kappa y_4/f_2] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i[\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)] + \\ &+ \varphi_1(-\mu_1 x_3 - a, -\mu_1 y_3) \exp [-ik(x_3 x_4 + y_3 y_4)/f_2] dx_3 dy_3; \\ \Phi_2(x_4, y_4) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp i\varphi_3(x_3, y_3) \exp [-ik(x_3 x_4 + y_3 y_4)/f_2] dx_3 dy_3 \end{aligned}$$

— Фурье образы соответствующих функций.

Линза  $L_3$  (рис. 4, *a*) с фокусным расстоянием  $f_3$  осуществляет Фурье преобразование отфильтрованного поля, и в ее задней фокальной плоскости формируется распределение

$$\begin{aligned} u(x_5, y_5) &\sim \{ |\exp i\varphi_1(\mu_1 \mu_5 x_5, \mu_1 \mu_5 y_5) + \exp i\varphi_1(\mu_1 \mu_5 x_5 - a, \mu_1 \mu_5 y_5)| \times \\ &\times |t(\mu_1 \mu_5 x_5, \mu_1 \mu_5 y_5) \exp i[\varphi_0(\mu_1 \mu_5 x_5, \mu_1 \mu_5 y_5) + \varphi_3(-\mu_5 x_5, -\mu_5 y_5)]| \} \otimes P_4(x_5, y_5), \quad (17) \end{aligned}$$

где  $\mu_5 = f_2/f_3$  — масштабный коэффициент преобразования изображения;  $P_4(x_5, y_5) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_2(x_4, y_4) \times$   
 $\times \exp[-ik(x_4 x_5 + y_4 y_5)/f_3] dx_4 dy_4$  — Фурье образ функции пропускания фильтрующего экрана.

Как следует из выражения (17), в плоскости регистрации 4 (рис. 4, *a*) совпадают коррелирующие спектр-поля двух экспозиций и если период изменения функции

$$\exp i\varphi_1(\mu_1 \mu_5 x_5, \mu_1 \mu_5 y_5) + \exp i\varphi_1(\mu_1 \mu_5 x_5 - a, \mu_1 \mu_5 y_5)$$

превосходит размер спектра, определяемый шириной функции  $P_4(x_5, y_5)$ , то распределение освещенности в ней определяется выражением

$$\begin{aligned} I(x_5, y_5) &\sim \{ 1 + \cos [\varphi_1(\mu_1 \mu_5 x_5, \mu_1 \mu_5 y_5) - \varphi_1(\mu_1 \mu_5 x_5 - a, \mu_1 \mu_5 y_5)] \} \times \\ &\times |t(\mu_1 \mu_5 x_5, \mu_1 \mu_5 y_5) \exp i[\varphi_0(\mu_1 \mu_5 x_5, \mu_1 \mu_5 y_5) + \varphi_3(-\mu_5 x_5, -\mu_5 y_5)]| \otimes P_4(x_5, y_5)|^2. \quad (18) \end{aligned}$$

Выражение (18) описывает модулированную интерференционными полосами спектр-структурой. Интерференционная картина представляет интерферограмму бокового сдвига в полосах бесконечной

ширины, которая характеризует искажения фронта волны излучения, используемого для освещения матового экрана.

Проведение же пространственной фильтрации светового поля на оптической оси в дальней зоне дифракции согласно оптической схеме, представленной на рис. 4, б, приводит к следующему распределению светового поля на выходе фильтрующей апертуры  $p_2$

$$\begin{aligned} u(x_4, y_4) \sim p_2(x_4, y_4) \exp [i\kappa(x_4^2 + y_4^2)(f_2 - l_3)/2f_2^2] \times \\ \times \{ \{ F_3[\kappa x_4/f_2, \kappa y_4/f_2] + F_4[\kappa x_4/f_2, \kappa y_4/f_2] \} \otimes \Phi_2(x_4, y_4) \}, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $l_3$  — расстояние между голограммой и линзой  $L_2$ ;

$$\begin{aligned} F_3[\kappa x_4/f_2, \kappa y_4/f_2] = \int_{-\infty}^{\infty} p_1(x_3, y_3) t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i[\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) + \\ + \varphi_1(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)] \exp [-i\kappa(x_3 x_4 + y_3 y_4)/f_2] dx_3 dy_3; \quad F_4[\kappa x_4/f_2, \kappa y_4/f_2] = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} p_1(x_3, y_3) t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i[\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) + \\ + \varphi_1(-\mu_1 x_3 - a_3 - \mu_1 y_3)] \exp [-i\kappa(x_3 x_4 + y_3 y_4)/f_2] dx_3 dy_3 - \end{aligned}$$

— Фурье образы соответствующих функций.

В выражении (19) учтено, что линза  $L_1$  преобразует в изображение световую информацию о матовом экране, которую несут компоненты с пространственными частотами до  $v_{\max} = d/2\lambda l_1$ , где  $d$  — диаметр апертуры линзы  $L_1$ ,  $\lambda$  — длина волны когерентного источника света, используемого для записи и восстановления голограммы. Полагая, что линза  $L_2$  переотображает изображение матового экрана в плоскость  $(x_5, y_5)$ , то есть  $(1/f_2) = (1/l_3) + (1/l_4)$ , получаем распределение дифракционного поля в плоскости регистрации 4 в виде

$$\begin{aligned} u(x_5, y_5) \sim \exp [i\kappa(x_5^2 + y_5^2)/2(l_4 - f_2)] \{ p_1(-\mu_6 x_5, -\mu_6 y_5) t \times \\ \times (\mu_1 \mu_6 x_5, \mu_1 \mu_6 y_5) \exp i[\varphi_0(\mu_1 \mu_6 x_5, \mu_1 \mu_6 y_5) + \varphi_3(-\mu_6 x_5, -\mu_6 y_5)] \times \\ \times [\exp i\varphi_1(\mu_1 \mu_6 x_5, \mu_1 \mu_6 y_5) + \exp i\varphi_1(\mu_1 \mu_6 x_5 - a, \mu_1 \mu_6 y_5)] \otimes P_5(x_5, y_5) \}, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $\mu_6 = l_3/l_4$  — масштабный коэффициент преобразования изображения;  
 $P_5(x_5, y_5) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_2(z_4, y_4) \exp [-i\kappa(x_4 x_5 + y_4 y_5)/(l_4 - f_2)] dx_4 dy_4$  — Фурье образ функции пропускания фильтрующего экрана.

На основании выражения (20) суперпозиция коррелирующих спектр-полей приводит к следующему распределению освещенности:

$$\begin{aligned} I(x_5, y_5) \sim \{ 1 + \cos [\varphi_1(\mu_1 \mu_6 x_5, \mu_1 \mu_6 y_5) - \varphi_1(\mu_1 \mu_6 x_5 - a, \mu_1 \mu_6 y_5)] \} \times \\ \times |p_1(-\mu_6 x_5, -\mu_6 y_5) t(\mu_1 \mu_6 x_5, \mu_1 \mu_6 y_5) \exp i[\varphi_0(\mu_1 \mu_6 x_5, \mu_1 \mu_6 y_5) + \\ + \varphi_3(-\mu_6 x_5, -\mu_6 y_5)] \otimes P_5(x_5, y_5)|^2. \end{aligned} \quad (21)$$

В этом случае пространственная протяженность интерференционной картины, характеризующей искажения фронта волны излучения, освещающего матовый экран, ограничивается диаметром апертурной диафрагмы линзы  $L_1$ .

В эксперименте двухэкспозиционные голограммы записывались на фотопластинках типа Микрат-ВРЛ с использованием излучения Не-Не-лазера на 0,63 мкм. В качестве примера на рис. 5, а представлена интерферограмма бокового сдвига на величину  $b = 1$  мм, зарегистрированная при проведении пространственной фильтрации на оптической оси в плоскости изображения матового экрана.

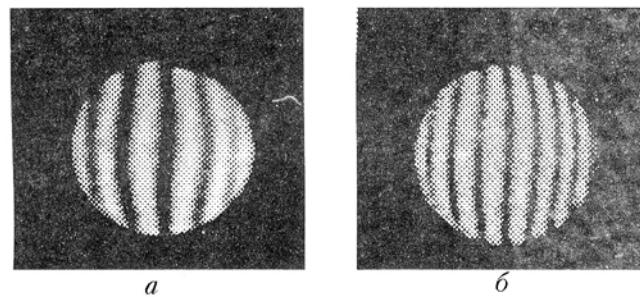


Рис. 5. Интерферограммы бокового сдвига, зарегистрированные при проведении пространственной фильтрации в плоскости: *а* — локализации изображения; *б* — голограммы

Интерференционная картина характеризует сферическую aberrацию с предфокальной дефокусировкой линзы  $L_1$  с фокусным рассеянием  $f_1 = 160$  мм, диаметром  $d = 24$  мм, с помощью которой проводилась запись голограммы сфокусированного изображения с единичным увеличением при его локализации на расстоянии  $l = 100$  мм от фотопластинки. Проведение же пространственной фильтрации таким образом записанной двухэкспозиционной голограммы в ее плоскости на оптической оси приводит к образованию интерференционной картины, представленной на рис. 5, *б*, с увеличенным числом интерференционных полос. Изменение числа полос объясняется тем, что при фильтрации в плоскости изображения полностью исключается влияние фазовых искажений фронта волны излучения, используемого для освещения матового экрана. По мере удаления фильтрующей апертуры от плоскости изображения растет пространственная частота интерференционных полос, отражающих искажения фронта волны излучения, освещавшего матовый экран, и уменьшается вклад в интерференционную картину волновых aberrаций линзы  $L_1$ .

На рис. 6, *а* представлена интерферограмма бокового сдвига, зарегистрированная в дальней зоне дифракции при проведении пространственной фильтрации на оптической оси в плоскости голограммы путем ее восстановления малоапертурным лазерным пучком диаметра  $\approx 1$  мм. Двухэкспозиционная голограмма сфокусированного с единичным увеличением в плоскости фотопластинки изображения матового экрана записывалась с использованием расходящейся сферической опорной волны при величинах сдвигов:  $a = 2$  мм,  $b = 1$  мм с точностью 0,002 мм. Фокусное расстояние линзы  $L_1$  равнялось 180 мм,  $d = 20$  мм, диаметр освещенной области матового экрана составлял 45 мм. Интерференционная картина характеризует сферическую aberrацию линзы  $L_1$  в параксимальном фокусе. Проведение же пространственной фильтрации на оси  $x$ , параллельной сдвигу, в точке с координатами  $x_{30} = 14$  мм,  $y_{30} = 0$  приводит к образованию интерференционной картины, представленной на рис. 6, *б* и характеризующей сочетание осевых волновых aberrаций на рис. 6, *а* и внеосевых типа комы. Вид интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы, приведен на рис. 6, *в*.

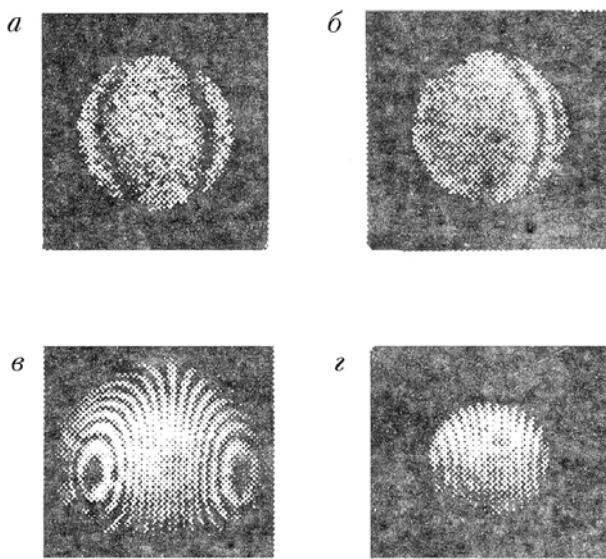


Рис. 6. Интерферограммы бокового сдвига, зарегистрированные при проведении пространственной фильтрации в плоскости: *а* — голограммы на оптической оси; *б* — голограммы вне оптической оси; *в* — частотной с помощью коллимирующей системы линз; *г* — частотной с помощью одиночной линзы

Интерферограмма бокового сдвига характеризует в этом случае сферическую aberrацию с зафокальной дефокусировкой волны излучения, освещавшего матовый экран. Ее регистрация проводи-

лась с помощью коллимирующей системы линз при проведении пространственной фильтрации на оптической оси в частотной плоскости с диаметром фильтрующего отверстия  $\approx 5$  мм. В случае же восстановления голограммы согласно рис. 4, б интерференционная картина ограничивается апертурой линзы  $L_1$ , как это показано на рис. 6, г. Следует отметить, что при восстановлении голограммы в (+1) порядке дифракции интерференционная картина, характеризующая волновые aberrации линзы  $L_1$ , также локализуется в дальней зоне дифракции, а обусловленная искажениями фронта волны излучения, используемого для освещения матового экрана, — в плоскости голограммы. В свою очередь, последняя регистрируется с помощью коллимирующей системы линз. При регистрации же с помощью одиночной линзы поле зрения также ограничивается апертурой линзы  $L_1$ .

Таким образом, полученные результаты демонстрируют следующие особенности голограммической дифференциальной интерферометрии с использованием диффузно рассеянных полей. Интерференционные картины, характеризующие волновые aberrации линзы, с помощью которой проводится двухэкспозиционная запись голограммы сфокусированного изображения матового экрана, и искажения фронта волны его освещения локализуются в различных плоскостях. Это позволяет регистрировать их независимо друг от друга при проведении пространственной фильтрации. Фазовые же искажения, вносимые в световую волну из-за неплоскостности матового экрана и фотопластинки, сосредоточиваются в пределах спекла и не оказывают влияния на вид интерференционных картин.

1. Гусев В. Г. //Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 9. С. 934—945.
2. Гусев В. Г. //Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 10. С. 1034—1044.
3. Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л. Оптическая голограмма. М.: Мир, 1973. 670 с.
4. Горский С.М., Зверев В.А., Матвеев А.Л. //Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20. № 4. С. 522—527.
5. Гудман Дж. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 359 с.
6. Гусев В. Г., Лазарев С. В. //Оптико-мех. пром. 1986. № 9. С. 8—10.
7. Гусев В. Г. //Изв. вузов. Приборостроение. 1989. Т. 32. № 5. С. 65—70.
8. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 846 с.
9. Джоунс Р., Уайкс К. Голограммическая и спектр-интерферометрия. М.: Мир, 1986. 320 с.

Томский государственный университет им. В.В. Куйбышева

Поступила в редакцию  
12 октября 1990 г.

**V. G. Gusev. The Spatial Filtration of the Shear Interferograms in the Hologram Interferometry of the Focused Image.**

The analysis of the shear interferometer is presented on the basis of two-exposure hologram records of the focused image of a diffusion screen by performing two successive Fourier transformations. It is shown theoretically and experimentally that the control of a lens or an objective over the viewing field is provided by making spatial filtration in the hologram plane. The spatial filtration in the far-zone diffraction gives interference fringe pattern recording which determines phase distortions of an incident light wave of the diffusion screen due to the aberrations formed by its optical system.