«Оптика атмосферы и океана», **5**, № 3 (1992)

УДК 535.36

А.П. Шелехов

ОБРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ С ДИСКРЕТНЫМИ ВКРАПЛЕНИЯМИ

Рассмотрена задача рассеяния оптического излучения в турбулентной среде с дискретными вкраплениями в случаях, когда можно ограничиться конечным числом членов в разложении оператора рассеяния по процессам многократного рассеяния на двухкомпонентной среде: турбулентные неоднородности показателя преломления и ансамбль частиц. Представленные выражения для поля рассеянной волны можно использовать для теоретической разработки методов лидарного зондирования параметров атмосферной турбулентности и для оценки ошибки измерений, возникающей из-за случайных крупномасштабных пульсаций показателя преломления на трассе «лидар—рассеивающий объем».

1. Введение

Теоретическое обоснование лидарных методов зондирования параметров атмосферной турбулентности требует решения задачи обратного рассеяния оптического излучения в среде с дискретными вкраплениями. Данная задача решалась в приближении однократного рассеяния на системе дискретных вкраплений в работах [1] — для мягких частиц, [2] — для идеально отражающих дисков, [3, 4] — для точечных частиц. Введение в рассмотрение конкретных типов рассеивателей существенным образом упрощает математические рассуждения. Например, в случае рассеяния оптической волны на идеально отражающих дисках эта задача сводится к задаче отражения оптического излучения от поверхности, находящейся в турбулентной среде [5]. В то же время результаты расчетов статистических характеристик рассеянного света, полученные для конкретных типов рассеивателей, имеют ограниченную область применения.

Последовательное, решение задачи, обратного рассеяния оптического излучения в турбулентной среде с дискретными вкраплениями можно осуществить, если исходить из теории многократного рассеяния волн [6]. Согласно этой теории проблема сводится к записи оператора рассеяния в виде разложения по процессам многократного рассеяния и последующего анализа членов данного ряда. В настоящей статье рассматривается эта задача в трех случаях, в которых можно ограничиться конечным числом членов в разложении оператора рассеяния. Разложение осуществляется по процессам многократного рассеяния на двухкомпонентной среде: турбулентные неоднородности и система частиц. Первый случай соответствует обратному рассеянию монохроматической волны в турбулентной среде с дискретными вкраплениями, локализованными в объеме конечных размеров. Второй и третий случаи, в которых можно ограничиться конечным числом членов данного ряда, — это задачи однократного рассеяния монохроматической волны и импульсного излучения на системе частиц, находящихся в турбулентной среде. Отметим, что задача обратного рассеяния импульсного оптического излучения представляет особый интерес для анализа работы] ЛП-лидара, когда необходимо знать представление поля рассеянного] излучения, модулированного во времени, для записи уравнений генерации лазера с внешним отражателем [7].

2. Обратное рассеяние оптической волны в турбулентной среде с дискретными вкраплениями, локализованными в объеме конечных размеров

В квазистатическом приближении и в отсутствие деполяризации оптической волны в рассеивающей среде амплитуда поля, гармонически зависящего от времени

$$E(\mathbf{r}, t) = u(\mathbf{r}, \omega)\exp(-i\omega t),$$

является решением волнового уравнения [8]

$$\{\Delta + k^2[1 + \varepsilon(\mathbf{r})]\}u(\mathbf{r}, \omega) = 0, \tag{1}$$

где Δ — оператор Лапласа; $k = \omega/c$ — волновое число; $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_t(\mathbf{r}) + \varepsilon_p(\mathbf{r})$ — суммарные флуктуации диэлектрической проницаемости среды; $\varepsilon_t(\mathbf{r})$ — турбулентные флуктуации диэлектрической проницаемости; $\varepsilon_p(\mathbf{r})$ — флуктуации диэлектрической проницаемости, обусловленные частицами.

Решение уравнения (1) представим через T-оператор (оператор рассеяния) в виде [6]

$$u = (I + G_0T)u_i, \tag{2}$$

где I — единичный оператор; G_0 — функция Грина свободного пространства.

Первое слагаемое в правой части выражения (2) описывает распространение падающего оптического излучения u_i. Второе слагаемое является по определению рассеянной волной

$$u_s = G_0 T\ u_i.$$

Поле падающего оптического излучения удовлетворяет следующему уравнению:

$$\{\Delta + k^2\} u_i(\mathbf{r},\ \omega) = 0. \tag{3}$$

В случае лазерного зондирования параметров атмосферы задается значение поля в плоскости излучающей апертуры $u_0(\mathbf{r},\ \omega)$. Отыскание решения уравнения (3) с таким граничным условием является задачей Дирихле.

При рассмотрении второго слагаемого в выражении (2) введем по аналогии с квантовой механикой [6, 9] рассеивающие потенциалы следующим образом:

$$V(\mathbf{r}) = -k^2 \varepsilon(\mathbf{r}),$$
$$V_t(\mathbf{r}) = -k^2 \varepsilon_t(\mathbf{r}),$$
$$V_p(\mathbf{r}) = -k^2 \varepsilon_p(\mathbf{r})\,.$$

Уравнения многократного рассеяния для среды, представляющей собой турбулентную атмосферу с дискретными вкраплениями, запишем в виде

$$T = V + V G_0 T, \tag{4}$$
$$T_t = V_t + V_t G_0 T_t, \tag{5}$$
$$T_p = V_p + V_p G_0 T_p, \tag{6}$$

где T_t и T_p — операторы, которые описывают рассеяние оптической волны соответственно на турбулентных неоднородностях среды и на ансамбле частиц.

Разложение T-оператора по процессам многократного рассеяния на потенциалах V_t и V_p имеет вид

$$T = T_t + T_p + T_t G_0 T_p + T_p G_0 T_t + T_t G_0 T_p G_0 T_t + T_p G_0 T_t G_0 T_p + \dots\ . \tag{7}$$

Первое слагаемое в разложении T-оператора (7) описывает рассеяние падающего оптического излучения на турбулентных неоднородностях среды, второе — на ансамбле частиц. Эти два первых слагаемых относятся к процессам однократного рассеяния и графически изображены на рис. 1, *а*, *б*.

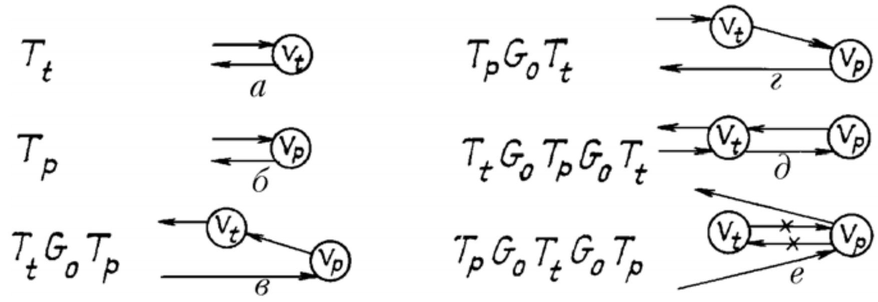

Рис. 1

Кружочками на рисунке обозначены рассеивающие потенциалы, стрелками — направление распространения оптической волны до рассеяния и после рассеяния на данном потенциале. Остальные члены в выражении (7) описывают двухкратное, трехкратное и т. д. рассеяние падающей волны на потенциалах V_t и V_p. На рис. 1, *в. г*, *д*, *е* изображены процессы двухкратного и трехкратного рассеяния, соответствующие четырем следующим членам ряда (7). Например, процесс трехкратного рассеяния, изображенный на рис. 1, *д*, описывает последовательность рассеяния падающего оптического излучения на рассеивающих потенциалах: турбулентные неоднородности показателя преломления — ансамбль частиц — турбулентные неоднородности показателя преломления.

В зависимости от расположения рассеивателей в пространстве и характера рассеяния оптического излучения в среде члены ряда (7) могут иметь различный порядок малости. Выделяется три случая, в которых при дальнейшем рассмотрении в разложении T-оператора достаточно ограничиться конечным числом членов ряда (7). Первый случай рассматривается в данной части статьи. Это рассеяние оптического излучения на ансамбле частиц, локализованных в объеме, поперечные размеры которого много меньше, чем длина трассы. Другие два случая будут рассмотрены в третьей и четвертой частях данной статьи.

Физическая картина, которая приводит к различным порядкам членов ряда (7) в первом случае, следующая. Известно [5, 8], что турбулентная атмосфера представляет собой среду с крупномасштабными неоднородностями, характерные размеры которых велики по сравнению с длиной волны. Рассеянные волны в такой среде распространяются в том же направлении, что и первичная волна. Рассеянием на большие углы, в том числе и обратным рассеянием можно полностью пренебречь, даже если оптическое излучение распространяется через всю толщу атмосферы Земли. Поэтому в разложении оператора рассеяния (7) достаточно оставить только те члены ряда, которые не связаны с обратным рассеянием на турбулентных неоднородностях среды.

Первое слагаемое в выражении (7) описывает обратное рассеяние падающего излучения на турбулентных неоднородностях среды, поэтому его можно не учитывать. Второе слагаемое описывает рассеяние падающего излучения на ансамбле частиц. При его рассмотрении следует принимать во внимание естественное предположение о том, что сигнал обратного рассеяния определяется атмосферными частицами. Таким образом, второе слагаемое необходимо учитывать при дальнейшем анализе ряда (7). Аналогичная картина возникает также при рассмотрении третьего, четвертого и пятого слагаемых в выражении (7).

Рассмотрим слагаемое $T_pG_0T_tG_0T_p$. Оно соответствует такой последовательности рассеяния падающего оптического излучения: ансамбль частиц — турбулентные неоднородности показателя преломления — ансамбль частиц. Из рис. 1, *е* видно, что в случае, если частицы локализованы в объеме, поперечные размеры которого много меньше, чем длина трассы, то после взаимодействия с потенциалом V_p оптическая волна рассеивается в направлении «назад» по отношению к падающей волне. Эти две волны на рисунке помечены крестиками. Отметим, что в слагаемом $T_pG_0T_tG_0T_p$ оптическая волна, связанная с обратным рассеянием на турбулентных неоднородностях показателя преломления, может не появиться, если частицы будут не локализованы. Анализ членов ряда кратность которых выше $T_pG_0T_tG_0T_p$, показывает, что их можно не учитывать в дальнейшем рассмотрении по тем же причинам.

Таким образом, основной вклад в обратно рассеянное излучение в случае ансамбля частиц, локализованного в объеме конечных размеров, вносят только четыре члена ряда T_p, $T_tG_0T_p$, $T_pG_0T_t$, $T_tG_0T_pG_0T_t$, графическое изображение которых представлено на рис. 1, *б*, *в*, *г*, *д*. Группируя эти члены ряда и подставляя полученное выражение в формулу (2), получаем интегральное представление для поля волны, рассеянной в турбулентной среде с дискретными вкраплениями, локализованными в объеме конечных размеров

$$u_s(\mathbf{r},\ \omega) = \int G_t(\mathbf{r},\ \mathbf{r}_1;\ \omega)\, T_p(\mathbf{r}_1,\ \mathbf{r}_2;\ \omega)\, u_{it}(\mathbf{r}_2;\ \omega)\, d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \tag{8}$$

где $G_t(\mathbf{r},\ \mathbf{r}_1;\ \omega)$ — функция Грина турбулентной среды; $T_p(\mathbf{r},\ \mathbf{r}_2;\ \omega)$ — ядро T-оператора.

При теоретических расчетах статистических характеристик поля рассеянной волны удобнее исходить из следующего уравнения для функции Грина:

$$G_t = G_0 + G_0 V_t G_0,$$

которое учитывает многократное обратное рассеяние на турбулентных, неоднородностях, а в процессе вычислений переходить к ее приближенной записи. Поле $u_{it}(\mathbf{r};\ \omega)$ является решением задачи рассеяния оптического излучения $u_i(r;\ \omega)$ в турбулентной среде и удовлетворяет уравнению

$$\{\Delta + k^2\,[1 + \varepsilon_t(\mathbf{r})]\}\, u_{it}(\mathbf{r};\ \omega) = 0. \tag{9}$$

Известно [5, 8], что задачу рассеяния (9) можно свести к задаче распространения оптического излучения в турбулентной среде, если пренебречь волной, рассеянной в направлении «назад» на $\varepsilon_t(\mathbf{r})$. В этом приближении решение задачи (9) записывается в виде дифракционного интеграла Гюйгенса—Кирхгофа

$$u_{it}(\mathbf{r};\ \omega) = 2ik \int G_t(\mathbf{r},\ \mathbf{r}_1;\ \omega)\, u_0(\mathbf{r}_1;\ \omega)\, dS_1, \tag{10}$$

где dS_1 — элемент площади излучающей апертуры. При выводе формулы (8) предполагалось, что только рассеяние в направлении «назад» на турбулентных неоднородностях среды полностью отсутствует. Следовательно, представление для поля рассеянной волны (8) учитывает явления многократного рассеяния оптического излучения «вперед» на турбулентных неоднородностях среды и явления многократного рассеяния на ансамбле частиц.

3. Однократное рассеяние оптической волны на системе частиц, находящихся в турбулентной среде

Перейдем к анализу членов ряда (7) в случае однократного рассеяния оптической волны на ансамбле частиц, находящихся в объеме произвольных размеров. Представим рассеивающий потенциал ансамбля частиц в виде суммы рассеивающих потенциалов одиночных частиц [10], т.е.

$$V_p(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^{N} V_m(\mathbf{r}),$$

где N — число частиц. Будем считать, что известен вид оператора рассеяния одиночной частицы, который удовлетворяет уравнению

$$T_m = V_m + V_m G_0 T_m.$$

Разложение T-оператора по процессам многократного рассеяния на ансамбле частиц можно записать в следующем виде:

$$T_p = \sum_m T_m + \sum_m \sum_{n \neq m} T_m G_0 T_n + \sum_m \sum_{n \neq m} \sum_{k \neq n} T_m G_0 T_n G_0 T_k + \ldots \tag{11}$$

В приближении однократного рассеяния в разложении T-оператора можно ограничиться только первой суммой ряда (11). В этом случае рассеяние на отдельной частице происходит независимо от других частиц. Поле рассеянной волны представляет собой сумму полей рассеянных волн на отдельных частицах, находящихся в турбулентной среде. Поскольку размеры атмосферных частиц много меньше длины трассы, то характер рассеяния оптической волны на частице, находящейся в турбулентной среде, совпадает с особенностями рассеяния оптического излучения в турбулентной атмосфере с дискретными вкраплениями, локализованными в объеме конечных размеров. Тогда из формулы (8) после замены $T_p(\mathbf{r}_1, \mathrm{r}_2; \omega) \to T_m(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega)$ следует, что поле рассеянной волны на частице, находящейся в турбулентной среде, имеет вид

$$u_{sm}(\mathbf{r}; \omega) = \int G_t(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; \omega)\, T_m(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega)\, u_{it}(\mathbf{r}_2; \omega)\, d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \tag{12}$$

В дальнейшем будем предполагать, что, во-первых, частицы находятся в дальней зоне. В этом случае амплитуда рассеяния одиночной частицы сформировалась и равна

$$A_m = \frac{1}{2ik} \int \mathrm{e}^{-ik\mathbf{q}\mathbf{r}'_1}\, T_m(\mathbf{r}_m + \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_m + \mathbf{r}'_2; \omega)\, \mathrm{e}^{ik\mathbf{p}\mathbf{r}'_2}\, d\mathbf{r}'_1\, d\mathbf{r}'_2,$$
$$\mathbf{q} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_m}{|r - r_m|}, \quad \mathbf{p} = \frac{\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_m}{|\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_m|},$$

где $\mathbf{r}_m$ — координата центра частицы. Во-вторых, будем предполагать, что A_m является плавной функцией своих аргументов $\mathbf{q}$ и $\mathbf{p}$. В третьих, будем считать, что характерные размеры частиц много меньше пространственных масштабов изменения функции Грина $G_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega)$, которые определяются турбулентной средой. Первые два предположения являются традиционными при рассмотрении задачи однократного рассеяния оптической волны на дискретных вкраплениях [8, 11]. Третье предположение обусловлено характером рассеяния оптической волны, прошедшей слой турбулентной среды. Суть этого предположения можно понять из следующих рассуждений. Радиус когерентности, радиус корреляции флуктуаций интенсивности и другие величины, определяемые из поведения корреляционных функций поля сферической волны в турбулентной среде более высоких порядков, являются пространственными масштабами изменения функции Грина. Таким образом, утверждение о том, что характерные размеры частиц много меньше радиуса когерентности, означает, что частица находится в полностью когерентном поле. Аналогичное утверждение, но для радиуса корреляции флуктуаций интенсивности означает, что частица находится в пределах одного темного или светлого пятна спекл-картины, обусловленной турбулентными пульсациями показателя преломления. В силу существенного различия характерных размеров частиц и этих масштабов третье предположение не приводит к жестким ограничениям при его использовании. При выполнении данных трех предположений выражение (12) можно записать в следующем виде:

$$u_{sm}(\mathbf{r}; \omega) = A_m G_t(\mathbf{r}, \mathbf{r}_m; \omega)\, u_{it}(\mathbf{r}_m; \omega). \tag{13}$$

Выражение для поля волны, однократно рассеянной на дискретных вкраплениях, находящихся в турбулентной среде, представляет собой сумму выражений вида (13) по индексу m

$$u_s(\mathbf{r}; \omega) = 2ik \sum_{m=1}^{N} A_m G_t(\mathbf{r}, \mathbf{r}_m; \omega)\, u_{it}(\mathbf{r}_m; \omega). \tag{14}$$

Формулу (14) можно рассматривать как обобщение известного представления для поля однократно рассеянной волны на дискретных вкраплениях [8, 11] на среду, представляющую собой турбулентную атмосферу и частицы. Отметим, что явления многократного рассеяния «вперед» на турбулентных неоднородностях показателя преломления в выражении (14) учитываются в полном объеме.

4. Однократное рассеяние импульсного излучения на системе частиц, находящихся в турбулентной среде

При решении задачи однократного рассеяния импульсного излучения на системе частиц, находящихся в турбулентной среде, можно воспользоваться результатами предыдущей части статьи. С этой целью представим связь между полем рассеянной волны, гармонически зависящим от времени, и полем рассеянного импульсного излучения в следующем виде:

$$E_s^{imp}(\mathbf{r},\ t) = \frac{1}{2\pi}\int u_s(\mathbf{r},\ \omega)\, e^{-i\omega t}\, d\omega, \tag{15}$$

где t — время. В поле рассеянного импульсного излучения выделим огибающую $u_s^{imp}(\mathbf{r}, t)$ и несущую частоту импульса ω_0

$$E_s^{imp}(\mathbf{r},\ t) = u_s^{imp}(\mathbf{r},\ t)\, e^{-i\omega_0 t}.$$

Начальное распределение поля $u_0(\mathbf{r},\ \omega)$ представим в виде произведения двух функций

$$u_0(\mathbf{r},\ \omega) = f(\omega - \omega_0)\, u_0(\mathbf{r}),$$

где $u_0(\mathbf{r})$ — функция, которая описывает пространственное распределение поля источника, а функция $f(\omega-\omega_0)$ — определяется из следующей формулы:

$$f(\Omega) = \frac{1}{2\pi}\int \beta(t)\, e^{i\Omega t}\, dt.$$

Здесь функция $\beta(t)$ описывает временную амплитудно-фазовую модуляцию падающего излучения в плоскости источника.

Будем считать, что длительность импульса, с одной стороны, достаточно велика (единицы пикосекунд и более), а с другой стороны — значительно меньше времени изменения состояния атмосферы $10^{-1}\div 10^{-3}$ с). В этих условиях можно пренебречь временной деформацией импульса при распространении в турбулентной среде. Отметим, что при таких предположениях решена задача отражения импульсного излучения от поверхности, находящейся в турбулентной среде, в работе [12]. При данных ограничениях на длительность импульса подстановка формулы (14) в соотношение (15) и выполнение необходимых преобразований приводит к следующему выражению для огибающей однократно рассеянного импульсного излучения на системе частиц, находящихся в турбулентной атмосфере,

$$u_s^{imp}(\mathbf{r},\ t) = 2ik_0 \sum_{m=1}^{N} A_m G_t(\mathbf{r},\ \mathbf{r}_m;\ \omega_0)\, u_{it}^{imp}\left(\mathbf{r}_m,\ t - \frac{1}{c}|\mathbf{r} - \mathbf{r}_m|\right), \tag{16}$$

где

$$k_0 = \omega_0/c,\ u_{it}^{imp}(\mathbf{r}_m,\ t) = 2ik_0 \int \beta\left(t - \frac{1}{c}|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_1|\right) G_t(\mathbf{r}_m,\ \mathbf{r}_1;\ \omega_0)\, u_0(\mathbf{r}_1)\, dS_1. \tag{17}$$

Случайная природа выходного сигнала лидарных систем определяется статистическими свойствами рассеянного излучения. Формулы (8), (14), (16) являются основой для определения статистических свойств рассеянного излучения в турбулентной среде с дискретными вкраплениями. Знание этих свойств позволит решить следующие проблемы: теоретически разработать методы лидарного зондирования параметров атмосферной турбулентности и оценить ошибку, возникающую из-за случайных крупномасштабных пульсаций показателя преломления на трассе «лидар—рассеивающий объем» в результате измерений. Обсуждение данных проблем есть предмет последующих публикаций.

1. Виноградов А.Г., Теохаров А.Н. //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1980. Т. 23. №10. С. 1177—1184.
2. Крупник А.Б., Саичев А.И. //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1981. Т. 24. № 3. С. 322–325.
3. Clifford S.E., Wandzura S.N. //Appl. Optics. 1981. V. 20. № 3. ‘P. 514—516.
4. Беленький М.С., Шелехов А.П. //II Всесоюзное совещание по распространению лазерного излучения в дисперсной среде. Ч. 1. Обнинск: ВНИИГМИ-МЦД. 1982. С. 157—160.
5. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Оптика турбулентной атмосферы Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 270 с.

6. Н ь ю т о н Р . Теория рассеяния волн. М.: Мир, 1969, 608 с.
7. Ш е л е х о в А . П . //Оптика атмосферы 1991 Т. 4. № 8. С. 809–818.
8. Р ы т о в С . М . , К р а в ц о в Ю . А . , Т а т а р с к и й В . И . Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. М.: Наука. 1976. 494 с.
9. С у н а к а в а С . Квантовая теория рассеяния. М.: Мир, 1979. 269 с.
10. Б а р а б а н е н к о в Ю . И . //УФН. 1975. Т. 7. Вып. 1. С. 49–78.
11. К р о с и н ь я н и Б . , Д и П о р т о П . , Б е р т о л о т т и М . Статистические свойства рассеянного света. М.: Наука, 11980. 206 с.
12. О р л о в В . М . , С а м о х в а л о в И . В . , М а т в и е н к о Г . Г . и др. Элементы теории светорассеяния и оптическая локация. Новосибирск: Наука, 1986. 248 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томок

Поступила в редакцию
6 декабря 1991 г.

A . P . S h e l e k h o v . **Backscattering of Optical Radiation in a Turbulent Medium with Discrete Disseminations**.

In this paper a problem on scattering of optical radiation in a turbulent medium with discrete disseminations is discussed for the cases when only finite number of terms in the expansion of scattering operator over multiple scattering processes in a two-component medium composed of turbulent inhomogeneities and ensemble of particles are taken into account. Expressions obtained in this paper for the field of scattered wave can be used in theoretical studies of lidar techniques for sensing parameters of turbulent atmosphere, as well as for estimating errors due to large scale pulsations of the atmospheric refractive index along the sounding path.