

М.В. Журавлев

Сходимости амплитуд парциальных волн характеристик светорассеяния микроочага оптического и СВЧ-пробоя

Университет, г. Тель-Авив, Израиль

Поступила в редакцию 14.06.2007 г.

Рассмотрена сходимость амплитуд парциальных волн характеристик светорассеяния для расширяющегося микроочага плазмы оптического и СВЧ-пробоя. Представлены асимптотические приближения для одновременного роста индекса моды и параметра дифракции. На основании сходимости сделан вывод о корректности применения рекуррентных алгоритмов при вычислении характеристик светорассеяния для очагов плазмы оптического пробоя и представлена таблица для выбора алгоритмов.

Распространение мощного сверхвысокочастотного и лазерного излучения в аэрозольной среде сопровождается возникновением плазменных микроочагов или плазменных сгустков оптического пробоя (ОП) за счет фотоионизации атомов и молекул [1]. Оптические свойства плазменного микроочага определяются формой очага, пространственным распределением комплексного показателя преломления и коэффициентом поглощения на длине волны лазерной или СВЧ-накачки, инициирующей плазменный микроочаг пробоя. Расширение плазмы оптического пробоя вокруг аэрозольной частицы связано с генерацией светодетонационных волн за счет высокой концентрации электромагнитных полей в объеме аэрозольной частицы и ее поверхностном слое [2].

Формирование детонационной волны в плазме ОП вокруг затравочной аэрозольной частицы происходит в несколько последовательных временных стадий, при которых наблюдаются сферическая симметрия распределения концентрации электронов и однородность показателя преломления плазмы ОП [3, 4]. Более того, в работах [1, 3, 4] показана возможность реализации таких режимов развития плазменных сгустков, при которых оптические свойства микроочага моделирует однородный плазменный шар с комплексным показателем преломления $|m| < 1$.

Для поглощающих плазменных сфер в поле лазерного излучения на длине волны накачки 1,06 мкм в работе [1] с помощью численного моделирования были получены индикатрисы рассеяния и распределения интенсивности электромагнитных полей внутри плазменного сгустка для параметров дифракции вплоть до 22 и комплексного показателя преломления $m = 0,7 - i0,47$.

При изучении физической природы сонолюминесценции широко используется математическая модель рассеяния плоской электромагнитной волны на осциллирующих пузырьках воздуха и сферическом плазменном сгустке, сформированном воздействием периодической ударной волны в воде, для определения временной зависимости радиуса пузырька и коэффициента показателя преломления [5, 6]. Оптические свойства пузырьков: интенсивность и поляризационные характеристики для радиусов в диапазоне 15–30 мкм на длине волны накачки 0,55 мкм, при коэффициенте преломления в диапазоне от 0,3 до 0,9 без учета поглощения были изучены в работах [5, 6].

Распределение электромагнитных полей внутри и вне сферы известны из теории Ми [7]. В монографиях [7, 8] отмечены трудности расчета характеристик светорассеяния при больших параметрах дифракции $\rho \geq 60$, $\rho = 2\pi a/\lambda$, где λ — длина волны падающего излучения; a — радиус плазменной сферы и комплексных показателей преломления, поскольку для корректного расчета требуется учет большого количества амплитуд парциальных волн, составляющих функциональный ряд в теории Ми. Поэтому представляется необходимым рассмотреть сходимость амплитуд парциальных волн в указанном диапазоне, поскольку основные расчеты экстинкции и эффективного коэффициента поглощения излучения реализуются в виде последовательностей функций Риккати–Бесселя первого (ФРБ1) и третьего (ФРБ3) рода с комплексным аргументом, вычисленных по рекуррентным алгоритмам [9, 10].

Впервые на необходимость рассмотрения сходимости амплитуд парциальных волн в расчетах по рекуррентным формулам было указано в [11]. Там же для ФРБ1 и ФРБ3 были использованы асим-

птотики В.А. Фока для построения контрольной сетки. С помощью асимптотических представлений для ФРБ1 и ФРБ3 построена сетка значений для промежуточной области параметра дифракции в той области, где приближения геометрической оптики еще не работают, а приближение Рэлея уже неприменимо. В связи с этим представляется необходимым получить оценки для амплитуд парциальных волн для сферического плазменного сгустка и корректно показать сходимость амплитуд парциальных волн в случае расширяющегося сферического плазменного сгустка и пульсирующего пузырька воздуха в жидкости с комплексным показателем преломления в промежуточной области параметра дифракции.

Используя асимптотические формулы [12], можно показать сходимость амплитуд парциальных волн для расширяющегося крупного плазменного сгустка. Записывая выражение для амплитуд парциальных волн в удобном для вычислений виде, имеем [13]:

$$a_n = \frac{\Psi_n(\rho)}{\zeta_n(\rho)} \left[\frac{D_n(m\rho) - mD_n(\rho)}{D_n(m\rho) - mC_n(\rho)} \right]; \quad (1)$$

$$b_n = \frac{\Psi_n(\rho)}{\zeta_n(\rho)} \left[\frac{mD_n(m\rho) - D_n(\rho)}{mD_n(m\rho) - C_n(\rho)} \right], \quad (2)$$

где $D_n(\rho)$ и $C_n(\rho)$ – логарифмические производные ФРБ1 и ФРБ3 соответственно имеют вид [14]:

$$D_n(\rho) = \Psi'_n(\rho) / \Psi_n(\rho); \quad (3)$$

$$C_n(\rho) = \zeta'_n(\rho) / \zeta_n(\rho). \quad (4)$$

В свою очередь, ФРБ1 и ФРБ3 имеют вид [8]:

$$\Psi_n(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} J_{n+1/2}(z); \quad (5)$$

$$\zeta_n(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} H_{n+1/2}^{(2)}(z). \quad (6)$$

Вычисляя производные ФРБ1 и ФРБ3 через функции Бесселя (5) и Ханкеля второго рода (6) и подставляя асимптотические выражения функций Бесселя и Ханкеля второго рода, а также их производных, которые имеют вид [12]:

$$J_{n+1/2}(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^{n+1/2} \frac{1}{\Gamma(n+3/2)} \times \exp[-z^2/4(n+3/2)][1 + O(1/n)]; \quad (7)$$

$$H_{n+1/2}^{(2)}(z) = \frac{i}{\pi} \left(\frac{z}{2}\right)^{-(n+1/2)} \Gamma(n+1/2) \times \exp[z^2/4(n+1/2)][1 + O(1/n)], \quad (8)$$

где $\Gamma(n+1/2)$ – гамма-функция, в выражения (3), (4), получим

$$D_n(z) = (n+1)/z; \quad (9)$$

$$C_n(z) = -n/z \quad (10)$$

и, используя формулы (7), (8) для вычисления отношения ФРБ1 и ФРБ3, запишем для парциальных амплитуд:

$$a_n = \frac{\pi \left(\frac{\rho}{2}\right)^{2n+1}}{i \Gamma(n+3/2)\Gamma(n+1/2)} \times \exp\left(-\frac{\rho^2}{4(n+3/2)} - \frac{\rho^2}{4(n+1/2)}\right) \frac{(n+1)(1-m^2)}{n+1+m^2n}. \quad (11)$$

Числитель b_n за счет асимптотических выражений для логарифмических производных ФРБ1 и ФРБ3 получается равным 0, следовательно, $b_n = 0$ и остается рассмотреть предел парциальной амплитуды a_n при $n \rightarrow \infty$. Необходимо заметить, что (7), (8) найдены при следующем условии:

$$|\rho| \leq c(n+3/2)^{1/2},$$

$n \rightarrow \infty, \rho \rightarrow \infty, c < 1$ – константа [12].

Рассматривая предел a_n совместно с указанным условием, получаем, что экспонента ограничена при росте n и стремление к нулю обеспечивается ростом гамма-функции. Также нетрудно убедиться, подобрав соответствующую мажоранту, что и сумма квадратов модулей амплитуд парциальных волн также сходится.

Установленная сходимость для амплитуд парциальных волн оптических полей характеристик светорассеяния крупных плазменных очагов имеет место при комплексном показателе преломления $|m| \leq 1$. Необходимо отметить, что при $|m| > 1$ асимптотические формулы (7), (8) не работают и могут быть заменены соответствующими асимптотическими приближениями Фока [11] или Дебая [17]. Следовательно, применение широко известных алгоритмов расчета [9, 10] в указанной области параметров также является корректным. Для тестовых оценок амплитуд, когда возможен неустойчивый расчет из-за накопления ошибок, можно применять и асимптотические формулы (7), (8) наряду с асимптотиками Фока [11].

В таблице представлены рекомендуемые методы расчета ФРБ1 и ФРБ3 для составления алгоритмов расчета характеристик светорассеяния для различных объектов.

Следует отметить, что асимптотические методы расчета ФРБ1 и ФРБ3 могут быть широко использованы в расчетах характеристик светорассеяния на телах любой регулярной формы, поскольку характеристики светорассеяния, такие как экстинкция, коэффициенты рассеяния и поглощения, представляют собой функциональный ряд из собственных функций, задач дифракции электромагнитной волны, которые в большинстве своем сводятся к решению уравнения Бесселя, при этом необходимо знать амплитуды парциальных волн, получаемые из граничных условий на поверхности тела вращения.

Использование построенных асимптотик и алгоритмов расчета представляет интерес для развития методов экранировки лазерного и СВЧ-излучения сферическими плазменными и аэрозольными сгустками.

Характерные оценочные параметры рассеивающих сфер и рекомендуемые методы расчета ФРБ1 и ФРБ3 для построения оптимальных алгоритмов расчета характеристик светорассеяния [16]

Объект рассеяния	Длина волны падающего излучения λ	Радиус сферы a , мкм	Коэффициент преломления вещества сферы n	Параметр дифракции $\rho=2\pi a/\lambda$	Параметр неоднородности поля $m\rho$	Рекомендуемый метод вычисления ФРБ1 и ФРБ3
Сферическая частица из КТaO ₃ (SrTiO ₃)	3 см	500	70,7 (158,1) При $T = 4,2$ К в парах жидкого гелия	0,1	7,01 (15,8)	Асимптотический (по асимптотикам Дебая) [17] Миллера–Олвера (рекуррентный) [14, 15]
Капля воды	1,06 мкм	10	$1,319 - i4 \cdot 10^{-6}$	62,8	82,8	Асимптотический [12]
Плазменная сфера ОП	10,6 мкм	200	$0,5 - i5 \cdot 10^{-2}$	125,6	62,7	Миллера–Олвера (рекуррентный) [14, 15]
Пузырек воздуха в воде	1,06 мкм	15	$0,7 - i \cdot 10^{-6}$	88,7	62,2	Асимптотический [12, 17]
Плазменная сфера СВЧ-пробоя	3 см	200	$0,3 - i \cdot 10^{-2}$	0,04	0,013	

1. Копытин Ю.Д., Сорокин Ю.М., Скрипкин А.М., Белов Н.Н., Букатый В.И. Оптический разряд в аэрозолях. Новосибирск: Наука, 1990. 159 с.
2. Carls J.C., Brock J.R. Propagation of laser breakdown and detonation waves in transparent droplets // Opt. Lett. 1988. V. 13. N 4. P. 273.
3. Белов Н.Н., Дашкевич Н.П., Карлова Е.К. Канал просветления и образования плазмы пробоя в аэрозоле под действием излучения CO₂-лазера // Ж. техн. физ. 1979. Т. 49. № 2. С. 333–338.
4. Белов Н.Н., Дубровский В.Ю., Косырев Ф.К., Мотыгин В.А., Негин А.Е., Иорданский М.И., Костромин В.Е. Нелинейное рассеяние и самофокусировка лазерного излучения в аэрозоле // Квант. электрон. 1985. Т. 12. № 8. С. 1741–1743.
5. Lentz W.J., Atchley A.A., Gaitan D.F. Mie scattering from a sonoluminescing air bubble in water // Appl. Opt. 1995. V. 34. N 15. P. 2648–2654.
6. Villareal C., Esquivel-Sirvent R., Jauregui R. Mie scattering and the physical mechanism of sonoluminescence // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. N 1. P. 403–405.
7. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 512 с.
8. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир, 1971. 165 с.
9. Wiscombe W.J. Improved Mie scattering algorithms // Appl. Opt. 1980. V. 19. P. 1505.
10. Aden A.L. Electromagnetic scattering from spheres with sizes comparable to the wavelength // J. Appl. Phys. 1951. V. 22. N 5. P. 601–605.
11. Шифрин К.С. Рассеяние света в мутной среде. М.: Л., 1951. 288 с.
12. Керимов М.К., Скороходов С.Л. О некоторых асимптотических формулах для цилиндрических функций Бесселя // Ж. вычисл. мат. и мат. физ. 1990. Т. 30. № 12. С. 1775–1784.
13. Kattawar G.W., Plass G.V. Electromagnetic scattering from absorbing spheres // Appl. Opt. 1967. V. 6. N 8. P. 1377–1382.
14. Белов Н.Н. Расчет оптических полей в частице по теории Ми без ограничений на значения параметра дифракции и комплексного показателя преломления вещества частицы // Оптика атмосфер. 1991. Т. 4. № 3. С. 321–323.
15. Акулинин А.А. Особенности применения алгоритма расчета характеристик рассеяния по теории Ми // Оптика атмосфер. 1988. Т. 1. № 6. С. 127–129.
16. Гущина И.Я. О накоплении ошибки округления при использовании рекуррентных формул для вычисления амплитуд парциальных волн на шаре // Математическое моделирование в задачах радиотехники и электроники. М., 1984. С. 135–143.
17. Макаров Г.И., Осипов А.В. Об асимптотических представлениях Дебая для цилиндрических функций // Вестн. ЛГУ. 1987. Сер. 4. Вып. 2. № 11. С. 47–52.

M.V. Zhuravlev. About convergence of partial wave amplitudes of scattering characteristics of optical and microwave microdischarge

The convergence of partial wave amplitudes of Mie's series are considered for the expanded plasma spheres of microwave and optical discharge. The asymptotic approximations for the mutual increase of mode index and size parameter are represented. The table of the creation of optimal calculation algorithms for the optical microdischarge is presented.