

УДК 551.511.6:621.371

Точность оценивания скорости диссипации энергии турбулентности из измерений ветра импульсным когерентным доплеровским лидаром при коническом сканировании зондирующими пучками.

Часть II. Численный и натурный эксперименты

И.Н. Смалихо¹, В.А. Банах¹, Е.Л. Пичугина², А. Brewer^{2*}

¹Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1, Россия

²Лаборатория исследования земных систем NOAA
Отделение дистанционного зондирования атмосферы
80305, г. Боулдер, ул. Бродвэй, 325, Колорадо, США

Поступила в редакцию 30.08.2012 г.

С использованием численного моделирования исследованы возможности измерения скорости диссипации энергии турбулентности импульсным когерентным доплеровским лидаром (ИКДЛ) при коническом сканировании зондирующими пучком с учетом усреднения радиальной скорости по зондируемому объему и погрешности оценивания радиальной скорости. Рассчитана погрешность лидарной оценки скорости диссипации в зависимости от числа полных сканирований зондирующим пучком и от отношения сигнал-шум. Проведен сравнительный анализ результатов совместных измерений скорости диссипации акустическими анемометрами и 2-микронным ИКДЛ.

Ключевые слова: когерентный лидар, коническое сканирование, ветровая турбулентность; coherent lidar, conical scanning, wind turbulence.

Введение

В статье [1] предложен и обоснован алгоритм обработки ветровых данных импульсного когерентного доплеровского лидара (ИКДЛ), использование которого позволяет проводить статистический анализ получаемых из лидарных данных оценок параметров турбулентности с учетом усреднения флюктуаций по объему зондирования и погрешности оценивания измеряемой лидаром радиальной скорости ветра. В настоящей статье на основе алгоритма [1] численно исследуется точность оценивания скорости диссипации энергии турбулентности из ветровых данных ИКДЛ при полном коническом сканировании зондирующими пучком. На основе численных экспериментов рассчитываются относительная погрешность $E_\varepsilon = \sqrt{\langle e_\varepsilon^2 \rangle}$ и относительное смещение $B_\varepsilon = \langle e_\varepsilon \rangle$ лидарной оценки скорости диссипации энергии турбулентности, где $e_\varepsilon = (\hat{\varepsilon}/\varepsilon - 1) \cdot 100\%$ – относительная случайная погрешность оценки и ε – истинное значение скорости диссипации, задаваемое при численном моделировании. Проводится сопос-

тавление результатов оценивания скорости диссипации из измерений ветра 2-микронным ИКДЛ с расчетами скорости диссипации из полученных одновременно с лидарными данных акустических анемометров на метеорологической мачте.

Численный эксперимент с учетом усреднения флюктуаций по объему зондирования и погрешности оценивания радиальной скорости

Рассмотрим вначале случай, когда погрешность лидарной оценки радиальной скорости не влияет на результат оценивания турбулентных параметров и при моделировании в (1) [1] можно положить $V_e(R, \theta_m) = 0$. Из моделируемых (здесь и далее мы задавали $L_V = 100$ м) массивов $\bar{V}'_r(R + i'\Delta R, \theta_m)$ [1] нами рассчитывались поперечные (азимутальные) структурные функции радиальной скорости с использованием усреднения (дополнительно к усреднению на отрезке от 0 до $240\Delta y$) по 5 слоям ($I' = 4$, см. [1]) и по числу независимых одиночных оценок структурной функции, определяемому количеством полных сканирований N_{scan} [1].

* Игорь Николаевич Смалихо (smalikh@iao.ru); Виктор Арсентьевич Банах (banakh@iao.ru); Елена Леонидовна Пичугина (yelena.pichugina@noaa.gov); Alan Brewer (alan.brewer@noaa.gov).

Для учета флуктуаций усредненной по объему зондирования радиальной скорости $\bar{V}'_r(R, \theta) = \bar{V}'_x(x, y)$ в алгоритме [1] спектр $S_{xx}[k_x/(M_{xy}h_{xy}), k_y/(M_{xy}h_{xy})]$, согласно (8) [1], умножался на функции $H_{\parallel}\left[\frac{k_x}{M_{xy}h_{xy}}\right]$

и $H_{\perp}\left[\frac{k_y}{M_{xy}h_{xy}}\right]$, определяемые соответственно приведенными в [1] формулами (9) и (10). Моделирование массивов $\bar{V}'_x(h_{xy}m_x, h_{xy}m_y)$ осуществлялось при $h_{xy} = 3$ м и $M_{xy} = 1024$ [1]. Из этих массивов при фиксированном R выбирались значения

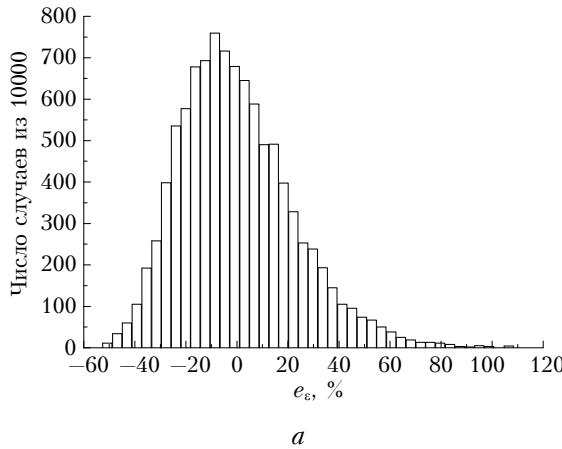
$$\bar{V}'(R + i'\Delta R, \theta_m) = \bar{V}'_x[(I'/2 + i')\Delta R, m\Delta y],$$

где целое число

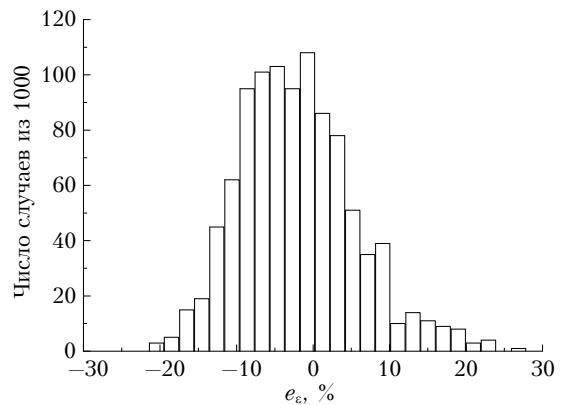
$$i' \in [-I'/2, I'/2], \Delta R = 30 \text{ м}, m = 1, 2, \dots, 240;$$

$$\Delta y = R\Delta\theta\cos\phi = 4h_{xy} = 12 \text{ м} \text{ и } \Delta\theta = \pi/120.$$

Если $\phi = 0^0$, то $R \approx 458$ м. Всего, как и в [1], использовалось 10000 независимых реализаций радиальной скорости.



a

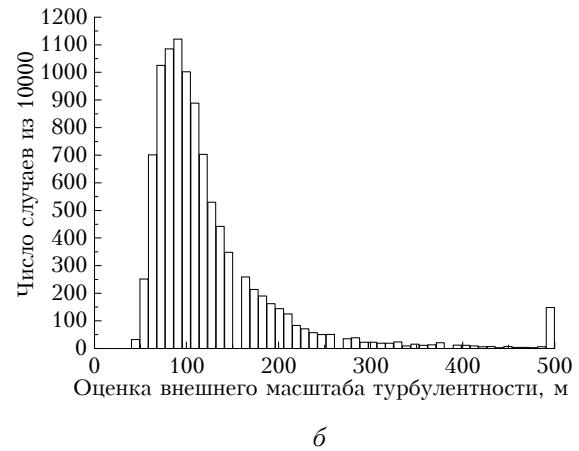


в

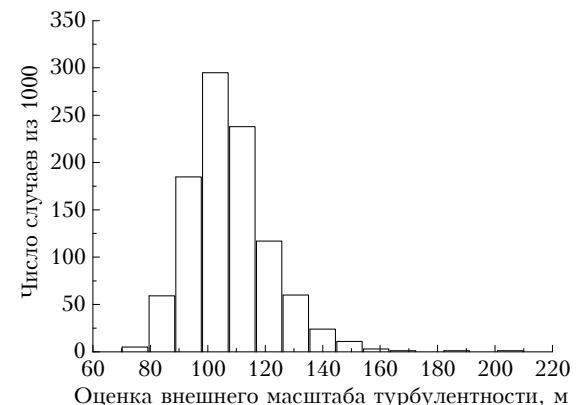
Из $10^4/N_{\text{scan}}$ независимых оценок $\hat{\varepsilon}/\varepsilon$ и \hat{L}_V , полученных при обработке моделируемых данных с учетом усреднения радиальной скорости по объему зондирования (в (15) и (16) [1] функция $F_L(n\Delta\theta; R, L_V)$ рассчитывалась с использованием формул (8)–(12) [1]), были построены гистограммы e_{ε} и \hat{L}_V , которые представлены на рис. 1.

Оценка внешнего масштаба турбулентности при $N_{\text{scan}} = 1$ в среднем превышает истинное значение примерно на 20%, а при $N_{\text{scan}} = 10$ является практически несмещенной ($\langle \hat{L}_V \rangle \approx L_V$). Несмещенной оценки \hat{L}_V удается добиться благодаря превышению максимального разноса точек $20\Delta y$ величины L_V более чем в 2 раза.

На рис. 2 представлены результаты расчета зависимости относительной погрешности лидарной оценки скорости диссипации от числа N_{scan} . Как показал численный эксперимент, при $I' = 1$ и $N_{\text{scan}} = 1$ значение $E_{\varepsilon} \approx 32\%$. Использование дополнительного усреднения по 5 слоям при получении структурной функции позволяет снизить погрешность примерно до 22,5%. При $N_{\text{scan}} = 10$ погрешность $E_{\varepsilon} \approx 8\%$.



б



г

Рис. 1. Гистограммы распределения относительной случайной погрешности оценки скорости диссипации $e_{\varepsilon} = (\hat{\varepsilon}/\varepsilon - 1) \cdot 100\%$ (а, в) и оценки внешнего масштаба \hat{L}_V (б, г) при $L_V = 100$ м, $N_{\text{scan}} = 1$ (а, б) и 10 (в, г)

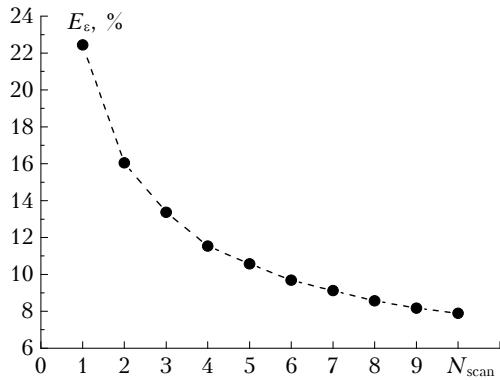


Рис. 2. Зависимость относительной погрешности оценки скорости диссипации энергии турбулентности, получаемой при использовании дополнительного усреднения по 5 слоям, от числа N_{scan}

Чтобы учесть при моделировании $\hat{V}_r(R, \theta_m)$ случайную погрешность лидарной оценки радиальной скорости $V_e(R, \theta_m)$ путем суммирования, согласно (1) [1], независимо моделируемых $\hat{V}_r(R, \theta_m)$ и $V_e(R, \theta_m)$, необходимо знать статистические свойства погрешности $V_e(R, \theta_m)$. В рассматриваемом нами случае несмещенной лидарной оценки радиальной скорости ($\langle \hat{V}_r \rangle = \langle V_r \rangle$, $\langle V_e \rangle = 0$) и большого числа посылок зондирующего импульса в атмосферу, используемых для спектральной аккумуляции ($N_a = 50$), плотность вероятностей $P(V_e)$ близка к нормальному распределению [2, 3].

Расчеты дисперсии σ_e^2 и коэффициента продольной корреляции

$$K_e(z') = \langle V_e(R + z', \theta_m) V_e(R, \theta_m) \rangle / \sigma_e^2$$

случайной погрешности лидарной оценки радиальной скорости при различных отношениях сигнал-шум SNR (отношение средней мощности эхосигнала к средней мощности шума в частотной полосе пропускания 50 МГц) и интенсивности ветровой турбулентности были проведены нами с использованием алгоритма численного моделирования, описание которого можно найти, в частности, в [4]. При этом предполагалось, что σ_e^2 и $K_e(z')$ не зависят от угла θ_m .

Продольный размер объема зондирования, определяемый как $\Delta z = Q_s^{-1}(0) = \Delta R / \text{erf}[\Delta R / (2\Delta p)]$ [4], при $\sigma_P = 120$ нс ($\Delta p = 18$ м) и $T_W = 200$ нс ($\Delta R = 30$ м) равен примерно 40 м, что значительно больше по-перечного размера объема зондирования $\Delta y = 12$ м. Поэтому при численном моделировании лидарных сигналов достаточно использовать по одной моделируемой реализации распределения флуктуаций радиальной скорости $V'_r(z')$ вдоль оси распространения зондирующего импульса z' для имитируемых на компьютере $N_a = 50$ посылок зондирующего им-

пульса в атмосферу. Для расчетов σ_e^2 и $K_e(z')$ нами использовалось 10^5 независимых реализаций $\hat{V}_r(z') - \bar{V}_r(z')$.

Как показал численный эксперимент, для любой интенсивности ветровой турбулентности при условии $\text{SNR} \geq 0,2$ (или -7 дБ) лидарная оценка радиальной скорости стопроцентно несмещенная. При $\text{SNR} = -8$ дБ фракция плохой оценки \hat{V}_r , равновероятно распределенной на интервале оценивания от -25 до $+25$ м/с [2–4], составляет около 10^{-4} . Следовательно, и для такого отношения сигнал-шум оценку можно считать несмещенной, тем более если из 240 оценок одна из них окажется плохой, не составляет труда ее отбросить при получении азимутальной структурной функции радиальной скорости из этого массива оценок.

На рис. 3 представлены результаты расчета зависимости погрешности лидарной оценки радиальной скорости σ_e от отношения сигнал-шум SNR при $L_V = 100$ м и значениях скорости диссипации $\varepsilon = 0$; 10^{-3} ($\sigma_V = 0,524$ м/с); 10^{-2} м²/с³ ($\sigma_V = 1,128$ м/с). Видно, что в отсутствие или при очень слабой турбулентности (результат расчета при $\varepsilon = 10^{-4}$ м²/с³ почти полностью совпадает с кривой 1) σ_e варьируется в пределах от 0,1 (при $\text{SNR} = 10$ дБ) до 0,4 м/с (при $\text{SNR} = -8$ дБ). В случае сильной турбулентности ($\varepsilon = 10^{-2}$ м²/с³) и $\text{SNR} \sim 10$ погрешность σ_e примерно в 2 раза больше, чем в отсутствие турбулентности. При этом с уменьшением SNR величина σ_e возрастает с 0,2 до 0,46 м/с (см. кривую 3).

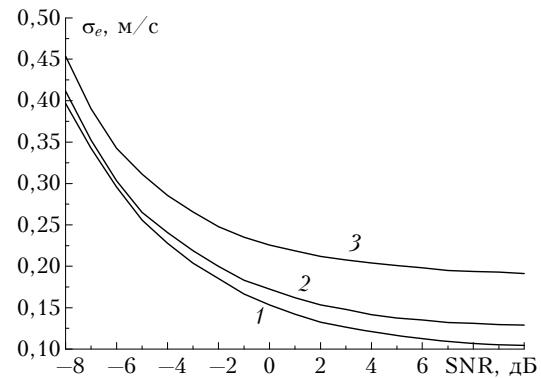


Рис. 3. Зависимость погрешности лидарной оценки радиальной скорости σ_e от отношения сигнал-шум SNR при $\varepsilon = 0$ (кривая 1), 10^{-3} (кривая 2) и 10^{-2} м²/с³ (кривая 3)

Результаты расчета продольного коэффициента корреляции случайной погрешности лидарной оценки радиальной скорости $K_e(z')$ представлены на рис. 4. Видно, что масштаб корреляции L_e , определяемый как $K_e(L_e) = e^{-1}$, варьируется в пределах от 10 до 25 м. Чем меньше SNR, тем меньше L_e , что было ранее показано в численном [4] и натурном [5] экспериментах. При сильной ветровой турбулентности имеет место отрицательная корреляция, при которой $|K_e(z')|$ не превышает 0,12.

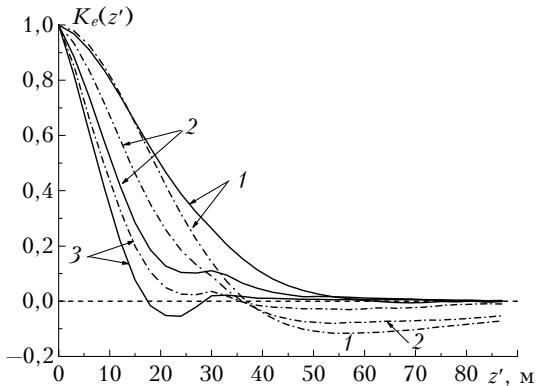


Рис. 4. Коеффициент корреляции случайной погрешности лидарной оценки радиальной скорости ветра при SNR = 10 (кривые 1), 0 (кривые 2) и -8 дБ (кривые 3); $\sigma_V = 0$ (сплошные кривые) и 1,128 м/с (штрихпунктир)

Согласно результатам моделирования при $\text{SNR} < 1$ величина $|K_e(z')|$ меньше 0,1 для $z' \geq \Delta R$ ($\Delta R = 30$ м). На основании этого в численном эксперименте мы считаем массив случайных погрешностей $V_e(R + i'\Delta R, \theta_m)$ гауссовым «белым» шумом, для которого

$$\langle V_e(R + i'\Delta R, \theta_m) V_e(R + i''\Delta R, \theta_{m'}) \rangle = \sigma_e^2 \delta_{i'-i''} \delta_{m-m'}. \quad (1)$$

Из моделируемых данных

$$\hat{V}_r(R + i'\Delta R, \theta_m) = \bar{V}'_r(R + i'\Delta R, \theta_m) + V_e(R + i'\Delta R, \theta_m)$$

мы также с использованием усреднения по 5 слоям ($I' = 4$) и по числу сканирований зондирующим пучком N_{scan} рассчитывали азимутальные структурные функции радиальной скорости, а затем применяли описанную в [1] процедуру получения оценок скорости диссипации.

На рис. 5 представлены результаты расчетов зависимости относительной погрешности лидарной оценки скорости диссипации E_ϵ от отношения σ_e/σ_V при $N_{\text{scan}} = 1$ и 4.

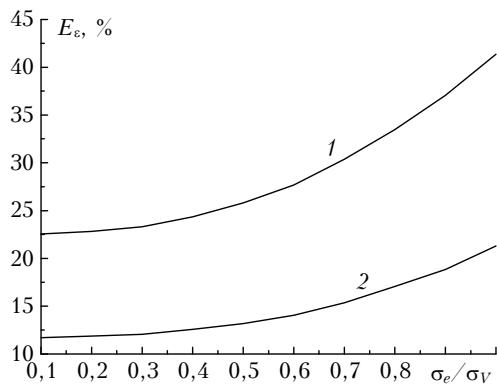


Рис. 5. Зависимость относительной погрешности лидарной оценки скорости диссипации энергии турбулентности E_ϵ от отношения σ_e/σ_V при $N_{\text{scan}} = 1$ (кривая 1) и 4 (кривая 2)

Как и ожидалось, с увеличением погрешности лидарной оценки радиальной скорости σ_e при фик-

сированном σ_V или с уменьшением интенсивности ветровой турбулентности при неизменном σ_e погрешность E_ϵ растет. При условии $\sigma_e/\sigma_V < 0,3$ влиянием погрешности оценки радиальной скорости на точность оценивания скорости диссипации можно пренебречь. Когда σ_e и σ_V сопоставимы, погрешность E_ϵ достигает уровня около 40% при $N_{\text{scan}} = 1$. Увеличение числа сканирований N_{scan} в 4 раза позволяет примерно вдвое уменьшить E_ϵ .

С учетом (12) [1] из результатов расчетов на рис. 3 и 5 для случая $L_V = 100$ м и $R \approx 458$ м удается найти наименьшее значение скорости диссипации ϵ_{\min} , определяемое из данных сканирующего лидара с погрешностью не более 25% (для $N_{\text{scan}} = 4$ погрешность $E_\epsilon = 25\%$ при $\sigma_e/\sigma_V = 1,16$). Так, при $N_{\text{scan}} = 1$ величина $\epsilon_{\min} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}^3$, когда SNR = -8 дБ, и $\epsilon_{\min} = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}^3$, когда SNR = 0 дБ, а при $N_{\text{scan}} = 4$ значение $\epsilon_{\min} = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}^3$ (SNR = -8 дБ) и $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}^3$ (SNR = 0 дБ).

Натурный эксперимент

Эксперимент был проведен 15 сентября 2003 г. на юго-востоке штата Колорадо в рамках проекта Lamar Lower-Level Jet [6]. В эксперименте были задействованы 4 акустических анемометра, установленных на 120-метровой метеорологической мачте (на высотах 54, 67, 85 и 116 м), и 2-микронный импульсный когерентный доплеровский лидар [7]. Расстояние между мачтой и контейнером с лидаром составляло 167 м. Расчеты погрешности лидарных оценок скорости диссипации энергии турбулентности в предыдущем разделе выполнены для параметров лидара [7].

Во время лидарных измерений использовались различные геометрии сканирования зондирующим пучком. В [8] с использованием данных этого эксперимента нами был выполнен сравнительный анализ результатов оценивания ϵ из продольной структурной функции радиальной скорости, измеренной лидаром при сканировании зондирующим пучком в вертикальной плоскости, и из временных спектров скорости ветра, измеренной акустическими анемометрами. Продолжительность каждого измерения составляла ~16 мин. Показано, что относительная погрешность лидарной оценки $\hat{\epsilon}$, получаемой таким способом, не превышает 25%.

В настоящей статье мы воспользовались лидарными данными этого эксперимента, полученными при фиксированном угле места $\phi = 10^\circ$ и коническом сканировании зондирующим пучком с угловой скоростью $\omega_s = \pi/30$ рад/с (продолжительность одного полного сканирования 1 мин). Начиная с 00:00 и до 3:00 местного времени с интервалом 1 ч было проведено по одному полному сканированию при таком угле места. Обработка данных осуществлялась по сценарию, изложенному в [1]. При этом для высот $h > 120$ м, когда SNR могло принимать значения меньше -8 дБ (но не менее -12 дБ), использовалась процедура фильтрации хороших оценок

радиальной скорости [9] (чем меньше SNR по сравнению с порогом -8 дБ, тем больше вероятность плохой оценки радиальной скорости). В результате обработки этих данных мы восстановили 4 высотных профиля скорости диссипации энергии турбулентности.

На рис. 6, *a* в виде кривых представлены высотные профили скорости диссипации энергии турбулентности, восстановленные из измеренных лидаром данных при коническом сканировании зондирующими пучком.

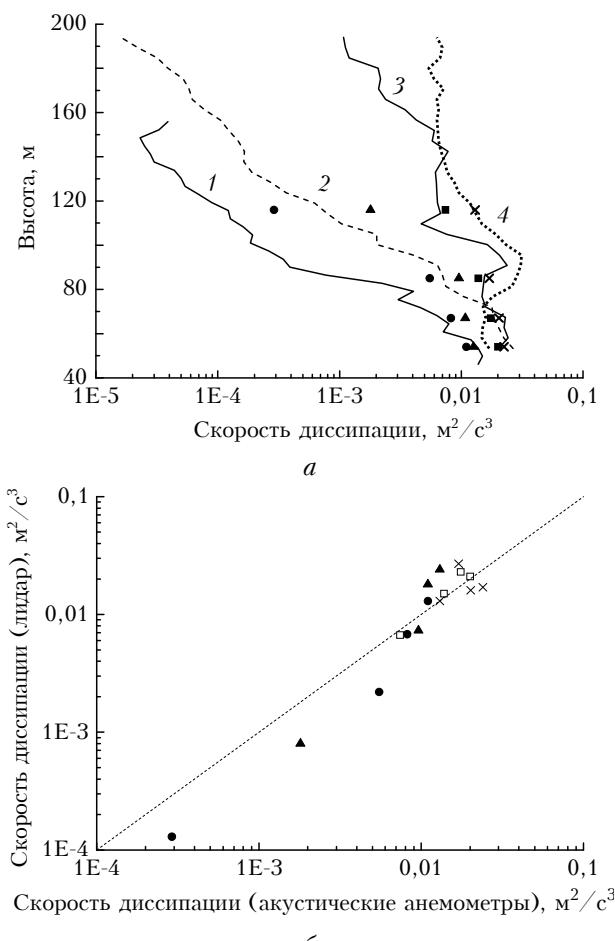


Рис. 6. Высотные профили скорости диссипации энергии турбулентности, восстановленные из данных, измеренных лидаром (кривые 1–4) и акустическими анемометрами (значки) 15-го сентября 2003 г. в 00:00 (1, кружочки); 01:00 (2, треугольники); 02:00 (3, квадратики) и 03:00 (4, крестики) (*a*); сравнение оценок скорости диссипации из данных акустических анемометров и лидара на высотах расположения акустических анемометров (*b*)

Здесь же в виде значков приведены результаты измерения акустическими анемометрами. Эти же результаты совместных измерений акустическими анемометрами и лидаром (на соответствующих высотах расположения акустических анемометров) показаны для сравнения на рис. 6, *b*. Видно, что, в отличие от кривых 3 и 4, кривые 1 и 2 на рис. 6, *a* показывают более быстрое уменьшение скорости диссипации с высотой. На основе результатов расчетов

ошибки лидарной оценки скорости диссипации, выполненных с использованием численного моделирования для условий данного эксперимента, мы можем предположить, что такое отличие связано с изменением толщины слоя с интенсивной турбулентностью за время проведения измерений, а не с погрешностью оценивания.

Во время эксперимента на высотах расположения акустических анемометров лидарное отношение сигнал-шум SNR принимало значения от -8 до -6 дБ. На основании информации о турбулентных параметрах, полученной из данных акустических анемометров, и результатов, представленных на рис. 3 и 5, мы рассчитали относительную погрешность лидарной оценки скорости диссипации E_ε . Согласно результатам этих расчетов для условий данного эксперимента величина E_ε должна варьироваться в пределах от 24 до 40% (в среднем 32%).

Учитывая высокую точность измерения скорости диссипации акустическим анемометром, по аналогии с [8] получим из данных натурного эксперимента оценку относительной погрешности лидарной оценки скорости диссипации как

$$\hat{E}_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K [\hat{\varepsilon}_L(k) / \hat{\varepsilon}_S(k) - 1]^2} \cdot 100\%, \quad (2)$$

используя все представленные на рис. 6, *b* оценки скорости диссипации из данных лидара ($\hat{\varepsilon}_L$) и акустических анемометров ($\hat{\varepsilon}_S$). Согласно расчету по формуле (2) $\hat{E}_\varepsilon \approx 42\%$. Такая оценка на 10% превышает приведенное выше теоретическое значение E_ε . Конечно, при $K = 16$ (на рис. 6, *b* представлены всего по 16 оценок скорости диссипации из данных лидара и акустических анемометров) оценка \hat{E}_ε может быть слишком грубой. Тем не менее если погрешность лидарной оценки скорости диссипации, полученной из измерений за одно коническое сканирование зондирующими пучком ($N_{\text{scan}} = 1$), составляет около 40% и сделанные предположения о стационарности, однородности и изотропности турбулентности, а также отклонение реального спектра скорости ветра от модели Кармана существенно не влияют на точность оценки $\hat{\varepsilon}$, использование данных, измеренных при 4 независимых сканированиях, позволит снизить погрешность E_ε до 20% (см. рис. 5).

Заключение

В предположении изотропной турбулентности нами проведен численный анализ точности оценок скорости диссипации энергии турбулентности, получаемых из данных, измеряемых ИКДЛ при коническом сканировании зондирующими пучком. Показано, что для достижения точности порядка 20% необходимы исходные лидарные данные, измеренные, как минимум, при четырех полных сканированиях. В реальной атмосфере ветровая турбулентность является анизотропной. Так как имеет место наибольшее различие между дисперсиями вертикальной и двумя горизонтальными компонентами вектора

ветра [10, 11], то угол ϕ следует задавать как можно меньше (по нашим оценкам ϕ должен быть не более 30°).

Дальнейшее изучение возможностей измерения скорости диссипации энергии турбулентности импульсным когерентным доплеровским лидаром при коническом сканировании зондирующими пучком должно включать в себя теоретический анализ влияния анизотропии турбулентности на точность лидарной оценки скорости диссипации и проведение совместных измерений скорости диссипации лидаром с использованием многократного конического сканирования (например, $N_{\text{scan}} = 4$) и акустическими анемометрами на метеорологической мачте при различном состоянии пограничного слоя атмосферы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Civilian Research and Development Foundation (проект RUG1-2981-TO-10), Отделения физических наук РАН (проект № 01201267931) и РФФИ (проект № 13-05-00458).

1. Смалихо И.Н., Банах В.А. Точность оценивания скорости диссипации энергии турбулентности из измерений ветра импульсным когерентным лидаром при коническом сканировании зондирующими пучком. Часть I. Алгоритм обработки лидарных данных // Оптика атмосф. и океана. 2013. Т. 26, № 3. С. 213–219.
2. Frehlich R.G., Yadlowsky M.J. Performance of mean-frequency estimators for Doppler radar and lidar // J. Atmos. and Ocean. Technol. 1994. V. 11, N 5. P. 1217–1230.
3. Ray B.J., Hardesty R.M. Discrete spectral peak estimation in incoherent backscatter heterodyne lidar. Part I:

I.N. Smalikho, V.A. Banakh, Y.L. Pichugina, W.A. Brewer. Accuracy of estimation of the turbulent energy dissipation rate from wind measurements by a pulsed coherent Doppler lidar at conical scanning by the probing beam. Part II. Numerical and atmospheric experiments.

Feasibility of measurement of the turbulent energy dissipation rate with a pulsed coherent Doppler lidar (PCDL) at conical scanning by the probing beam has been investigated, using numerical simulation with consideration of the averaging of radial velocity over the sensing volume and the error of radial velocity estimation. Error of the lidar estimate of the dissipation rate versus number of full scans and signal-to-noise ratio has been calculated. Results of simultaneous measurements of the dissipation rate with sonic anemometers and 2-μm PCDL have been analyzed.

Spectral accumulation and Cramer–Rao lower bound // IEEE Transactions on Geosci. and Remote Sens. 1993. V. 31, N 1. P. 16–27.

4. Банах В.А., Смалихо И.Н. Оценивание скорости диссипации турбулентной энергии из данных импульсного доплеровского лидара // Оптика атмосф. и океана. 1997. Т. 10, № 12. С. 1524–1538.
5. Smalikho I.N., Köpp F., Rahm S. Measurement of atmospheric turbulence by 2-μm Doppler lidar: DLR report N 200, August 2004, Oberpfaffenhofen. 37 p.
6. Kelley N., Shirazi M., Jager D., Wilde S., Adams J., Buhl M., Sullivan P., Patton E. Lamar Low-Level Jet program – Interim Report. National Renewable Energy Laboratory. Golden, CO. NREL Report TP-500-34593. 2004. 216 p.
7. Grund C.J., Banta R.M., George J.L., Howell J.N., Post M.J., Richter R.A., Weickman A.M. High-resolution Doppler lidar for boundary layer and cloud research // J. Atmos. and Ocean. Technol. 2001. V. 18, N 3. P. 376–393.
8. Банах В.А., Смалихо И.Н., Пичугина Е.Л., Брюэр А. Репрезентативность измерений скорости диссипации энергии турбулентности сканирующим когерентным доплеровским лидаром // Оптика атмосф. и океана. 2009. Т. 22, № 10. С. 966–972.
9. Банах В.А., Брюэр А., Пичугина Е.Л., Смалихо И.Н. Измерения скорости и направления ветра когерентным доплеровским лидаром в условиях слабого эхосигнала // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 5. С. 333–340.
10. Бызова Н.Л., Иванов В.Н., Гаргер Е.К. Турбулентность в пограничном слое атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 263 с.
11. Ламли Дж., Пановский Г. Структура атмосферной турбулентности. М.: Мир, 1966. 264 с.