

С.В. Поляков, В.А. Трофимов

О ДЕФОКУСИРОВКЕ СВЕТОВОГО ПУЧКА В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОГО НЕЛИНЕЙНОГО ОТКЛИКА СРЕДЫ

Численно моделируется самовоздействие гауссова пучка в кубичной среде в условиях ее сильного нелинейного отклика. Показано, что в процессе распространения он приобретает профиль, близкий к гипергауссовому, причем с ростом параметра нелинейности α значения интенсивности на оси пучка и в его максимуме выравниваются и для $\alpha > 5000$ они отличаются не более чем на 2%. Проведено сравнение эффективности расчетов по методу расщепления и нелинейным разностным схемам. Показано, что расчет самовоздействия мощных пучков целесообразно проводить по нелинейным схемам в сочетании с реализованным в данной статье методом Ньютона.

В настоящее время в работах, посвященных самовоздействию оптического излучения, наименее исследованы закономерности дефокусировки световых пучков в условиях сильного нелинейного отклика среды, несмотря на то что данная ситуация реализуется в ряде прикладных задач, таких как, например, транспортировка световой энергии. Лишь в некоторых работах (см. [1–3]) рассматривались случаи, когда характерный параметр нелинейности α был порядка 200–1000. Данное обстоятельство объясняется тем, что численное моделирование распространения таких пучков связано со значительными трудностями, например, с затратами машинного времени. В связи с этим при расчете самовоздействия оптического излучения в сильно нелинейных средах возникает необходимость разработки эффективных численных методов и в частности, сравнения широко используемых в настоящее время при моделировании нелинейно оптических задач нелинейных разностных схем [4] и методов расщепления [5].

Такое сравнение нужно провести, так как все шире применяется численное моделирование в нелинейной оптике, и все больший круг исследователей впервые подключается к нему. Для некоторых задач нелинейной оптики оно проведено в [6], где, в частности, предложен и обоснован метод расщепления, отличный от традиционно используемого наличием итерационного процесса и позволивший существенно расширить круг его применения. В [7] сравнивались различные неконсервативные схемы для расчета самофокусировки пучка в керровской среде и сделан вывод о том, что среди рассмотренных методов наилучшим является метод расщепления. Таким образом, логическим продолжением данных работ с целью выявления наиболее эффективного метода численного моделирования, в частности задач нелинейного самовоздействия, является сравнение метода расщепления и нелинейных схем, которое проведем на примере дефокусировки пучка в керровской среде, учитывая относительную простоту организации итерационных процессов и наличие нескольких инвариантов распространения оптического излучения в этой среде. Следовательно, цель настоящей работы заключается, во-первых, в выявлении закономерностей дефокусировки гауссова пучка в керровской среде в условиях сильного нелинейного отклика; во-вторых, в сравнении результатов расчетов по различным методикам численного моделирования; в-третьих, в описании возникающих трудностей при моделировании распространения оптического излучения в таких условиях и возможных способов их преодоления.

Нелинейное распространение светового пучка в керровской среде описывается квазиоптическим уравнением

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i\Delta_{\perp} A + i\alpha |A|^2 A = 0 \quad (1)$$

с граничным условием в случае коллимированного гауссова пучка

$$A|_{z=0} = e^{-r^2}, \quad (2)$$

где A — нормированная на пиковое значение комплексная амплитуда пучка; z — координата, вдоль которой распространяется оптическое излучение и которая измеряется в единицах дифракционной длины $l_d = 2ka^2$, k — волновое число, a — начальный радиус пучка; Δ_{\perp} — поперечный оператор Лапласа; r — поперечная координата, нормированная на a ; α равно 50, 500, 5000 (первые два значения использовались для сравнения различных методов численного моделирования).

В численных экспериментах использовались перечисленные выше методы, причем для нелинейных схем применялся как метод простой итерации, так и метод Ньютона, который ранее для данного класса задач не использовался. Для поперечной координаты вводилась потоковая кубическая сетка с начальным шагом h_0 (вблизи $r = 0$) и числом точек N_r .

Из сравнения результатов расчета при умеренных значениях нелинейности (например, $\alpha = 50$) следует вывод: метод расщепления при одинаковом числе точек N_r (например, $N_r = 100$, $h_0 = 0,02$) требует меньшего (чем нелинейная схема) шага h_z интегрирования по z уже на трассах $z > 0,12$. Так, при $h_z = 0,01$ в сечении $z = 0,2$ значения интенсивности на оси и в абберрационном кольце, определенные по обоим методам, различаются на 10%, а положение максимума интенсивности соответственно на $0,11a$. Расхождение же в значениях радиусов пучка незначительно.

Наиболее ярко преимущество нелинейных схем проявляется при самовоздействии оптического излучения с $\alpha = 500$. Так, метод расщепления при $h_0 = 0,02$, $N_r = 100$, $h_z \geq 10^{-3}$ дает качественно верные результаты лишь на трассах $z \leq 0,05$ (нелинейные же схемы на трассах $z \leq 0,1$). При увеличении трассы исчезает сформированное ранее абберрационное кольцо и интенсивность на оси начинает возрастать. Важно подчеркнуть, что интегральные характеристики, например радиус пучка, изменяются незначительно при уменьшении h_z , в то время как значение интенсивности на оси пучка существенно зависит от h_z . Так, например, в сечении $z = 0,2$ для $h_z = 10^{-3}$, 10^{-4} , 10^{-5} радиус пучка соответственно равен 2,83; 2,98; 2,99 (правильное значение 4,4), а его пиковая интенсивность равна 2,36; 0,347; 0,346. Заметим, что причиной развития ошибок численного интегрирования является плохая аппроксимация поперечной структуры пучка за сечением $z = 0,05$: на перепад интенсивности вблизи геометрической тени абберрационного кольца приходится мало точек аппроксимации, что приводит к завышению интенсивности и формированию трубчатого профиля пучка, а также его дальнейшей фокусировке. При увеличении N_r до 300, $h_0 = 0,0066$ распределение интенсивности изменяется вплоть до сечения $z = 0,25$ (далее расчеты не проводились): радиус кольца монотонно увеличивается с ростом z , интенсивность же в нем превышает ее значения па оси примерно на 10% (см. рис. 1). Распределение $|A|^2$ в пределах кольца практически однородно (этот эффект проявляется на трассах $z \sim 0,05$), и пучок распространяется как гипергауссов.

Аналогичные зависимости решения от шагов интегрирования наблюдаются и при расчетах по нелинейной схеме. Однако в отличие от метода расщепления она дает правильный результат на трассе $z \leq 0,12$ уже для $N_r = 200$.

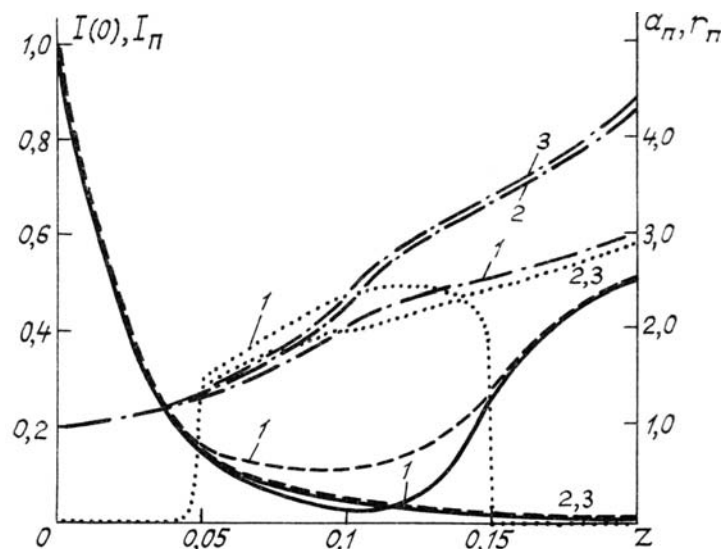


Рис. 1. Зависимости интенсивности на оси $I(0)$ (сплошные кривые), пиковой интенсивности I_p (штриховые), радиуса пучка a_p (штрихпунктирные кривые), координаты пика интенсивности r_p (пунктирные кривые) от r при расчетах по нелинейной схеме для $\alpha = 500$ при $h_z = 10^{-3}$; $h_0 = 0,02$; $0,0066$; $0,005$; $N_r = 100, 300, 400$ (соответственно кривые 1, 2, 3)

Рассмотрим случай сильно нелинейного отклика среды $\alpha = 5000$. Расчеты проводились до сечения $z = 0,1$. Отметим, что основные закономерности распространения пучка совпадают с предыдущим случаем (формируется абберрационное кольцо, его радиус увеличивается с ростом z , а распределение в пределах кольца близко к однородному: перепад значений интенсивности в сечении $z = 0,1$ равен 2%). Однако однородный профиль пучка формируется на более коротких трассах ($z \lesssim 0,015$) и пере-

пад интенсивности в абберационном кольце существенно меньше, чем при $\alpha = 500$. Важно отметить, что после трассы $z = 0,015$ пучок сохраняет этот профиль.

Сравнение расчетов по двум методам дает следующие результаты. Расчеты по нелинейной схеме до трассы $z = 0,05$ уже верны при $N_r = 600$. Метод же расщепления дает в этом случае существенно большее значение абберационного кольца (в 1,7 раза; правильное значение 2,87) и завышенное в 1,3 раза значение интенсивности в нем. Близкие результаты (см. рис. 2) метод расщепления дает лишь при числе точек, равном 750. При дальнейшем увеличении трассы распространения различие в соотношении шагов по поперечной координате, для которых получаются верные результаты для нелинейной схемы и метода расщепления, быстро увеличивается.

Из проведенного выше сравнения эффективности численного моделирования по различным методам следует, что расчеты по нелинейным схемам могут быть проведены с меньшим числом точек по поперечной координате. Однако для нелинейной схемы требуется организовывать итерационный процесс. Следовательно, возникает вопрос относительно затрат машинного времени (может оказаться более выгодным считать с большим числом точек по методу расщепления, чем по нелинейной схеме). Поэтому мы провели сравнение двух итерационных методов: простой итерации и Ньютона. В качестве иллюстрации на рис. 2 (штрихпунктирные кривые) приведена зависимость числа итераций от z для $\alpha = 500$, $h_z = 10^{-3}$, $h_0 = 10^{-2}$, $N_r = 200$, $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-3}$ (относительная точность), которая показывает, что метод Ньютона на начальном этапе распространения требует итераций в 5 раз меньше, чем одной простой итерации. В дальнейшем их число сокращается до 2–3. Таким образом, затраты машинного времени при использовании нелинейной схемы в сочетании с методом Ньютона практически не возрастают по сравнению с использованием метода расщепления для расчета самовоздействия.

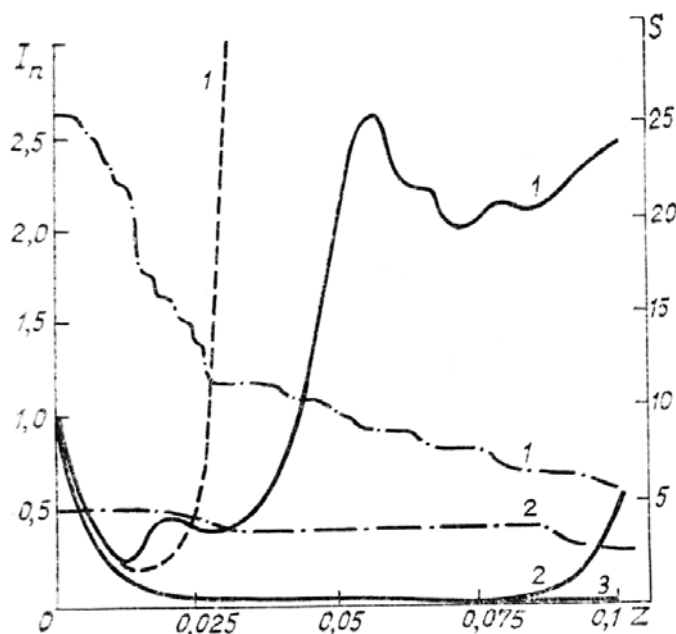


Рис. 2 Зависимости пиковой интенсивности I_n от z при расчетах по нелинейной схеме (сплошные кривые) и по методу расщепления (штриховые кривые) для $\alpha = 5000$, $h_z = 10^{-3}$, $h_0 = 10^{-2}$, $4 \cdot 10^{-3}$, $2 \cdot 10^{-3}$, $N_r = 200, 500, 1000$ (соответственно кривые 1, 2, 3) и зависимости числа итераций S (штрихпунктирные) кривые для метода простой итерации (1) и метода Ньютона (2) при $\alpha = 500$

В заключение кратко сформулируем основные выводы работы.

1. Самовоздействие световых пучков в среде с кубической нелинейностью при $\alpha \geq 200$ приводит к формированию в пределах абберационного кольца распределения интенсивности, близкого к однородному, для трасс $z \sim 50/\alpha$.

2. Перепад интенсивности в кольце быстро уменьшается с ростом α и для $\alpha > 10^4$ не превышает 1%, то есть профиль пучка становится практически однородным.

3. При использовании метода расщепления требуется большее (по сравнению с нелинейной разностной схемой) число точек по поперечной координате, и оно увеличивается с ростом z и α . Для существенной экономии затрат машинного времени расчет самовоздействия световых пучков целесообразно проводить на адаптируемых (перестраиваемых) к решению сетках в сочетании с нелинейной схемой и методом Ньютона.

Заметим также, что данная статья является первой в цикле работ, посвященных исследованию самовоздействия световых пучков и импульсов в условиях сильного нелинейного отклика (данная ситуация может встречаться также при распространении в полупроводниках, так как в них, как из-

вестно, большие коэффициенты нелинейности), в которой удалось отработать методику расчета с помощью метода Ньютона и выявить имеющиеся трудности численного моделирования.

1. Гордин М.П., Садовников В.П., Стрелков Г.М. //Радиотехника и электроника. 1985. № 6. С. 1257.
2. Трофимов В.А. //Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 5. С. 1692.
3. Карамзин Ю.Н., Сухоруков А.П., Трофимов В.А. //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1984. № 10. С. 1292.
4. Захарова И.Г., Карамзин Ю.Н., Трофимов В.А. //Современные проблемы математической физики и вычислительной математики. М.: Наука, 1989. С. 170—184.
5. Марчук Г.И. Методы расщепления. М.: Наука, 1988. 264 с.
6. Захарова И.Г., Карамзин Ю.Н., Трофимов В.А. О методе расщепления для решения задач нелинейной оптики. М., 1989. (Препринт/ИПМ АН СССР № 13).
7. Taha and et all. //J. of Comput. Phys. 1984. V. 55. № 1. P. 203.

Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию
26 октября 1989 г.

S.V. Polyakov, V.A. Trofimov. Light Beam Defocusing under the Conditions of Strong Nonlinear Response of the Medium.

The paper presents the results of numerical simulations of the Gaussian beam thermal blooming in the medium with cubic nonlinearity and strong nonlinear response. It is shown that during the propagation the beam takes the form close to the hypergaussian one with the intensities at the beam axis and in its maximum equalizing with the growth of the nonlinearity parameter α . Thus at $\alpha > 5000$ they differ by only 2 per cent. The comparison is also made in the paper of the calculation efficiencies following the splitting method and the method of nonlinear difference schemes. It is shown that it is pertinent that the calculations of thermal blooming of high power beams be made using the nonlinear schemes in combination with the Newton method used in the paper.