

В.В. Веретенников, Е.П. Яушева

О ПРИМЕНЕНИИ ИНТЕГРАЛОВ СТИЛТЬЕСА В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ АЭРОЗОЛЬНОГО СВЕТОРАССЕЯНИЯ

Предложена новая численная схема восстановления микроструктуры и показателя преломления аэрозоля из угловых измерений компонент матрицы рассеяния. Методика обращения основана на представлении полидисперсных характеристик рассеяния в форме интегралов Стилтеса и минимизации функционала невязки на множестве монотонных ограниченных функций. При таком подходе не накладываются ограничения на гладкость аэрозольных микроструктурных распределений, а также не требуется решение проблемы выбора параметра регуляризации. Представлены результаты численного моделирования обратной задачи, а также приведен пример интерпретации данных натурального эксперимента.

1. Введение. При решении обратных задач аэрозольного светорассеяния для описания полидисперсных оптических характеристик, как правило, используется представление в виде интеграла Римана. В этом случае распределение аэрозольных частиц по размерам характеризуется функцией $n(r)$ такой, что величина $n(r)dr$ определяет число частиц в интервале $[r, r+dr]$. Поскольку реальные аэрозольные распределения по своей физической природе имеют дискретный характер, то такое представление является в определенной степени математической идеализацией и может быть приемлемым, если частицы достаточно плотно распределены в каждом малом интервале $[r, r+dr]$. Ясно, что эти рассуждения носят сугубо качественный характер и относятся не только к распределению счетной концентрации частиц по размерам $n(r)$, но также и к связанным с ним функциям распределения по размерам геометрического сечения $s(r)$ и объема $v(r)$, которые также используются для описания микроструктуры аэрозолей. Ограниченность описания микроструктуры с помощью таких дифференциальных распределений проявляется при решении обратных задач, регуляризации которых приводит к сужению класса допустимых решений за счет требований непрерывности, гладкости и т.п.

В свете сказанного многие ограничения удается преодолеть, если воспользоваться альтернативным представлением полидисперсных характеристик рассеяния в форме интегралов Римана—Стилтьеса. Для спектральных оптических характеристик такое представление обсуждалось, например, в [1]. В настоящей статье рассмотрена одна из возможных вычислительных схем совместного восстановления микроструктуры и показателя преломления аэрозоля при обращении угловых поляризационных характеристик рассеяния, представленных в виде интегралов Стилтеса.

2. Постановка задачи и схема обращения. Для определенности ниже речь будет идти о функциях, описывающих распределение геометрического сечения по размерам. Обозначим через $S(r)$ функцию, заданную на интервале $[0, R]$, которая определяет суммарное геометрическое сечение частиц с радиусами, меньшими или равными r . Отметим некоторые свойства функции $S(r)$, определяющие ее принадлежность некоторому классу функций Ω . Эта функция является положительной монотонно неубывающей, равномерно ограниченной на интервале $[0, R]$ и непрерывной слева. Известно, что любая монотонная функция может быть представлена как сумма непрерывной монотонной функции и функции скачков. Поэтому можно записать разложение

$$S(r) = \tilde{S}(r) + \sum_{r_k < r} \sigma_k, \quad (1)$$

где $\tilde{S}(r)$ — непрерывная монотонная функция, имеющая производную $d\tilde{S}/dr = s(r)$, а второй член задает функцию скачков в точках разрыва r_k . В рассматриваемой задаче функция скачков определяет наличие монодисперсных фракций частиц с радиусами r_k , и суммарным сечением σ_k .

Используя для описания дисперсного состава аэрозольных частиц функцию распределения $S(r)$, можно представить любую оптическую характеристику, например, индикатрису рассеяния $\mu(\theta)$ в виде интеграла Стилтеса

$$\mu(\theta) = \int_0^R K(\theta, r) dS(r), \quad (2)$$

в котором ядро $K(\theta, r) = (i_1 + i_2)/(2\pi x^2)$, $x = 2\pi r/\lambda$, где i_1, i_2 — функции безразмерной интенсивности [2], λ — длина волны. С учетом разложения (1) интеграл (2) может быть записан в виде

$$\int_0^R K(\theta, r) dS(r) = \sum_k K(\theta, r_k) \sigma_k + \int_0^R K(\theta, r) S(r) dr. \quad (3)$$

Для определения функции $S(r)$ из уравнения (2) удобно предварительно проинтегрировать его по частям

$$\int_0^R K(\theta, r) dS(r) = K(\theta, r) S(r) \Big|_0^R - \int_0^R S(r) dK(\theta, r), \quad (4)$$

что приводит к уравнению для функции $S(r)$:

$$K(\theta, r) S(R) - \int_0^R \frac{\partial K(\theta, r)}{\partial r} S(r) dr = \mu(\theta), \quad (5)$$

либо к уравнению

$$\int_0^R \frac{\partial K(\theta, r)}{\partial r} S_{\downarrow}(r) dr = \mu(\theta) \quad (6)$$

относительно функции $S_{\downarrow}(r) = S(R) - S(r)$. Уравнения (5), (6) имеют общую структуру уравнения первого рода:

$$QS = \mu. \quad (7)$$

Из свойств функции $S(r)$ следует, что она имеет ограниченное изменение. Тогда согласно теореме Хелли [3] из множества Ω можно выбрать подпоследовательность функций, сходящуюся в каждой точке к некоторой функции из Ω . Из сходимости в каждой точке и равномерной ограниченности следует сходимость в $L_p[0, R]$, $p > 1$, т.е. множество Ω — компакт в $L_p[0, R]$. К настоящему времени создана развитая теория и разработаны эффективные численные алгоритмы решения некорректных обратных задач на компактных множествах [4]. Поскольку точное решение $S_0(r)$ принадлежит компактному множеству Ω , то для построения устойчивого приближенного решения уравнения (7) достаточно минимизировать функционал невязки

$$F^2 = \|QS - \mu\|^2 \quad (8)$$

на множестве Ω [4]. В качестве приближенного решения уравнения (7) может быть принята любая функция $S_{\delta}(r) \in \Omega$, для которой функционал $F^2 \leq \delta^2$, где δ^2 характеризует ошибку в исходных данных. При этом имеет место сходимость $S_{\delta}(r) \rightarrow S_0(r)$ в пространстве $L_p[0, R]$ при $p > 1$. Отметим некоторые другие важные свойства приближенного решения $S_{\delta}(r)$, установленные в [4]. Если известно, что $S_0(r)$ — непрерывная функция, что соответствует отсутствию второго слагаемого в (1), то $S_{\delta}(r)$ сходятся к $S_0(r)$ равномерно. Причем приближенное решение $S_{\delta}(r)$ может быть разрывной монотонной функцией. Наконец, если $S_0(r)$ — кусочно-непрерывная функция, то $S_{\delta}(r) \rightarrow S_0(r)$ равномерно на каждом замкнутом отрезке, не содержащем точек разрыва, точного решения $S_0(r)$.

Сравнивая описанный подход к задаче определения микроструктуры аэрозоля из оптических характеристик рассеяния с методами, использующими регуляризирующие алгоритмы на основе минимизации сглаживающего функционала [5], можно отметить следующие различия. Переход к интегральному представлению микроструктуры аэрозольных распределений позволяет существенно расширить класс корректности при решении обратных задач. Использование метода сглаживающего функционала ориентировано в основном на задачи восстановления непрерывных гладких аэрозольных распределений $s(r)$. Если распределения $s(r)$ имеют разрывный характер и не обладают требуемыми свойствами гладкости, целесообразен переход к представлению дисперсного состава с помощью интегральных распределений $S(r)$. В этом случае для описания упомянутых разрывов в распределениях $s(r)$ достаточно применения кусочно-линейной аппроксимации функции $S(r)$. Более того, если допустить существование разрывов в самой функции $S(r)$, то это позволяет включить в рассмотрение ситуации, описывающие наличие монодисперсных фракций аэрозоля, которым в распределениях $s(r)$ соответствовали бы δ -особенности.

К числу других важных преимуществ решения обратной задачи (7) на компакте Ω можно отнести возможность оценки погрешности приближенного решения на основе информации об уровне ошибки исходных данных [4].

Характеризация ансамблей аэрозольных частиц с помощью интегральных распределений $S(r)$ является менее употребительной по сравнению с другими способами описания дисперсного состава аэ-

розолей. В связи с этим, используя представление (4), можно перейти к другим, более привычным и наглядным микроструктурным параметрам, таким как счетная концентрация, объемный фактор заполнения, моменты различного порядка, в том числе среднее значение, полуширина и т. п. Например, объемный фактор заполнения V и средний по распределению $s(r)$ радиус частиц r_s выражаются через функцию $S(r)$ по формулам:

$$V = a \left[RS(R) - \int_0^R S(r) dr \right], \quad r_s = V/[aS(R)], \quad a = 4/3.$$

3. Восстановление показателя преломления. Методика оценки показателя преломления $m - ix$ аналогична описанной ранее для дифференциальных распределений $s(r)$ [6], но в отличие от последней не требует определения параметра регуляризации для обратной задачи с приближенно заданным оператором. Кратко остановимся на описании процедуры оценки показателя преломления по данным измерений двух оптических характеристик, например, поляризационных индикатрис рассеяния $\mu_i = Q_i S$ ($i = 1, 2$). Для простоты изложения речь будет идти о восстановлении только одного параметра — вещественной части показателя преломления m .

Пусть m_0 — точное значение вещественной части показателя преломления, которое принадлежит некоторой априорно заданной области P . Тогда для произвольного $m \in P$ решение S , восстанавливаемое при минимизации функционала (8) для одной из поляризационных индикатрис, например μ_1 будет также зависеть от выбранного значения параметра m . Методика оценки параметра m основана на минимизации в области P невязки между измеренными значениями второй характеристики — μ_2 и значениями индикатрисы μ_2 , рассчитанными по микроструктуре $S_1 = S(r, m)$, которая восстановлена при обращении μ_1 :

$$F_{12}^2(m) = \|Q_2(m)S_1 - \mu_2\|^2. \quad (9)$$

Эффективность оценки показателя преломления из условия минимума функционала невязки $F_{ij}(m, \kappa)$ вида (9) зависит от степени изменчивости функционала в окрестности точного решения, которая может быть оценена расчетным путем при различном оптико-микрофизическом состоянии атмосферы и определяется конкретным набором оптических характеристик μ_i , диапазоном углов рассеяния, для которых выполнены измерения.

4. Конечно-разностная аппроксимация. При решении прямых и обратных задач для полидисперсных характеристик рассеяния в форме (5) (либо (6)) могут возникнуть определенные трудности вычислительного характера, связанные с присутствием в подынтегральном выражении производных вида $\partial K(\cdot)/\partial r$ от соответствующих факторов эффективности Ми. В связи с этим возникает необходимость в разработке алгоритмов расчета производных $\partial K/\partial r$, имеющих сильные знакопеременные осцилляции и значительные перепады по амплитуде. Вычисление интегралов от функций с такими свойствами является нетривиальной задачей и требует применения специальных квадратурных схем. В простейшем случае дискретизацию задачи можно провести на основе рассматриваемой ниже схемы.

С этой целью для заданного n определим сетку узлов $r_j = R \cdot j/n$ с равномерным шагом $\Delta = R/n$, на которой аппроксимируем распределение $S(r)$ кусочно-линейной функцией (сплайном) по формуле

$$S(r) = \sum_{j=1}^n S_j N_j(r), \quad (10)$$

где $S_j = S(r_j)$ ($S(0) = 0$). Базисные функции $N_j(r)$ имеют вид

$$N_j(r) = N_0 \left(\frac{r - r_j}{\Delta} \right), \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (11)$$

где

$$N_0(r) = \begin{cases} 1 - |r|, & r \leq 1, \\ 0, & r > 1. \end{cases}$$

При такой аппроксимации множество функций $S(r)$ переходит в множество векторов S с неубывающими компонентами:

$$0 < S_1 \leq S_2 \leq \dots \leq S_n \leq C, \quad (12)$$

где C — оценка сверху суммарного сечения частиц. Сделав подстановку (10) в (5), после преобразований получим конечно-разностный аналог уравнения (5)

$$\sum_{j=1}^n Q_j(\theta) S_j = \mu_j(\theta), \quad (13)$$

где

$$Q_j(\theta) = \bar{K}_{j-1} - \bar{K}_j, \quad j = 1, \dots, n; \quad (14)$$

$$\bar{K}_j(\theta) = \Delta^{-1} \int_{r_j}^{r_{j+1}} K(\theta, r) dr, \quad j = 0, 1, \dots, n-1; \quad (15)$$

$$\bar{K}_n(\theta) = 0.$$

Функции $\bar{K}_j(\theta)$ ($j \neq n$) представляют собой усредненные значения ядра $K(\theta, r)$ на интервалах $[r_j, r_{j+1}]$. Из выражений (13)–(15) видно, что в рассмотренной конечно-разностной схеме не возникает необходимость вычисления интегралов, содержащих производные $\partial K / \partial r$.

5. Результаты численного моделирования. Рассмотрим некоторые примеры, иллюстрирующие эффективность предложенной методики в численном эксперименте применительно к оценке параметров m и κ из угловых поляризационных измерений. В качестве модельного микроструктурного распределения была выбрана «дымка H » [2] с показателем преломления $1,5 - i \cdot 0$. Микроструктурные распределения $S(r)$ восстанавливались при обращении компоненты матрицы рассеяния $\mu_1(\theta)$, которая была задана в дискретном наборе углов θ_i ($i = 1, \dots, p$), $p = 18$, равномерно расположенных на интервале $[0, 180^\circ]$. Минимизация функционала невязки (8) для уравнения (7) на множестве векторов S , удовлетворяющих ограничениям (12), проводилась с использованием метода условного градиента [4]. Оценка параметров (m, κ) выполнялась на основе минимизации функционалов невязки $F_{1k}(m, \kappa)$ вида (9) для остальных компонент матрицы рассеяния $\mu_k(\theta)$, $k = 2, 3, 4$ при тех же углах рассеяния.

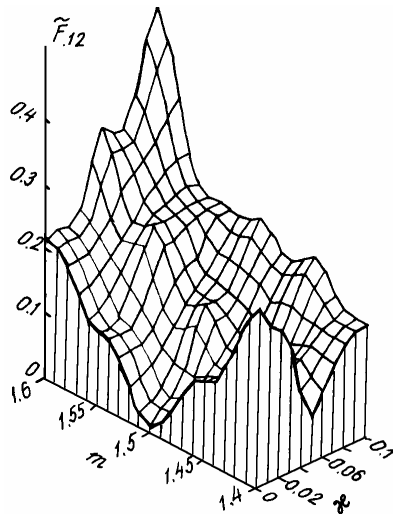


Рис. 1. Зависимость функционала невязки $\tilde{F}_{12} = \|Q_2 S_1 - \mu_2\| / \|\mu_2\|$ от показателя преломления $m - i \cdot \kappa$ в численном эксперименте для модели «дымка H », ($m_0 = 1,5$; $\kappa_0 = 0$)

Результаты численных экспериментов представлены на рис. 1–3. На рис. 1 изображена поверхность функционала $\tilde{F}_{12}(m, \kappa) = F_{12}(m, \kappa) / \|\mu_2\|$ в пространстве параметров (m, κ) в окрестности точного решения ($m_0 = 1,5$; $\kappa_0 = 0$). Из рис. 1 видно, что в рассматриваемой области изменения параметров (m, κ) поверхность $F_{12}(m, \kappa)$ обладает достаточно сложной, многоэкстремальной структурой с глобальным минимумом в точке (m_0, κ_0) . При изменении вещественной части показателя преломления m в интервале $[1,4; 1,6]$ диапазон относительной изменчивости функционала $F_{12}(m, \kappa)$ по отношению к норме $\|\mu_2\|$ лежит в пределах 28% при точном значении мнимой части $\kappa = \kappa_0$ и превышает 50% при отклонении κ до 0,1.

Поскольку в окрестности точки минимума (m_0, κ_0) поведение функционала $F_{12}(m, \kappa)$ будет определяться в основном шумовой компонентой измеряемых поляризационных характеристик, то в качестве допустимых решений можно рассматривать множество P_δ точек (m, κ) , удовлетворяющих неравенству $F_{12}(m, \kappa) \leq \delta$, где δ зависит от погрешности в задании функций μ_1 и μ_2 . Из характера поведе-

ния функционала $F_{12}(m, \kappa)$ в окрестности точки (m_0, κ_0) видно, что погрешности в оценке одного из параметров, например κ , будут приводить к ошибкам при определении другого параметра — m при минимизации $F_{12}(m, \kappa)$. В рассматриваемом примере такое взаимное влияние ошибок становится существенным при $\Delta\kappa > 0,02$ и доставляет погрешность Δm в оценке параметра m по минимуму $F_{12}(m, \kappa)$, равную 0,05 при априорной ошибке $\Delta\kappa = 0,05$. Взаимосвязь ошибок Δm и $\Delta\kappa$ определяет некоторую область неопределенности оценки параметров m и κ при минимизации функционала $F_{12}(m, \kappa)$.

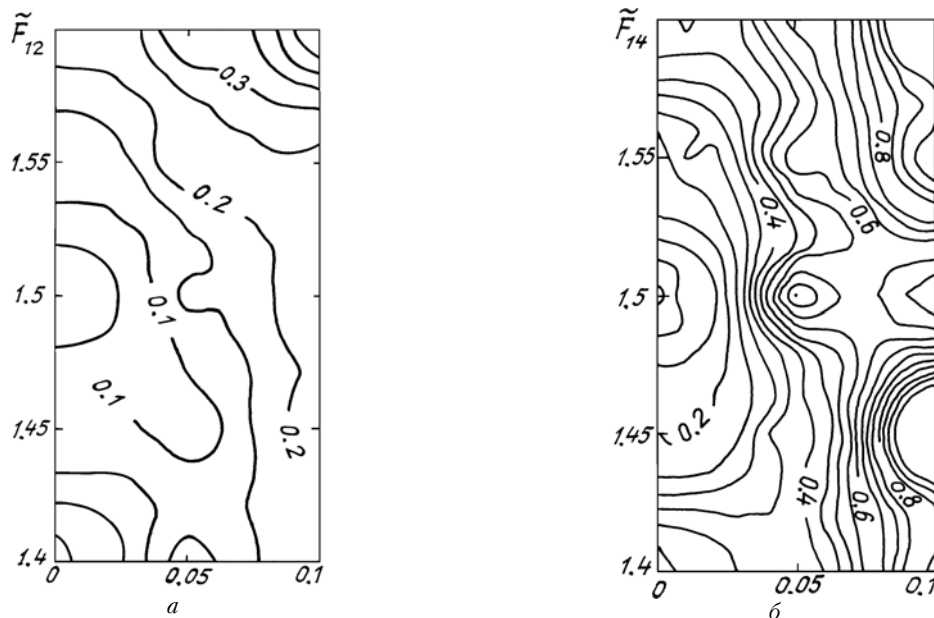


Рис. 2. Карты изолиний функционалов невязки \tilde{F}_{12} (а) и \tilde{F}_{14} (б) в плоскости параметров (m, κ) ; шаг изолиний — 0,05

Наглядно области неопределенности оценки параметров m и κ могут быть представлены из рис. 2, а, на котором изображена карта изолиний для функциональной поверхности $\tilde{F}_{12}(m, \kappa)$. Линии равного уровня на рис. 2, а определяют границы области P_δ для различных значений δ . Очевидно, что чем круче «склоны» поверхности $F_{12}(m, \kappa)$, тем выше плотность изолиний и тем выше чувствительность функционала $F_{12}(m, \kappa)$ к вариациям восстанавливаемых параметров.

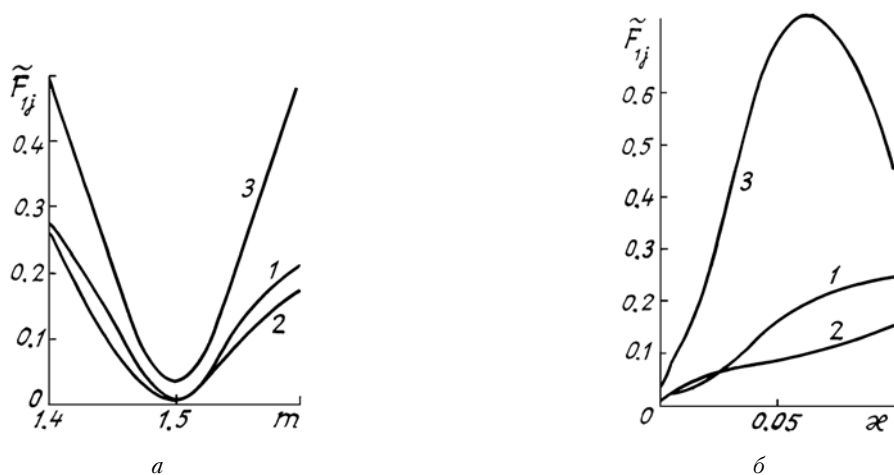


Рис. 3. Зависимости функционалов невязки \tilde{F}_{ij} ($j = 2, 3, 4$; кривые 1–3) от вещественной m (а) и мнимой κ (б) частей показателя преломления

Для сравнения на рис. 2, б изображена карта изолиний функционала $\tilde{F}_{14}(m, \kappa) = F_{14}(m, \kappa) / \|\mu_4\|$. В рассматриваемой окрестности точки (m_0, κ_0) вариации функционала $\tilde{F}_{14}(m, \kappa)$ сильнее, чем вариации функционала $F_{12}(m, \kappa)$, и превышают 120%. Из сопоставления рис. 2, а и 2, б видно, что при одинаковом шаге изолиний (0,05) плотность линий выше для функционала $\tilde{F}_{14}(m, \kappa)$. При этом об-

ласть P_δ допустимых значений параметров (m, κ) , соответствующих некоторому фиксированному уровню невязки δ , например, $\delta = 10\%$, для функционала $\tilde{F}_{14}(m, \kappa)$ будет существенно меньше аналогичной области, ограниченной изолинией того же уровня для функционала $\tilde{F}_{12}(m, \kappa)$. Это указывает на более высокую информативность пары поляризационных характеристик $\{\mu_1, \mu_4\}$ по отношению к паре $\{\mu_1, \mu_2\}$ в задаче восстановления показателя преломления $m-i \cdot \kappa$.

Аналогичные расчеты были проведены также для пары характеристик $\{\mu_1, \mu_3\}$, которые показали, что сочетание таких измерений обладает меньшей чувствительностью к вариациям восстанавливаемых параметров по сравнению с вышерассмотренными парами характеристик $\{\mu_1, \mu_2\}$ и $\{\mu_1, \mu_4\}$. Для сравнения информативности трех функционалов $F_{ij}(m, \kappa)$ ($j = 2, 3, 4$) относительно восстанавливаемых параметров на рис. 3 изображены их зависимости от каждого из параметров m и κ при точном значении другого параметра. Характер поведения функционалов $F_{ij}(m, \kappa)$ ($j = 2, 3, 4$), изображенных на рис. 3, подобен аналогичным зависимостям функционалов невязки, полученным в [6] на основе другой вычислительной схемы.

6. Пример интерпретации данных натурального эксперимента. В заключение рассмотрим пример интерпретации по описанной методике поляризационных индикатрис рассеяния дымки морского прибрежного района. Поляризационные индикатрисы были заданы в виде однопараметрической модели [7], которая описывает их трансформацию в условиях изменяющейся замутненности атмосферы посредством входного параметра — метеорологической дальности видимости S_m . Результаты восстановления вещественной части показателя преломления m при обращении модели поляризационных индикатрис в зависимости от коэффициента аэрозольного ослабления на длине волны $\lambda = 0,55$ мкм представлены на рис. 4, а (кривая 1). Вертикальными линиями отмечена допустимая область значений показателя преломления m по 10%-му уровню функционала $\tilde{F}_{12}(m)$. Здесь же (кривая 2) для сравнения приведены данные [8], полученные при интерпретации модели поляризационных индикатрис с использованием метода регуляризации. Расхождение между оценками m , полученными двумя методами, не превышает 0,01.

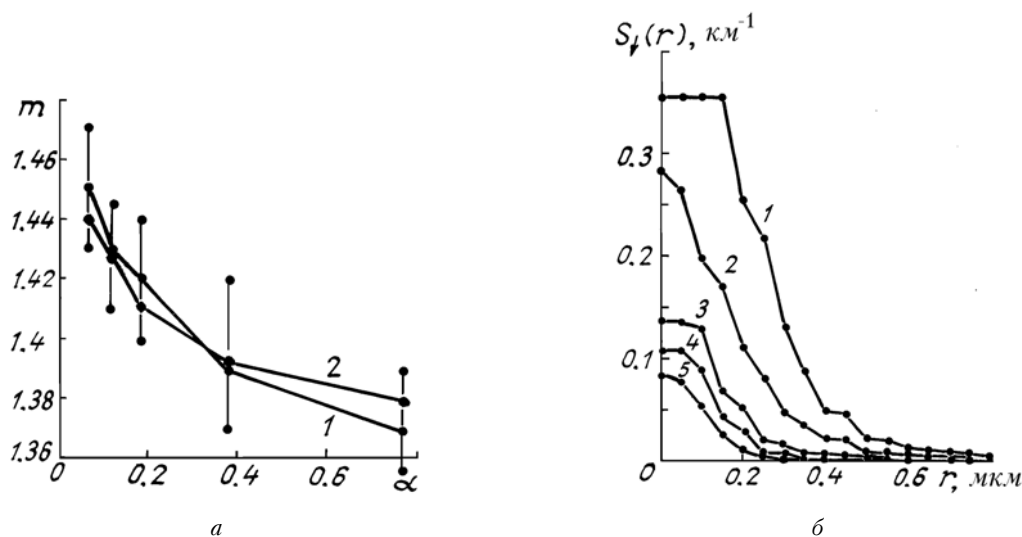


Рис. 4. Пример интерпретации модели поляризационных индикатрис рассеяния дымки морского прибрежного района [7]: а — результаты восстановления вещественной части показателя преломления m в зависимости от коэффициента аэрозольного рассеяния $\alpha(0,55)$: кривая 1 — по методике, описанной в статье; 2 — на основе метода регуляризации [8]; б — семейство аэрозольных распределений $S_d(r)$, восстановленных при метеорологической дальности видимости $S_m = 5$ (кривая 1), 10 (2), 20 (3) 30 (4) и 50 (5) км

Восстановленным значениям показателя преломления m соответствует семейство аэрозольных распределений $S_d(r)$, представленное на рис. 4, б дискретными отсчетами $S_{dj} = S_d(r_j)$ с шагом $\Delta = 0,05$ мкм. При минимизации функционала невязки F (8) априорная верхняя граница C в ограничениях (12) была фиксирована и равна $0,4 \text{ км}^{-1}$ для всех выбранных значений S_m . Множество значений $S_d(r)$ в нуле характеризует изменчивость суммарного геометрического сечения частиц дымки при вариациях дальности видимости S_m . По данным, приведенным на рис. 4, б, достаточно просто оценивается трансформация объемного фактора заполнения V с изменением замутненности атмосферы (см., таблицу, вторая строка). В этой же таблице в третьей строке представлены данные расчетов V по дифференциальным распределениям $s(r)$ из [8]. Расхождения между значениями фактора заполнения V , полученными двумя различными методами, находятся в среднем в пределах 6%.

Результаты восстановления объемного фактора заполнения V дымки морского прибрежного района из модели поляризационных индикатрис [7]

$S_m, \text{ км}^{-1}$	5	10	20	30	50
$V \cdot 10^{10}$	1,55	0,773	0,372	0,258	0,160
V по данным [8]	1,31	0,705	0,386	0,257	0,158

7. Заключение. Таким образом, в статье предложена новая численная схема восстановления микроструктуры и показателя преломления аэрозольных частиц из угловых измерений компонент матрицы рассеяния. Методика обращения основана на использовании интегральных аэрозольных распределений по размерам и представлении полидисперсных характеристик рассеяния в виде интегралов Стильтеса. К достоинствам предложенной методики можно отнести то, что в такой постановке множество корректности включает в себя более широкий класс функций, описывающих распределения аэрозольных частиц по размерам. Кроме этого, исчезает необходимость в решении проблемы выбора параметра регуляризации для обратной задачи с приближенно заданным оператором. Представленные результаты численного моделирования обратной задачи для компонент матрицы рассеяния, анализ информативности поляризационных измерений, а также примеры восстановления микрофизических параметров аэрозоля из натуральных измерений находятся в полном согласии с результатами, полученными с использованием других методов.

1. Наац И. Э. Метод обратной задачи в атмосферной оптике. Новосибирск: Наука, 1986. 199 с.
2. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир, 1971. 165 с.
3. Колмогоров Л. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1968. 496 с.
4. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г. Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990. 230 с.
5. Зуев В. Е., Наац И. Э. Обратные задачи лазерного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1982. 242 с.
6. Веретенников В. В., Наац И. Э., Панченко М. В., Фадеев В. Я. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1978. Т. 14. № 12. С. 1313–1317.
7. Оптические свойства прибрежных атмосферных дымок/Кабанов М. В., Панченко М. В., Пхалагов Ю. А. и др. Новосибирск: Наука, 1988. 201 с.
8. Веретенников В. В., Кабанов М. В., Панченко М. В. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1986. Т. 22. № 10. С. 1042–1049.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
15 октября 1991 г.

V. V. Veretennikov, E. P. Yausheva. Use of Stieltjes Integrals for Solving Inverse Problems of Light Scattering by Aerosols.

A new numerical scheme is proposed in this paper for restoring the microstructure and index of refraction of aerosols from the data of angular measurements of scattering phase matrix. The technique is based on the use of a representation of scattering characteristics of a polydisperse aerosol in the form of Stieltjes integrals and minimization of the discrepancy on a set of monotonic bounded functions. In this approach there is no need for restrictions of the aerosol size-distributions smoothness, as well as for solving the problem of selection of the regularization parameter. Some results of numerical simulations of the inverse problem modeling are presented. An example of experimental data interpretation is given.